

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ В.Ф. УТКИНА
КАФЕДРА «ЭЛЕКТРОННЫЕ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МАШИНЫ»

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по дисциплине

«Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки

02.03.03 «Математическое обеспечение и администрирование
информационных систем»

ОПОП академического бакалавриата
«Математическое обеспечение и администрирование
информационных систем»

Квалификация (степень) выпускника — бакалавр

Форма обучения — очная

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Оценочные материалы – это совокупность учебно-методических материалов (практических заданий, описаний, форм и процедур проверки), предназначенных для оценки качества освоения обучающимися данной дисциплины как части ОПОП.

Цель – оценить соответствие знаний, умений и владений, приобретенных обучающимися в процессе изучения дисциплины, целям и требованиям ОПОП в ходе проведения промежуточной аттестации.

Основная задача – обеспечить оценку уровня сформированности компетенций, закрепленных за дисциплиной.

Контроль знаний обучающихся проводится в форме промежуточной аттестации.

Промежуточный контроль проводится в форме экзамена.

2. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Сформированность каждой компетенции (или ее части) в рамках освоения данной дисциплины оценивается по трех уровневой шкале:

1. пороговый уровень является обязательным для всех обучающихся по завершении освоения дисциплины;
2. продвинутый уровень характеризуется повышением минимальных характеристик сформированности компетенций по завершении освоения дисциплины;
3. эталонный уровень характеризуется максимально возможной выраженностью компетенций и является важным качественным ориентиром для самосовершенствования.

Уровень освоения компетенций, формируемых дисциплиной:

Описание критериев и шкалы оценивания тестирования

Шкала оценивания	Критерий
3 балла (эталонный уровень)	уровень освоения материала, предусмотренного программой: процент верных ответов на тестовые вопросы от 85% до 100%
2 балла (продвинутый уровень)	уровень освоения материала, предусмотренного программой: процент верных ответов на тестовые вопросы от 70% до 84%
1 балл (пороговый уровень)	уровень освоения материала, предусмотренного программой: процент верных ответов на тестовые вопросы от 50% до 69%
0 баллов	уровень освоения материала, предусмотренного программой: процент верных ответов на тестовые вопросы от 0% до 49%

Описание критериев и шкалы оценивания теоретического вопроса

Шкала оценивания	Критерий
3 балла (эталонный уровень)	выставляется студенту, который дал полный ответ на вопрос, показал глубокие систематизированные знания, смог привести примеры, ответил на дополнительные вопросы преподавателя
2 балла (продвинутый уровень)	выставляется студенту, который дал полный ответ на вопрос, но на некоторые дополнительные вопросы преподавателя ответил только с помощью наводящих вопросов

1 балл (пороговый уровень)	выставляется студенту, который дал неполный ответ на вопрос в билете и смог ответить на дополнительные вопросы только с помощью преподавателя
0 баллов	выставляется студенту, который не смог ответить на вопрос

Описание критериев и шкалы оценивания практического задания:

Шкала оценивания	Критерий
3 балла (эталонный уровень)	Задача решена верно
2 балла (продвинутый уровень)	Задача решена верно, но имеются технические неточности в расчетах
1 балл (пороговый уровень)	Задача решена верно, с дополнительными наводящими вопросами преподавателя
0 баллов	Задача не решена

На промежуточную аттестацию (экзамен) выносятся тест, два теоретических вопроса и две задачи. Максимально студент может набрать 15 баллов. Итоговый суммарный балл студента, полученный при прохождении промежуточной аттестации, переводится в традиционную форму по системе «отлично», «хорошо», «удовлетворительно» и «неудовлетворительно».

Оценка «отлично» выставляется студенту, который набрал в сумме 15 баллов (выполнил все задания на эталонном уровне). Обязательным условием является выполнение всех предусмотренных в течение семестра практических заданий.

Оценка «хорошо» выставляется студенту, который набрал в сумме от 10 до 14 баллов при условии выполнения всех заданий на уровне не ниже продвинутого. Обязательным условием является выполнение всех предусмотренных в течение семестра практических заданий.

Оценка «удовлетворительно» выставляется студенту, который набрал в сумме от 5 до 9 баллов при условии выполнения всех заданий на уровне не ниже порогового. Обязательным условием является выполнение всех предусмотренных в течение семестра практических заданий.

Оценка «неудовлетворительно» выставляется студенту, который набрал в сумме менее 5 баллов или не выполнил всех предусмотренных в течение семестра практических заданий.

3 ПАСПОРТ ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	Код контролируемой компетенции (или ее части)	Вид, метод, форма оценочного мероприятия
Тема 1. Основные понятия теории вероятности	ОПК-1	Экзамен
Тема 2. Независимость событий и условные вероятности	ОПК-1	Экзамен
Тема 3. Схемы повторных испытаний	ОПК-1	Экзамен
Тема 4. Случайные величины и функции распределения	ОПК-1	Экзамен
Тема 5. Числовые характеристики случайных величин	ОПК-1	Экзамен
Тема 6. Системы случайных величин	ОПК-1	Экзамен
Тема 7. Основы математической статистики	ОПК-1	Экзамен

Текущий контроль следует проводить также на практических занятиях.

4 ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

4.1 Промежуточная аттестация в форме экзамена

ОПК-1: Способен применять фундаментальные знания, полученные в области математических и (или) естественных наук, и использовать их в профессиональной деятельности
ОПК-1.1. Применяет фундаментальные знания в области математических наук в профессиональной деятельности
<p>Знать основные методы теории вероятностей и математической статистики, вероятностные модели реальных процессов и явлений, методы их построения и исследования</p> <p>Уметь интерпретировать теоретико-вероятностные конструкции внутри математики и за ее пределами, проводить анализ и сравнение математических методов, оценку областей применения математических моделей</p> <p>Владеть навыками построения и исследования вероятностных моделей реальных процессов и явлений, современными инструментальными средствами, используемыми при построении, анализе и оценке теоретико-вероятностных и статистических моделей</p>

Типовые тестовые вопросы:

1. Что такое случайное событие?

- 1) случайные эксперимент;
- 2) событие, которое не достоверно;
- 3) невозможное событие;

4) результат случайного эксперимента.

2. Чему равно число перестановок трех элементов?

- 1) 1;
- 2) 2;
- 3) 3;
- 4) 6;

3. Чему равна вероятность того, что монета три раза подряд упадет «орлом»?

- 1) 0,5;
- 2) 0,25;
- 3) 0,125;
- 4) 1.

4. Для каких событий A_1, A_2, \dots, A_n сумма их вероятностей равна единице:

- 1) события несовместны;
- 2) события независимы;
- 3) события несовместны и образуют полную группу;
- 4) события независимы и образуют полную группу.

5. По мишени производят три выстрела. Пусть событие A_i , $i = 1, 2, 3$ — попадание при i -м выстреле. Какая из приведенных формул описывается событие $D = \{\text{хотя бы один промах}\}$

1) $D = A_1 + A_2 + A_3$;

2) $D = \bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3 + A_1 \bar{A}_2 A_3 + \bar{A}_1 A_2 \bar{A}_3$;

3) $D = \bar{A}_1 + \bar{A}_2 + \bar{A}_3$;

4) $D = A_1 \bar{A}_2 \bar{A}_3 + \bar{A}_1 \bar{A}_2 A_3 + \bar{A}_1 A_2 \bar{A}_3$

7. В урне 6 белых и 10 черных шаров. Из урны вынимают один шар и откладывают в сторону. Этот шар оказался белым. После этого из урны берут еще один шар. Найти вероятность того, что этот шар тоже будет белым. Результат округлить до сотых.

- 1) 0,25;
- 2) 0,4;
- 3) **0,33;**
- 4) 0,2.

8. Из шести карточек с буквами «Л», «И», «Т», «Е», «Р», «А» выбирают наугад в определенном порядке 4. Какова вероятность того, что при этом получится слово «ТИРЕ». Результат округлить до десятитысячных.

- 1) 0,028;
- 2) 0,45;
- 3) **0,0028;**
- 4) 0,0012.

9. Среди 25 экзаменационных билетов пять «хороших». Три студента по очереди берут по одному билету. Найти вероятность события $A = \{\text{третий студент взял хороший билет}\}$.

- 1) 0,1;
- 2) 0,25;
- 3) **0,2;**
- 4) 0,4.

10. Наугад выбирается пятизначное число. Какова вероятность события $A = \{\text{число одинаково читается как слева направо, так и справа налево}\}$.

- 1) 0,02;
- 2) 0,1;
- 3) 0,2;
- 4) **0,01.**

11. Монетка брошена два раза. Найти вероятность того, что хотя бы один раз появится «герб».

- 1) **0,75;**
- 2) 0,65;
- 3) 0,8;
- 4) 0,55.

12. Укажите номер формулы, которая используется для вычисления вероятности произведения A_i , независимых событий, $i = 1, 2, \dots, n$:

$$P\left(\prod_{i=1}^n A_i\right) = \sum_{i=1}^n P(A_i); \quad 1)$$

$$P\left(\prod_{i=1}^n A_i\right) = \prod_{i=1}^n P(A_i); \quad +2)$$

$$P\left(\prod_{i=1}^n A_i\right) = \sum_i P(A_i) - \sum_{i,j} P(A_i A_j) + \sum_{i,j,k} P(A_i A_j A_k) - \dots \quad 3) + (-1)^{m+1} P(A_1 A_2 \dots A_n);$$

$$P\left(\prod_{i=1}^n A_i\right) = 4) P(A_1) * P(A_2/A_1) * \dots * P(A_n/A_1 * A_2 * \dots * A_{n-1});$$

13. Слово ПРОГРАММА составлено из карточек, на каждой из которых написана 1 буква. Затем карточки смешивают и вынимают без возврата по одной. Найти вероятность того, что буквы вынимаются в порядке заданного слова.

- 1) $4.2 * 10^{-5}$;
- 2) $4 * 10^{-5}$;
- 3) $2.2 * 10^{-3}$;
- 4) $2.2 * 10^{-5}$.

14. Вероятность попадания в мишень при одном выстреле равна 0,4. По мишени производится шесть независимых выстрелов. Тогда вероятность того, что будет хотя бы одно попадание в мишень, равна:

- 1) 0,953;
- 2) 0,853;
- 3) 0,785;
- 4) 0,688.

15. В каких случаях для вычисления вероятности суммы трех событий А, В и С используется формула $P(A+B+C) = P(A)+P(B)+P(C)-P(AB)-P(AC)-P(BC)+P(ABC)$:

- 1) события зависимы;
- 2) события образуют полную группу;
- 3) события попарно несовместны;
- 4) события совместны.

16. Использование какой из приведенных ниже формул позволяет вычислить апостериорную (послеопытную) вероятность гипотезы с учетом наблюдаемого результата опыта.

- 1) формула Бернулли;
- 2) формула полной вероятности;
- 3) формула Байеса;**
- 4) обобщение формулы Бернулли.

17. Закон распределения НСВ можно задать с помощью:

- 1) только плотности распределения;
- 2) ряда распределения;
- 3) многоугольника распределения;
- 4) плотности распределения и функции распределения.**

18. Интеграл в бесконечных пределах от плотности вероятности непрерывной случайной величины равен:

- 1) $+\infty$;
- 2) 1;**
- 3) 0,5;
- 4) 0,75.

19. Среднеквадратическое отклонение равно:

- 1) дисперсии со знаком минус;
- 2) корню квадратному из математического ожидания;
- 3) корню квадратному из дисперсии;**
- 4) квадрату дисперсии.

20. Пусть X — дискретная случайная величина. По какой из приведенных формул рассчитывается ее математическое ожидание:

1) $\int_{-\infty}^{\infty} x_i dx$;

2) $\int_{-\infty}^{\infty} xf(x)dx$;

3) $\sum_{i=1}^n p_i$;

+4) $\sum_{i=1}^n x_i p_i$;

21. Как называются моменты централизованной случайной величины:

- 1) случайные векторы;
- 2) одномерные;
- 3) центральные;**
- 4) начальные.

22. Пусть X — дискретная случайная величина, заданная законом распределения вероятностей

x_i	-2	1	3
p_i	0,1	0,3	0,6

Тогда математическое ожидание случайной величины $2X$ равно:

- 1) 3,8;**

- 2) 4 ;
 3) 4,6;
 4) 3,5.

23. Дискретная случайная величина X задана законом распределения

x_i	-4	6	10
p_i	0,2	0,3	0,5

Тогда среднее квадратическое отклонение случайной величины X равно:

- 1) 5,29;
 2) 4,86;
 3) 6,29;
 4) 3,89.

24. Заданы математические ожидания случайных величин X и Y : $M(X)=5$, $M(Y)=3$. Тогда математическое ожидание случайной величины $Z=X+2Y$ равно:

- 1) 16;
 2) 8 ;
 3) 11;
 4) 15.

25. Дискретная случайная величина X задана рядом распределения

x_i	1	3	6
p_i	0,5	0,3	0,2

Тогда математическое ожидание квадрата этой случайной величины $M(X^2)$ равно:

- 1) 6,8;
 2) 10,4;
 3) 2,6;
 4) 8,4.

Типовые тестовые вопросы открытого типа:

1. Всякий факт, который в опыте со случайным исходом может произойти или не произойти называется _____

Ответ: случайным событием (или, короче, просто событием)

2. Событие, состоящее в неоявлении события A называется _____

Ответ: противоположным событию A (и обозначается \bar{A}).

3. Любой наблюдаемый результат эксперимента называется _____

Ответ: исходом опыта (ω)

4. В рамках данного опыта разделить элементарный исход на более мелкие составляющие _____

Ответ: нельзя (т. е. элементарные события неразложимы)

5. Любое произвольное подмножество A пространства элементарных исходов Ω называется _____

Ответ: событием

6. В основе аксиоматического определения вероятности лежат _____ аксиомы (сколько и какие).

Ответ: три (аксиома неотрицательности $P(A) \geq 0$; аксиома нормированности $P(\Omega) = 1$; аксиома аддитивности или расширенная аксиома сложения для любых попарно несовместных событий)

7. Если вероятность нескольких событий равна сумме их вероятностей $P(\sum_{i=1}^n A_i) = \sum_{i=1}^n P(A_i)$, то эти события _____

Ответ: несовместны

8. Если события A_1, A_2, \dots, A_n несовместны и образуют полную группу, то сумма их вероятностей равна _____

Ответ: единице

9. Сумма вероятностей противоположных событий равна _____

Ответ: единице

10. Если об обстановке опыта можно сделать n исключаящих друг друга предположений (гипотез) и если событие A может появиться только с одной из этих гипотез, то вероятность этого события $P(A)$ вычисляется по формуле _____

Ответ: полной вероятности ($P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i) * P(A/H_i)$)

11. Переоценить вероятность гипотезы (найти апостериорную вероятность гипотезы) после того, как становится известным результат опыта, в итоге которого появилось событие A позволяет формула _____

Ответ: Байеса ($P(H_i/A) = \frac{P(H_i)*P(A/H_i)}{P(A)}$)

12. Схема Бернулли является простейшим классом повторных независимых испытаний с двумя исходами (успех - A и неуспех - \bar{A}) и с неизменными в каждом испытании _____

Ответ: вероятностями успеха ($P(A)=p$) и неуспеха ($P(\bar{A})=q=1-p$)

13. Величина, которая в результате эксперимента может принимать лишь одно из возможных значений, но какое именно заранее неизвестно, называется _____

Ответ: случайной

14. Любое правило (таблица, функция), позволяющее находить вероятности всевозможных событий, связанных со случайной величиной называется _____

Ответ: законом распределения

15. Если множество возможных значений случайной величины X конечно или бесконечно, но счетно, то такую случайную величину называют _____

Ответ: дискретной случайной величиной

16. Ряд распределения задает закон распределения только _____

Ответ: дискретной случайной величины

17. Общей формой задания закона распределения как для дискретной, так и для непрерывной случайной величины служит _____

Ответ: функция распределения

18. Числа, в сжатой форме выражающие наиболее существенные черты распределения, называются _____

Ответ: числовыми характеристиками

19. Одно из важнейших понятий теории вероятностей — математическое ожидание — это _____ момент первого порядка

Ответ: начальный ($\alpha_1[x]=M[x]$)

20. Отклонение случайной величины X от её математического ожидания m_x , то есть $(X - m_x)$ — это _____ случайная величина

Ответ: центрированная

Типовые практические задания (экзамен)

1. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово «книга». Ребенок, не умеющий читать, рассыпал эти буквы и затем собрал в произвольном порядке. Найти вероятность того, что у него снова получилось слово «книга»

Ответ: $1/120 \approx 0,008$

2. Тот же вопрос, если было составлено слово «ананас»

Ответ: $1/60 \approx 0,017$

3. С первого автомата на сборку поступает 25% деталей, со второго 30%, с третьего 45%. Первый автомат в среднем дает 0,1% брака, второй – 0,4%, третий – 0,2%.

Найти вероятность того, что оказавшаяся бракованной деталь изготовлена на втором автомате. Результат округлить до сотых.

Ответ: 0,51.

4. Из партии содержащей 25 изделий, среди которых 9 бракованных, для контроля наугад извлекают 3 детали. Какова вероятность того, что все 3 не бракованные?

Результат округлить до сотых.

Ответ: 0,24.

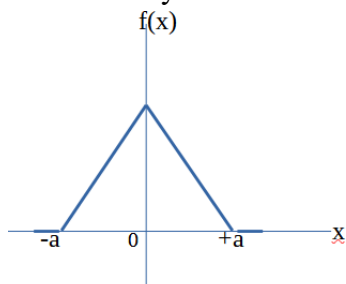
5. В группе из 10 студентов, пришедших на экзамен, 3 подготовлены отлично, 4 – хорошо, 2 – посредственно и 1 – плохо. В экзаменационных билетах имеется 20 вопросов. Отлично подготовленный студент может ответить на все 20 вопросов, хорошо подготовленный – на 16, посредственно – на 10, плохо – на 5. Вызванный наугад студент ответил на 3 произвольно заданных вопроса. Найти вероятность того, что студент подготовлен: 1) отлично; 2) плохо.

Ответ: 1) $\approx 0,58$; 2) $\approx 0,002$;

6. Производится три независимых опыта, в каждом из которых событие А появляется с вероятностью 0,4. Рассматривается случайная величина X — число появлений события А в трех опытах. Построить ряд распределения и функцию распределения. Найти математическое ожидание, дисперсию и среднее квадратичное отклонение случайной величины X.

Ответ: $m_x = 1,2$; $D_x \approx 0,72$; $\sigma_x \approx 0,85$.

7. Случайная величина X подчинена закону Симпсона («закону равнобедренного треугольника») на участке от «-a» до «+a»



- а) Написать выражение плотности распределения.
 б) Построить график функции распределения.
 в) Найти числовые характеристики случайной величины X: m_x ; D_x ; σ_x .
 г) Найти вероятность попадания случайной величины X в интервал $[-a/2; a]$.

Ответ: $m_x = 0$; $D_x = a^2/6$; $\sigma_x = a/\sqrt{6}$; $P = 7/8$.

Критерий оценивания типовых практических заданий.

Правильно выбраны и применены формулы, а также доказана и объяснена причина их выбора, приведены все необходимые расчеты и получен правильный числовой результат.

Типовые теоретические вопросы на экзамен по дисциплине.

1. Пространство элементарных исходов. Понятие случайного события.
2. Алгебраические операции над событиями.

3. Классическое определение вероятности. Свойства вероятности.
4. Геометрическая вероятность.
5. Статистическая оценка неизвестной вероятности.
6. Аксиоматическое определение вероятности.
7. Аксиоматическое определение вероятности. Следствия из аксиом.
8. Условная вероятность.
9. Теорема умножения вероятностей.
10. Формула полной вероятности.
11. Теорема гипотез (формула Байеса).
12. Последовательность независимых испытаний.
13. Обобщение формулы Бернулли.
14. Теорема Пуассона.
15. Предельные теоремы в схеме Бернулли.
16. Локальная теорема Муавра – Лапласа.
17. Интегральная теорема Муавра – Лапласа.
18. Случайные величины. Примеры случайных величин. Функция распределения.
19. Функция распределения и её свойства.
20. ДСВ и НСВ.
21. ДСВ. Ряд распределения. Многоугольник распределения. Функция распределения.
22. ДСВ. Числовые характеристики ДСВ.
23. Случайные величины. Закон распределения СВ. Виды законов распределения.
24. Примеры дискретных законов распределения.
25. НСВ и способы их задания.
26. Плотность распределения вероятностей и её свойства.
27. Интегральный и дифференциальный законы распределения.
28. Распределение НСВ. Примеры непрерывных законов распределения.
29. Числовые характеристики СВ. Характеристики положения. Характеристики рассеивания.
30. Числовые характеристики СВ. Математическое ожидание.
31. Числовые характеристики СВ. Дисперсия.
32. Математическое ожидание и дисперсия классических распределений.
33. Теоремы о математическом ожидании и дисперсии.
34. Моменты. Начальные моменты.
35. Моменты. Центральные моменты.
36. Связь между начальными и центральными моментами.
37. Моменты. Центральные моменты высших порядков (коэффициенты асимметрии и эксцесса).
38. Моменты двумерного случайного вектора. Коэффициент корреляции.
39. Многомерные функции распределения. Свойства функций $F(x,y)$.
40. Дискретные случайные векторы.
41. Непрерывные случайные векторы. Свойства плотности распределения $f(x,y)$.
42. Условные законы распределения. Условная плотность распределения вероятностей.
43. Основные понятия математической статистики.
44. Критерии и методы оценки параметров.
45. Статистические гипотезы и критерии согласия.