

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ им. В.Ф. УТКИНА**

Кафедра «Автоматики и информационных технологий в управлении»

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ДИСЦИПЛИНЫ

МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ

Направление 01.03.02

«Прикладная математика и информатика»

ОПОП

«Программирование и анализ данных»

Квалификация выпускника – бакалавр

Формы обучения – очная

Рязань 2021 г.

Оценочные материалы – это совокупность учебно-методических материалов (контрольных заданий, описаний форм и процедур), предназначенных для оценки качества освоения обучающимися данной дисциплины как части основной профессиональной образовательной программы.

Цель – оценить соответствие знаний, умений и уровня приобретенных компетенций обучающихся целям и требованиям основной профессиональной образовательной программы в ходе проведения текущего контроля и промежуточной аттестации.

Основная задача – обеспечить оценку уровня сформированности общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций, приобретаемых обучающимся в соответствии с этими требованиями.

Контроль знаний проводится в форме текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль успеваемости проводится с целью определения степени усвоения учебного материала, своевременного выявления и устранения недостатков в подготовке обучающихся и принятия необходимых мер по совершенствованию методики преподавания учебной дисциплины (модуля), организации работы обучающихся в ходе учебных занятий и оказания им индивидуальной помощи.

К контролю текущей успеваемости относятся проверка знаний, умений и навыков, приобретенных обучающимися в ходе выполнения индивидуальных заданий на практических занятиях и лабораторных работах. При оценивании результатов освоения практических занятий и лабораторных работ применяется шкала оценки «зачтено – не зачтено». Количество лабораторных и практических работ и их тематика определена рабочей программой дисциплины, утвержденной заведующим кафедрой.

Результат выполнения каждого индивидуального задания должен соответствовать всем критериям оценки в соответствии с компетенциями, установленными для заданного раздела дисциплины.

Промежуточный контроль по дисциплине осуществляется проведением экзамена.

Форма проведения экзамена – письменный ответ по утвержденным экзаменационным билетам, сформулированным с учетом содержания учебной дисциплины. После выполнения письменной работы обучающегося производится ее оценка преподавателем и, при необходимости, проводится теоретическая беседа с обучаемым для уточнения экзаменационной оценки.

Паспорт оценочных материалов по дисциплине

Модуль 1

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части)	Вид, метод, форма оценочного мероприятия
1	2	3	4
1	<i>Раздел 1</i> Введение в математический анализ	УК-1.1; УК-1.2; ОПК-1.1; ОПК-1.2;	Экзамен
2	<i>Раздел 2</i> Дифференциальное исчисление функций одной переменной	УК-1.1; УК-1.2; ОПК-1.1; ОПК-1.2;	Экзамен
3	<i>Раздел 3</i> Применение дифференциального исчисления для исследования функций и построения их графиков	УК-1.1; УК-1.2; ОПК-1.1; ОПК-1.2;	Экзамен
4	<i>Раздел 4</i> Неопределенный интеграл	УК-1.1; УК-1.2; ОПК-1.1; ОПК-1.2;	Экзамен

Модуль 2

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части)	Вид, метод, форма оценочного мероприятия
1	2	3	4
1	<i>Раздел 5</i> Определенный интеграл и его приложения	УК-1.1; УК-1.2; ОПК-1.1; ОПК-1.2;	Экзамен
2	<i>Раздел 6</i> Функции нескольких переменных	УК-1.1; УК-1.2; ОПК-1.1; ОПК-1.2;	Экзамен
3	<i>Раздел 7</i> Числовые и функциональные ряды	УК-1.1; УК-1.2; ОПК-1.1; ОПК-1.2;	Экзамен
4	<i>Раздел 8</i> <i>Двойные и тройные интегралы</i>	УК-1.1; УК-1.2; ОПК-1.1; ОПК-1.2;	Экзамен

Критерии оценивания компетенций (результатов)

- 1). Уровень усвоения материала, предусмотренного программой.
- 2). Умение анализировать материал, устанавливать причинно-следственные связи.
- 3). Ответы на вопросы: полнота, аргументированность, убежденность, умение
- 4). Качество ответа (его общая композиция, логичность, убежденность, общая эрудиция)

5). Использование дополнительной литературы при подготовке ответов.

Уровень освоения сформированности знаний, умений и навыков по дисциплине оценивается в форме бальной отметки:

«Отлично» заслуживает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «отлично» выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.

«Хорошо» заслуживает студент, обнаруживший полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка «хорошо» выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

«Удовлетворительно» заслуживает студент, обнаруживший знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «удовлетворительно» выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

«Неудовлетворительно» выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Типовые контрольные задания или иные материалы

Вопросы к экзамену по дисциплине

Модуль 1

1. Понятие функции. Область определения, способы задания, график. Четные и нечетные, периодические функции.
2. Сложные, обратные и неявные функции. Ограниченные и монотонные функции.

3. Числовые последовательности: определение, способы задания, ограниченные, монотонные. Предел числовой последовательности.
4. Свойства сходящихся последовательностей.
5. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Бесконечно большие последовательности и их свойства. Связь б/м и б/б последовательностей.
6. Свойства пределов суммы, произведения и частного.
7. Аксиома непрерывности. Принцип вложенных и стягивающихся отрезков. Понятие подпоследовательности. Связь предела последовательности и ее подпоследовательностей.
8. Верхняя и нижняя грани множества. Монотонные последовательности. Условия существования предела монотонной последовательности.
9. Второй замечательный предел. Число e .
10. Предельная точка и предел функции в точке. Определение предела на языке $\epsilon - \delta$ (по Коши) и на языке последовательностей (по Гейне). Свойства пределов функции.
11. Односторонние пределы функции в точке и их связь с пределом функции в точке. Пределы монотонных функций.
12. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства. Сравнение б.м.ф. и б.б.ф. Символы o и O .
13. Эквивалентные бесконечно малые функции в пределах. Таблица эквивалентных б.м.ф.
14. Первый замечательный предел.
15. Непрерывность функции в точке; непрерывность в точке слева и справа.
16. Непрерывность сложной функции, переход к пределу под знаком непрерывной функции.
17. Точки разрыва и их классификация.
18. Свойства функций непрерывных на отрезке: первая и вторая теоремы Больцано–Коши (обращение в ноль, существование промежуточных значений), первая и вторая теоремы Вейерштрасса (ограниченность, существование наибольшего и наименьшего значений), существование обратной функции.
19. Производная функции, ее геометрический и механический смысл.
20. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
21. Производная обратной и сложной функции. Производные обратных тригонометрических функций.
22. Таблица производных основных элементарных функций.
23. Производная суммы, произведения и частного двух функций.
24. Односторонние и бесконечные производные.
25. Дифференцируемость функции, связь между дифференциалом и производными.
26. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Инвариантность формы первого дифференциала.
27. Применение дифференциала для приближенных вычислений.
28. Первая и вторая производные функций, заданных параметрически.

29. Производные и дифференциалы высших порядков.
30. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Ролля и их применение.
31. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Лагранжа, Коши и их применение.
32. Правило Лопиталья.
33. Формула Тейлора. Представление функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $(1 \pm x)^a$ по формуле Тейлора.
34. Условия монотонности функции.
35. Экстремумы функции. Необходимые и достаточные условия локального экстремума.
36. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.
37. Исследования функции на выпуклость и вогнутость. Точки перегиба.
38. Асимптоты функции.
39. Общая схема исследования функции и построения ее графика.
40. Основные элементарные функции и их свойства.
41. Первообразная. Неопределенный интеграл и его свойства.
42. Методы интегрирования (простейшие приемы интегрирования, замена переменной и интегрирование по частям).
43. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование.
44. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на неприводимые множители. Разложение рациональных дробей на простейшие. Интегрирование рациональных функций.
45. Интегрирование иррациональных функций.
46. Интегрирование тригонометрических функций.

Вопросы к экзамену по дисциплине

Модуль 2

1. Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Определение интеграла Римана.
2. Свойства интеграла Римана.
3. Основные классы интегрируемых функций.
4. Определенный интеграл с переменным верхним пределом и его свойства.
5. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определенном интеграле.
6. Вычисление определенного интеграла от четных, нечетных и периодических функций.
7. Приложение определенного интеграла к вычислению площади.
8. Приложение определенного интеграла к вычислению объема.
9. Определение длины дуги. Приложение определенного интеграла к вычислению длины дуги.
10. Несобственные интегралы с бесконечными пределами; их основные

- свойства и признаки сходимости.
11. Несобственные интегралы от неограниченных функций; их основные свойства и признаки сходимости.
 12. Функции нескольких переменных (ФНП): определение, область определения и область значений, график, частные производные (определения, геометрический смысл).
 13. Полное приращение и полный дифференциал ФНП. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости ФНП.
 14. Полная производная, частные производные сложной ФНП.
 15. Неявные функции. Дифференцирование неявно заданных функций.
 16. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
 17. Формула Тейлора для ФНП.
 18. Производная ФНП по направлению.
 19. Градиент ФНП и его свойства.
 20. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности.
 21. Необходимые и достаточные условия безусловного локального экстремума.
 22. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на замкнутом множестве.
 23. Условный экстремум. Функция Лагранжа.
 24. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами.
 25. Ряды с положительными членами. Необходимое и достаточное условие сходимости.
 26. Теоремы сравнения. «Эталонные» ряды.
 27. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости.
 28. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница.
 29. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости и их свойства.
 30. Функциональные ряды. Область сходимости.
 31. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса.
 32. Свойства равномерно сходящихся рядов.
 33. Степенные ряды. Теорема Абеля.
 34. Радиус сходимости. Свойства степенных рядов.
 35. Ряды Тейлора и Маклорена.
 36. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
 37. Применение степенных рядов для приближенных вычислений.
 38. Задачи, приводящие к понятию двойного и тройного интегралов.
 39. Двойные, тройные интегралы, их свойства.
 40. Вычисление кратных интегралов повторным интегрированием.
 41. Замена переменных в двойных интегралах. Переход к полярным координатам.
 42. Замена переменных в тройных интегралах. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам

Типовые задания для самостоятельной работы

1. Чтение и анализ научной литературы по темам и проблемам курса.
2. Конспектирование, аннотирование учебных пособий.
3. Реферирование научных источников.
4. Проектирование методов исследования и исследовательских методик.
5. Подготовка выступлений для коллективной дискуссии.
6. Выполнение курсовых расчетов

СПИСОК

заданий на проверку знания

Фонд оценочных средств промежуточной аттестации, проводимой в форме экзамена или зачета, включает

1. типовые теоретические вопросы;
2. дополнительные вопросы;
3. типовые практические задачи.

Оценочные средства приведены ниже для каждого из семестров обучения. Разрешается и иная формулировка вопроса или примера, без изменения его смысла или содержания, например, дробление, изменение условий или иное.

Примеры типовых теоретических вопросов (уровень усвоения хорошо и отлично)

Модуль 1

1. Комплексные числа, действия с ними в алгебраической форме.
2. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Формула Эйлера.
3. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме.
4. Формула Муавра. Корни из комплексных чисел.
5. Понятие функции. Область определения, способы задания, график. Чётные и нечётные, периодические функции.
6. Сложные, обратные и неявные функции. Ограниченные и монотонные функции.
7. Числовые последовательности: определение, способы задания, ограниченные, монотонные. Предел числовой последовательности.
8. Свойства сходящихся последовательностей.
9. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Бесконечно большие последовательности и их свойства. Связь б/м и б/б последовательностей.
10. Свойства пределов суммы, произведения и частного.
11. Монотонные последовательности. Условия существования предела монотонной последовательности. Число e .

12. Предельная точка и предел функции в точке. Определение предела на языке $\epsilon - \delta$ (по Коши) и на языке последовательностей (по Гейне). Свойства пределов функции.
13. Эквивалентные бесконечно малые функции в пределах. Таблица эквивалентных б.м.ф.
14. Первый и второй замечательные пределы.
15. Непрерывность функции в точке; односторонняя непрерывность в точке.
16. Точки разрыва и их классификация.
17. Производная функции, её геометрический и механический смысл.
18. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
19. Производная обратной и сложной функции. Производные обратных тригонометрических функций.
20. Таблица производных основных элементарных функций.
21. Производная суммы, произведения и частного двух функций.
22. Дифференцируемость функции, связь между дифференциалом и производными.
23. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Инвариантность формы записи первого дифференциала.
24. Применение дифференциала для приближенных вычислений.
25. Производные и дифференциалы высших порядков.
26. Первая и вторая производные функций, заданных параметрически.
27. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши и их применение.
28. Правило Лопиталю.
29. Формула Тейлора. Представление функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $(1 \pm x)^a$ по формуле Тейлора.
30. Условия монотонности функции.
31. Экстремумы функции. Необходимые и достаточные условия локального экстремума.
32. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.
33. Исследования функции на выпуклость и вогнутость. Точки перегиба.
34. Асимптоты функции.
35. Общая схема исследования функции и построения её графика.
36. Основные элементарные функции и их свойства.
37. Первообразная. Неопределённый интеграл и его свойства.
38. Методы интегрирования (простейшие приёмы интегрирования, замена переменной и интегрирование по частям).
39. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование.
40. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на неприводимые множители. Разложение рациональных дробей на простейшие. Интегрирование рациональных функций.
41. Интегрирование иррациональных функций.
42. Интегрирование тригонометрических функций.
43. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Определение интеграла Римана.

44. Свойства интеграла Римана.
45. Основные классы интегрируемых функций.
46. Определённый интеграл с переменным верхним пределом и его свойства.
47. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.
48. Приложение определённого интеграла к вычислению площади.
49. Приложение определённого интеграла к вычислению объёма.
50. Определение длины дуги. Приложение определённого интеграла к вычислению длины дуги.
51. Несобственные интегралы с бесконечными пределами от неограниченных функций; их основные свойства и признаки сходимости.

Модуль 2

1. Функции нескольких переменных (ФНП): определение, область определения и область значений, график, частные производные (определения, геометрический смысл).
2. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности.
3. Полное приращение и полный дифференциал ФНП. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости ФНП.
4. Полная производная, частные производные сложной ФНП.
5. Неявные функции. Дифференцирование неявно заданных функций.
6. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
7. Формула Тейлора для ФНП.
8. Производная ФНП по направлению.
9. Градиент ФНП и его свойства.
10. Необходимые и достаточные условия безусловного локального экстремума.
11. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на замкнутом множестве.
12. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами.
13. Ряды с положительными членами. Необходимое и достаточное условие сходимости.
14. Теоремы сравнения. «Эталонные» ряды.
15. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости.
16. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница.
17. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости и их свойства.
18. Функциональные ряды. Область сходимости.
19. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса.
20. Свойства равномерно сходящихся рядов.
21. Степенные ряды. Теорема Абеля.
22. Радиус сходимости. Свойства степенных рядов.
23. Ряды Тейлора и Маклорена.
24. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
25. Применение степенных рядов для приближенных вычислений.

26. Тригонометрическая система функций. Ряд Фурье 2π -периодических функций.
27. Разложение в ряд Фурье чётных и нечётных функций.
28. Ряды Фурье 2π -периодических функций.
29. Разложение в ряд Фурье непериодических функций.
30. Ряд Фурье в комплексной форме.
31. Задачи, приводящие к понятию двойного и тройного интегралов.
32. Двойные, тройные интегралы, их свойства.
33. Вычисление кратных интегралов повторным интегрированием.
34. Замена переменных в двойных интегралах. Переход к полярным координатам.
35. Замена переменных в тройных интегралах. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам.

Примеры типовых теоретических вопросов (уровень усвоения удовлетворительно)

Модуль 1

1. Действительной частью комплексного числа $z = x + iy$ называется ...
2. Коэффициентом при мнимой части комплексного числа $z = x + iy$ называется ...
3. Сопряжённым к комплексному числу $z = x + iy$ называется число ...
4. Записать формулу умножения комплексных чисел в тригонометрической форме.
5. Записать формулу Муавра
6. Записать формулу деления комплексных чисел в тригонометрической форме.
7. Функция $y = f(x)$ называется четной, если ...
8. Функция $y = f(x)$ называется ограниченной, если ...
9. Функция $y = f(x)$ называется периодической, если ...
10. Число A называется пределом последовательности $\{a_n\}$, если $\forall \varepsilon > 0 \dots$
11. Записать определение предела функции в точке по Коши.
12. Функция $\alpha(x)$ называется бесконечно малой в точке x_0 , если ...
13. Сформулировать теорему о пределе монотонной последовательности (функции).
14. Бесконечно малые в точке x_0 функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ называются эквивалентными, если ...
15. Составить таблицу эквивалентных бесконечно малых функций.
16. Функция $y = f(x)$ называется непрерывной в точке x_0 , если ...
17. Точка x_0 называется точкой устранимого разрыва функции $y = f(x)$, если..
18. Точка x_0 называется точкой разрыва с конечным скачком функции $y = f(x)$, если ...

19. Точка x_0 называется точкой разрыва 2 рода функции $y = f(x)$, если ...
20. Функция $y = f(x)$ называется непрерывной на отрезке $[a, b]$, если ...
21. Сформулировать теорему об обращении в ноль функции, непрерывной на отрезке.
22. Сформулировать геометрический смысл производной функции.
23. Сформулировать механический (физический) смысл производной функции.
24. Записать формулу логарифмического дифференцирования.
25. Составить таблицу производных.
26. Составить таблицу дифференциалов.
27. Записать формулу для вычисления производной параметрически заданной функции.
28. Уравнение нормали к графику функции $y = f(x)$ в точке x_0 имеет вид ...
29. Дать определение дифференциала функции.
30. Сформулировать необходимое и достаточное условие дифференцируемости.
31. Сформулировать достаточное условие возрастания функции $y = f(x)$ на интервале (a, b) .
32. Сформулировать достаточное условие убывания функции $y = f(x)$ на интервале (a, b) .
33. Сформулировать необходимое условие экстремума функции $y = f(x)$ в точке x_0 (теорема Ферма).
34. Дать определение стационарной точки функции.
35. Сформулировать достаточное условие экстремума функции $y = f(x)$ в точке x_0 .
36. Записать формулировку теоремы Лагранжа.
37. Функция $y = f(x)$ называется выпуклой на интервале (a, b) , если ...
38. Функция $y = f(x)$ называется вогнутой на интервале (a, b) , если ...
39. Сформулировать достаточное условие выпуклости функции $y = f(x)$ на интервале (a, b) .
40. Сформулировать достаточное условие вогнутости функции $y = f(x)$ на интервале (a, b) .
41. Дать определение точки перегиба графика функции.
42. Дать определение наклонной асимптоты к графику функции.
43. Дать определение вертикальной асимптоты к графику функции.
44. Составить таблицу неопределённых интегралов.
45. Привести формулу замены переменного под знаком неопределённого интеграла.
46. Привести формулу интегрирования по частям в неопределённом интеграле.
47. Дать определение интегральной суммы функции $y = f(x)$ на отрезке $[a, b]$.

48. Записать определение $\int_a^b f(x) dx$.
49. Сформулировать теорему о среднем значении функции $y = f(x)$ на отрезке $[a, b]$.
50. Дать определение интеграла с переменным верхним пределом.
51. Записать формулу Ньютона-Лейбница.
52. Привести формулу замены переменного под знаком определённого интеграла.
53. Привести формулу интегрирования по частям в определённом интеграле.
54. Площадь фигуры, заданной уравнением $r = r(\varphi), \varphi \in [\alpha, \beta]$, в полярной системе координат, вычисляется по формуле $S = \dots$
55. Длина кривой, заданной уравнением $y = f(x), x \in [a, b]$, в прямоугольной декартовой системе координат, вычисляется по формуле $L = \dots$
56. Объем тела, образованного вращением графика функции $y = f(x), x \in [a, b]$, вокруг оси Ox вычисляется по формуле $V = \dots$
57. Длина кривой, заданной уравнением $r = r(\varphi), \varphi \in [\alpha, \beta]$, в полярной системе координат, вычисляется по формуле $L = \dots$
58. Дать определение несобственного интеграла первого рода.

Модуль 2

1. Записать определение частной производной $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z = f(x, y)$.
2. Записать определение дифференциала функции $z = f(x, y)$.
3. Дифференциал второго порядка для функции $z = f(x, y)$ находится по формуле $d^2z = \dots$
4. Сформулировать достаточное условие дифференцируемости функции $z = f(x, y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$.
5. Записать геометрический смысл частной производной $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z = f(x, y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$.
6. Дать определение производной функции $u = f(x, y, z)$ по направлению вектора \vec{e} .
7. Записать уравнение касательной плоскости к графику функции $z = f(x, y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$.
8. Записать уравнение нормали к графику функции $z = f(x, y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$.
9. Дать определение точки максимума функции $z = f(x, y)$.
10. Сформулировать необходимое условие экстремума функции $z = f(x, y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$.

11. Сформулировать достаточное условие экстремума функции $z = f(x, y)$ в стационарной точке $M_0(x_0, y_0)$.
12. Сформулировать необходимое условие сходимости числового ряда.
13. Записать формулировку первой теоремы сравнения для рядов с положительными членами.
14. Записать формулировку признака Даламбера.
15. Записать формулировку алгебраического признака Коши.
16. Сформулировать теорему Лейбница о сходимости знакочередующихся рядов.
17. Дать определение абсолютно сходящегося числового ряда.
18. Записать формулировку теоремы Абеля.
19. Записать формулы вычисления коэффициентов Фурье 2π -периодической четной функции.
20. Записать формулы вычисления коэффициентов Фурье 2π -периодической нечетной функции.
21. Записать формулы вычисления коэффициентов Фурье 2π -периодической четной функции в комплексной форме.
22. Записать определение среднего значения непрерывной функции $f(x, y)$ в области D .
23. Записать формулу вычисления двойного интеграла в ПДСК.
24. Записать формулу вычисления тройного интеграла в ПДСК.
25. Записать формулу перехода в двойном интеграле к полярной системе координат.
26. Записать формулу перехода в тройном интеграле к цилиндрической системе координат.

Примеры типовых задач (уровень усвоения удовлетворительно)

1 семестр

1. Записать число $z = -\sqrt{3} + 3i$ в тригонометрической форме
2. Вычислить в алгебраической форме $\frac{1-i}{1+2i} + \frac{2+i}{3-i}$
3. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, заданное условиями $\begin{cases} |z - i| \geq 2 \\ \operatorname{Re} z < 1 \end{cases}$
4. Вычислить по формуле Муавра $(\sqrt{3} - i)^6$
5. Найти все корни $\sqrt[3]{-2 - 2i}$ и изобразить их на комплексной плоскости.
6. Решить уравнение $z^3 + 27 = 0$ в комплексных числах.
7. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$
8. Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 3n - 7}{(2n + 1)^2 - n^2}$

9. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$

10. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x-1}$

11. Вычислить $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 3x - 1}{x^2 + x - 2} \right)^x$

12. Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-5}{n+3} \right)^{n-1}$

13. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{e^x - 1}$

14. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x^2)}{3x^2 + x^3}$

15. Вычислить $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{x+2}$

16. Построить график функции $f(x) = \begin{cases} 3-x^2 & \text{при } x \leq 1 \\ x+1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$ и исследовать эту функцию на непрерывность в точке $x_0 = 1$

17. Вычислить производную функции $y = \frac{\cos \sqrt{x}}{x^2 + \sin^3 x}$

18. Вычислить производную $y = \sin x \cdot 5^{2x} \cdot \ln x$

19. Найти дифференциал функции $y = \ln(x^2 + 1)$ при переходе от точки $x_0 = 0$ к точке $x = 1$.

20. Записать уравнение касательной к графику функции $y = \sqrt{5x+4}$ в точке $x_0 = 1$.

21. Найти первую производную параметрически заданной функции $\begin{cases} y = t^7 + 7t \\ x = t^5 + 3t. \end{cases}$

22. Уравнение движения точки по оси Ox есть $x = 100 + 5t - 0,001t^3$. Найти скорость и ускорение точки в момент времени $t = 10$.

23. Приблизённо вычислить значение $y^{(x)}$, используя первый дифференциал, если $y = \sqrt[5]{x}$, $x = 31,2$.

24. Многочлен Тейлора $P_4(x)$ для функции $y = e^x$ при $x_0 = 0$ имеет вид $P_4(x) = \dots$

25. Многочлен Тейлора $P_3(x)$ для функции $y = (1+x)^{1/2}$ при $x_0 = 0$ имеет вид $P_3(x) = \dots$

26. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x^3 - 21x^2 + 36x - 10$ на отрезке $[0,3]$.

27. Найти точки перегиба графика функции $y = x^4 - 6x^3 + 12x^2 + 7x - 5$.

28. Исследовать на экстремум функцию $y = (x-5)e^x$.

29. Найти промежутки возрастания и убывания функции $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 5$
30. Найти асимптоты функции $y = \frac{x}{x^2 - 3}$
31. Провести полное исследование и построить график функции $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$
32. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$ по правилу Лопиталя
33. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{e^x - 1}$ по правилу Лопиталя
34. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{x + 2}$ по правилу Лопиталя
35. Вычислить $\int (2x + 3)e^{4x} dx =$
36. Вычислить $\int \frac{5dx}{x^2 + 2x - 3} =$
37. Вычислить $\int \frac{x \ln x}{e^x} dx =$
38. Вычислить $\int \frac{dx}{e^{2x} + 3}$
39. Вычислить $\int \frac{xdx}{\sqrt{3 - x^4}}$
40. Вычислить $\int \frac{x \cos 3x dx}{1 + \ln(x + 2)}$
41. Вычислить $\int \frac{x + 2}{2x - 1} dx$
42. Вычислить $\int \frac{dx}{(x - 1)(x - 2)}$
43. Вычислить $\int \frac{x^3 dx}{x^2 - 6x + 5}$
44. Вычислить $\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 8}$
45. Вычислить $\int \frac{\sqrt{x} dx}{1 + \sqrt{x}}$
46. Вычислить $\int \frac{\sqrt{4 - x^2} dx}{dx}$
47. Вычислить $\int \frac{dx}{4 - 5 \sin x}$
48. Вычислить $\int \frac{dx}{3 \sin x - 4 \cos x}$
49. Вычислить $\int \frac{\sin 2x dx}{3 + 4 \sin^2 x}$
50. Вычислить интеграл $\int_2^3 \frac{2x + 5}{(x - 1)(x - 5)} dx$.
51. Вычислить интеграл $\int_0^1 (2x + 3)e^{5x} dx$

52. Вычислить интеграл $\int_0^{\pi} \frac{dx}{3+2\cos x}$

53. Найти площадь области, ограниченной кривыми $y = x^2/2$ и $y = 2 - \frac{3x}{2}$, заданными в прямоугольной декартовой системе координат

54. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $y = \ln x$ и прямыми $x = e$, $x = e^2$, $y = 0$.

55. Найти длину дуги кривой $y = 2x^{3/2}$, $0 \leq x \leq 11$

56. Найти объем тел, образованных вращением фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$ вокруг оси Ox_1

57. Вычислить несобственный интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{dx}{(x^5+1)^4}$

2 семестр

1. Если $z = x^3y^2 + 5x$, то $dz = \dots$

2. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если $z = x^3y + e^{xy}$ и $y = \sin x$.

3. Найти dt , если $z = xy^2 + e^{2y}$, $y = t^3$ и $x = \ln t$.

4. Если $z = xy^2 + \cos(2x+5y)$, то $d^2z = \dots$

5. Найти частные производные первого порядка для функции $z = xe^{xy} + \ln(xy^2)$

6. Найти $\text{grad } u$, если $u = \cos(xy) + z^2x - z^3y^2$.

7. Найти направление наибольшего изменения функции $z = x^3y^2 - xy^3$ в точке (2;1).

8. Найти производную функции $z = x^2 - xy + y^2$ в точке $M(1;1)$ в направлении вектора $\vec{e}(6;8)$.

9. Найти стационарные точки функции $z = 3x^2y + y^3 - 18x - 30y$.

10. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2+1}{5n^2-2}$

11. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2+(-1)^n}{n^3+5n}$

12. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} n \text{tg}^3\left(\frac{1}{n}\right)$

13. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{8^n}$

14. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+5}\right)^{-n}$

15. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$

16. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n \cdot 3^n}$
17. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{(n+3) \cdot 2^n}$
18. Записать разложение в ряд Маклорена функции $y = \sin 4x$
19. Разложить функцию $y(x)$ в ряд по степеням $(x-x_0)$, если $y = e^{x-1}$, $x_0 = 3$
20. Вычислить $\int_0^x \frac{\sin x}{x} dx$ с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.
21. Вычислить коэффициент Фурье a_4 2π -периодической функции $y = f(x)$, если $f(x) = x^2$, $x \in (-\pi, \pi)$.
22. Вычислить коэффициент Фурье b_7 2π -периодической функции $y = f(x)$, если $f(x) = |x|$, $x \in (-\pi, \pi)$.
23. Вычислить коэффициент Фурье a_6 2π -периодической функции $y = f(x)$, если $f(x) = x^5$, $x \in (-\pi, \pi)$.
24. Вычислить коэффициент Фурье b_5 2π -периодической функции $y = f(x)$, если $f(x) = x$, $x \in (-\pi, \pi)$.
25. Вычислить $\iint_D (4x + 2y) dx dy$, если D ограничена линиями $y = x^2 + 1$, $y = x - 1$, $x = 0$, $x = 2$
26. Изменить пределы интегрирования в интеграле $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{x}} f(x,y) dy$