ПРИЛОЖЕНИЕ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ИМЕНИ. В.Ф. УТКИНА

Кафедра «Вычислительная и прикладная математика»

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

«Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки
09.03.01 «Информатика и вычислительная техника»

Направленность (профиль) подготовки
«Вычислительные машины, комплексы, системы и сети»
«Системный анализ и инжиниринг информационных процессов»
«Системы автоматизированного проектирования»

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная, заочная

Рязань

1 ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Основная задача – обеспечить оценку уровня сформированности компетенций и индикаторов их достижения, приобретаемых обучающимся в соответствии с этими требованиями.

Контроль знаний обучающихся проводится в форме текущего контроля и промежуточной аттестации – экзамена.

Текущий контроль успеваемости проводится с целью определения степени усвоения учебного материала, своевременного выявления и устранения недостатков в подготовке обучающихся и принятия необходимых мер по совершенствованию методики преподавания учебной дисциплины,организации работы обучающихся в ходе учебных занятий и проведения, в случае необходимости, индивидуальных консультаций. К контролю текущей успеваемости относятся проверка знаний, умений и навыков обучающихся на практических занятиях по результатам выполнения и защиты обучающимися индивидуальных заданий, по результатам выполнения контрольных работ и тестов, по результатам проверки качества конспектов лекций и иных материалов.

В качестве оценочных средств на протяжении семестра используется устные и письменные ответы студентов на индивидуальные вопросы, письменное тестирование по теоретическим разделам курса. Дополнительным средством оценки знаний и умений студентов является отчет о выполнении практических заданий и его защита.

Промежуточная аттестация студентов по данной дисциплине проводится на основании результатов выполнения практических заданий. При выполнении практических заданий применяется система оценки «зачтено – не зачтено». Количество практических занятий по дисциплине определено утвержденным учебным графиком.

По итогам курса студенты сдают в конце семестра обучения экзамен. Форма проведения экзамена – устный ответ, по утвержденным экзаменационным билетам, сформулированным с учетом содержания учебной дисциплины. В экзаменационный билет включается один теоретический вопрос по темам курса и две практические задачи.

2 ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Сформированность каждой компетенции в рамках освоения данной дисциплины оценивается по трехуровневой шкале:

1) пороговый уровень является обязательным для всех обучающихся по завершении освоения дисциплины;
2) продвинутый уровень характеризуется превышением минимальных характеристик сформированности компетенций по завершении освоения дисциплины;
3) эталонный уровень характеризуется максимально возможной выраженностью компетенций и является важным качественным ориентиром для самосовершенствования.

Уровень освоения компетенций, формируемых дисциплиной

а) описание критериев и шкалы оценивания тестирования:

Шкала оценивания	**Критерий**
3 балла (эталонный уровень)	уровень усвоения материала, предусмотренного программой: процент верных ответов на тестовые вопросы от 85 до 100%
2 балла (продвинутый уровень)	уровень усвоения материала, предусмотренного программой: процент верных ответов на тестовые вопросы от 75 до 84%
1 балл (пороговый уровень)	уровень усвоения материала, предусмотренного программой: процент верных ответов на тестовые вопросы от 60 до 74%
0 баллов	уровень усвоения материала, предусмотренного программой: процент верных ответов на тестовые вопросы от 0 до 59%

б) описание критериев и шкалы оценивания теоретического вопроса:

Шкала оценивания	**Критерий**
3 балла (эталонный уровень)	выставляется студенту, который дал полный ответ на вопрос, показал глубокие систематизированные знания, смог привести примеры, ответил на дополнительные вопросы преподавателя.
2 балла (продвинутый уровень)	выставляется студенту, который дал полный ответ на вопрос, но на некоторые дополнительные вопросы преподавателя ответил

	только с помощью наводящих вопросов.
1 балл (пороговый уровень)	выставляется студенту, который дал неполный ответ на вопрос в билете и смог ответить на дополнительные вопросы только с помощью преподавателя.
0 баллов	выставляется студенту, который не смог ответить на вопрос

в) описание критериев и шкалы оценивания практического задания:

Шкала оценивания	**Критерий**
3 балла (эталонный уровень)	Задание решено верно
2 балла (продвинутый уровень)	Задание решено верно, но имеются технические неточности в выполнении
1 балл (пороговый уровень)	Задание решено верно, с дополнительными наводящими вопросами преподавателя
0 баллов	Задание не решено

На экзамен выносится: 2 практических задания и 1 теоретический вопрос. Студент может набрать максимум 9 баллов. Итоговый суммарный балл студента, полученный при прохождении промежуточной аттестации, переводится в традиционную форму по системе «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Шкала оценивания	**Критерий**	
отлично (эталонный уровень)	8 – 9 баллов	Обязательным условием является выполнение всех предусмотренных в течение семестра практических заданий и лабораторных работ.
хорошо (продвинутый уровень)	6 – 7 баллов	
удовлетворительно (пороговый уровень)	4 – 5 баллов	
неудовлетворительно	0 – 3 баллов	Студент не выполнил всех предусмотренных в течение семестра текущих заданий

3 ПАСПОРТ ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

Контролируемые разделы (темы) дисциплины	**Код контролируемой компетенции (или её части)**	**Наименование оценочного средства**
Введение. Элементы комбинаторики	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Экзамен
Основы теории вероятностей	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Экзамен
Дискретные случайные величины (ДСВ)	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Экзамен
Непрерывные случайные величины (НСВ)	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Экзамен
Многомерные случайные величины. Предельные теоремы	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Экзамен
Вариационные ряды и их характеристики	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Экзамен
Статистические оценки параметров распределения	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Экзамен
Проверка статистических гипотез	ОПК-1.1 ОПК-1.2	Экзамен

Для заочной формы обучения дополнительно предусмотрена контрольная работа, включающая все контролируемые разделы (темы) дисциплины.

4 ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

4.1 Промежуточная аттестация (экзамен)

ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;
ОПК-1.1. Демонстрирует естественнонаучные и общеинженерные знания, знания методов математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования

а) типовые тестовые вопросы закрытого типа

1. При подбрасывании идеального кубика какие события будут образовывать разбиение пространства? (возможно несколько правильных вариантов)
   «Выпало четное количество очков» и « Выпало нечетное количество очков»
   «Выпало меньше 2» и «Выпало больше 2»
   «Выпало меньше 3» и «Выпало хотя бы 3»
   «Выпало четное число» и «Выпало число большее 4»
1. Событий какого вида из перечисленных не существует с точки зрения теории вероятностей?
   Достоверные события
   Невозможные события
   Решающие события
   Случайные события
2. Пусть производится 1000 независимых испытаний, вероятность появления события A в каждом из них постоянна и равна 0,03. Вероятность того, что событие A при этом появится k раз находится по…
   формуле Пуассона
   интегральной формуле Муавра-Лапласа
   локальной формуле Муавра-Лапласа
   формуле Бернулли
3. Выберите все верные утверждения:
   Математическое ожидание плохо отражает типичного представителя распределения, если есть значения с большими вероятностями, но нет выбросов
   Математическое ожидание может плохо отражать типичного представителя распределения, если есть выбросы, даже если их вероятность невелика
   Выбросы могут сильно завышать или занижать математическое ожидание
   Математическое ожидание не используется для оценки распределения, вместо него оценивается мода
4. Выберите все верные утверждения:
   Медиана и математическое ожидание одинаково чувствительны к выбросам
   Медиана более чувствительна к выбросам, чем математическое ожидание
   Медиана менее чувствительна к выбросам, чем математическое ожидание
   Справа и слева от медианы, включая саму медиану, лежит хотя бы половина распределения
5. Выберите все верные утверждения:
   Дисперсия является мерой центра распределения
   Дисперсия является мерой разброса распределения
   Чем меньше стандартное отклонение, тем распределение менее разрежено
   Чем меньше стандартное отклонение, тем распределение более разрежено
   Дисперсию проще интерпретировать, так как она измеряется в тех же единицах, что и сама случайная величина
   Стандартное отклонение проще интерпретировать, так как оно измеряется в тех же единицах, что и сама случайная величина
6. Функцией распределения случайной величины X называют функцию $F(x)$, определяющую вероятность того, что случайная величина X в результате испытания примет значение:
   меньше x
   не меньше x
   больше x

не больше x
равное x

7. Пусть производится 400 независимых испытаний, вероятность появления события A в каждом из них постоянна и равна 0,08. Вероятность того, что событие A при этом появится от a до b раз находится по…
   формуле Пуассона
   локальной формуле Муавра-Лапласа
   интегральной формуле Муавра-Лапласа
   для подобного события расчетная формула не указана
8. Закон распределения дискретной случайной величины, заданной следующей таблицей, называется законом …

x_i	0	1		m		n
p_i	q^n	$C_n^1 pq^{n-1}$	…	$C_n^m p^m q^{n-m}$	…	p^n

   нормального распределения
   биномиального распределения
   геометрического распределения
   редких явлений (законом Пуассона)
9. Вы стреляете в тире по мишени. У вас 7 выстрелов. Каждый раз вы попадаете в центр мишени с вероятностью 60%. Какое распределение лучше всего подойдет для количества попаданий в центр мишени?
   Равномерное
   Геометрическое
   Биномиальное
   Пуассон
10. Какое распределение моделирует случайные величины, которые кучно расположены вокруг среднего, а по мере удаления от него – более разрежено
   экспоненциальное распределение
   нормальное распределение
   равномерное распределение
   распределение Пуассона
   нет подходящего ответа
11. Укажите какая (какие) из функций могут задавать функцию распределения дискретной случайной величины X:

$$F(X)=\begin{cases}0, & при \quad x\le 0\\ 0.2, & при \quad 0<x\le 1\\ 0.8, & при \quad x>1\end{cases}$$

$$F(X)=\begin{cases}0, & при \quad x\le 0\\ 0.2, & при \quad 0<x\le 1\\ 1, & при \quad x>1\end{cases}$$ (***верно***)

$$F(X)=\begin{cases}0, & при \quad x\le 0\\ 0.2, & при \quad 0<x\le 1\\ 0, & при \quad x>1\end{cases}$$

$$F(X)=\begin{cases}0, & при \quad x\le 0\\ 1, & при \quad 0<x\le 1\\ 0, & при \quad x>1\end{cases}$$

12. Выберите все верные утверждения:
   Ковариация всегда от -1 до 1
   Корреляция всегда от -1 до 1
   Дисперсия всегда неотрицательна
   Матожидание случайной величины с целыми значениями – всегда целое число
13. Репрезентативная выборка — это выборка...
   совпадающая по размеру с генеральной совокупностью
   характеристики которой отражают характеристики генеральной совокупности
   отобранная для исследования из генеральной совокупности
   составляющая ровно половину случайных объектов генеральной совокупности
14. Сумма абсолютных частот признака равна:
   объему выборки n
   среднему арифметическому значений признака
   нулю

единице

15. Выберите верные утверждения:

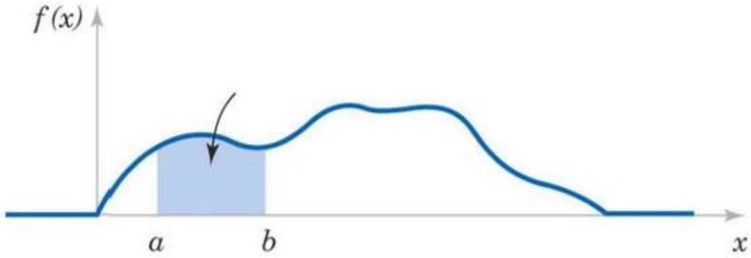
    Биномиальная случайная величина может иметь значение 2.8

    Биномиальная случайная величина может иметь матожидание 2.8

    Биномиальная случайная величина может иметь матожидание равное -2.8

    Пуассоновская случайная величина может принимать любое целое значение от 0 до ∞

16. На представленном графике плотности вероятности $f(x)$ случайной величины X заштрихованная площадь показывает вероятность:



    $P(X > b)$ – вероятность того, что случайная величина X примет значение больше b

    $P(a < X < b)$ ***– вероятность того, что случайная величина X примет значение от a до b***

    $P(X < a)$ – вероятность того, что случайная величина X примет значение меньше a

    Эта площадь не имеет смысла с точки зрения вероятностей значений X

17. При увеличении объема выборки n и одном и том же уровне значимости γ, ширина доверительного интервала

    может как уменьшиться, так и увеличиться

    уменьшается

    не изменяется

    увеличивается

18. Для моделирования случайной величины X – веса москвичей в килограммах лучше подойдет:

    равномерное непрерывное распределение

    экспоненциальное распределение

    нормальное распределение

    стандартное нормальное распределение

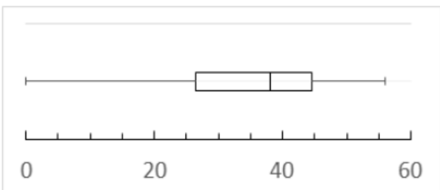
19. Вариационным размахом называют:

    разность между наибольшим и наименьшим значениями ряда распределения

    разность между модой и медианой ряда распределения

    сумма наибольшего и наименьшего значений рядя распределения

20. На наборе данных был построен следующий `boxplot`. Смотря на него, мы можем сказать, что данное распределение:



    симметрично

    смещено вправо

    смещено влево

    `boxplot` не дает представление о характере распределения, нужен график плотности

21. Две переменные называют положительно коррелированными, если:

    при возрастании одной их них вторая имеет тенденцию также возрастать

    при возрастании одной их них вторая имеет тенденцию уменьшаться

    при возрастании одной их них вторая не имеет никакой определенной тенденции ни к росту, ни к падению

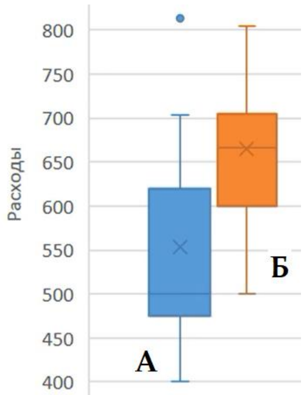
22. Две переменные называют отрицательно коррелированными, если:

    при возрастании одной их них вторая имеет тенденцию также возрастать

при возрастании одной их них вторая имеет тенденцию уменьшаться

при возрастании одной их них вторая не имеет никакой определенной тенденции ни к росту, ни к падению

23. Имеются два графика расходов на мобильную связь в городе **А** и городе **Б**. Какую полезную информацию мы можем получить из их анализа:



в городе А медиана ниже, чем среднее

в городе А медиана выше, чем среднее

расходы на мобильную связь у пользователей в городе А отличаются друг от друга больше, чем у пользователей в городе Б

расходы на мобильную связь у пользователей в городе А нельзя сравнить с расходами пользователей в городе Б

график распределения расходов пользователей в городе А симметричен

график распределения расходов пользователей в городе А имеет длинный «хвост» слева

график распределения расходов пользователей в городе А имеет длинный «хвост» справа

коэффициент асимметрии распределения расходов пользователей в городе А положителен

коэффициент асимметрии распределения расходов пользователей в городе А отрицателен

б) типовые тестовые вопросы открытого типа

1. Какие два основных правила комбинаторики вам известны? (Ответ: ***правило сложения*** и ***правило умножения***)
2. Как называется точка в распределении, слева и справа от которой расположено хотя бы 50% распределения? (Ответ: ***медиана***)
3. Как называются события A и B, если они являются несовместными и образуют полную группу? (Ответ: ***противоположные***)
4. Как называется разность между математическим ожиданием квадрата случайной величины X и квадратом ее математического ожидания? (Ответ: ***дисперсия***)
5. Какие виды случайных величин вам известны? (Ответ: ***дискретные*** и ***непрерывные***)
6. Чему равна вероятность любого, отдельно взятого значения непрерывной случайной величины? (Ответ: ***нулю***)
7. Как в статистике называются нетипичные наблюдения, которые сильно отличаются от остальных? (Ответ: ***выбросы***)
8. Как называется сумма произведений всех значений дискретной случайной величины X на соответствующие им вероятности? (Ответ: ***математическое ожидание***)
9. Какой показатель непрерывной случайной величины характеризует «островершинность» или «плосковершинность» ее распределения? (Ответ: ***эксцесс***)
10. Как называют значения, которые делят набор данных на 4 равные части (по 25 % в каждой)? (Ответ: ***квартили***)
11. Какой закон распределения подойдет для описания следующих случайных величин: продолжительность обслуживания покупателя, время ожидания автобуса (без расписания), время

жизни оборудования до отказа, промежуток времени между поломками и т.п. (Ответ: ***показательный*** он же ***экспоненциальный***)
12. Какой закон распределения подойдет для описания следующих случайных величин: продолжительность жизни населения России, зарплата работников IT-сферы, рост мужчин, вес женщин. (Ответ: ***нормальный***)
13. Чему равен несобственный интеграл в бесконечных пределах от плотности вероятности непрерывной случайной величины? (Ответ: ***единице***)
14. Чему равен коэффициент асимметрии нормального распределения? (Ответ: ***нулю***)
15. Как называется ломаная, отрезки которой соединяют точки с координатами $(x_i;\ n_i)$, где x_i – значение вариационного ряда, n_i – частота, соответствующая этому значению? (Ответ: ***полигон***)
16. Как называется предположение относительно параметров или вида закона распределения генеральной совокупности? (Ответ: ***статистической гипотезой***)

ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;
ОПК-1.2. Применяет естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

а) типовые тестовые вопросы закрытого типа

2. Сколько существует трехзначных чисел, в записи которых нет цифр 5 и 6?
   296
   448
   1024
   576
3. В группе 7 юношей и 5 девушек. На конференцию случайным образом выбирают трех студентов. Определить вероятность того, что на конференцию поедут двое юношей и одна девушка.
   11/28
   21/44
   21/110
4. Среди студентов-первокурсников Университета Галош и Тапочек 30% закончили школу с золотой медалью. Среди медалистов 10% считают, что Земля плоская, а среди немедалистов так думают только 5%. Что удобнее взять в качестве разбиения в этой задаче.
   медалисты и немедалисты
   те, кто считают Землю плоской, и те, кто так не думает
   медалисты, которые считают, что земля не плоская и преподаватели университета
5. События A, B, C и D образуют полную группу. Вероятности событий таковы: P(A)=0,1; P(C)=0,4; P(C)=0,3. Чему равна вероятность события D?
   0,25
   0,4
   0,2
   0,5
6. Два стрелка производят по одному выстрелу. Вероятность попадания в цель для первого и второго стрелков равна 0,6 и 0,9 соответственно. Определить вероятность того, что цель будет поражена.
   0,54
   0,96
   0,996
7. Чему равна вероятность отказа устройства, состоящего из трех независимо работающих элементов с соответствующими вероятностями отказа элементов 0,1; 0,2; 0,05, если для этого достаточно, чтобы отказал хотя бы один элемент?
   0,316
   0,35
   0,001
   0,999

8. Какова вероятность того, что наудачу брошенная в круг точка окажется внутри вписанного в него квадрата? Ответ округлите до сотых.
   0,501
   0,487
   0,637
   0,318
9. Каково наивероятнейшее число годных деталей среди 15 проверенных отделом технического контроля, если вероятность того, что деталь стандартна, равна 0,7?
   9
   10
   11
   12
10. Пусть X – случайная величина с функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 0 \\ 0,2, & 0 < x \le 2 \\ 0,4, & 2 < x \le 4 \\ 0,9, & 4 < x \le 6 \\ 1 & x > 6 \end{cases}$$

Чему равна мода случайной величины X?
   0
   2
   4
   6
11. Пусть X – случайная величина с функцией распределения:

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 1 \\ \dfrac{x}{6}, & 1 < x \le 2 \\ \dfrac{x}{8}+\dfrac{1}{2}, & 2 < x \le 3 \\ 1, & x > 3 \end{cases}$$

Чему равна вероятность $\mathrm{P}(X \ge 1/2)$?
   11/12
   1/12
   5/6
   10/12
12. Как записывается эмпирическая функция распределения для выборочной случайной величины, заданной в виде статистического ряда?

Варианта x_i	2	3	6
Частота n_i	2	5	3

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 2 \\ 0,2, & 2 < x \le 3 \\ 0,7, & 3 < x \le 6 \\ 1, & x > 6 \end{cases}$$ **(верно)**

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 2 \\ 0,2, & 2 < x \le 3 \\ 0,5, & 3 < x \le 6 \\ 0,3, & x > 6 \end{cases}$$

$$F(x)=\begin{cases} 0, & x \le 2 \\ 0,2+0,5x, & 2 < x \le 3 \\ 0,5+0,3x, & 3 < x \le 6 \\ 1, & x > 6 \end{cases}$$

13. Возьмём два набора данных: 2, 7, 4, 3, 6, 1, 2 и 5, 2, 4, 8, 1, 6, 7. Найдите квартили Q_1 (нижний), Q_2 (медиана), Q_3 (верхний) для обоих наборов данных и выберите все верные утверждения из списка ниже:

    Нижний квартиль в первом наборе совпадает с нижним квартилем во втором наборе

    Верхний квартиль в первом наборе данных совпадает с верхним квартилем во втором наборе

    Верхний квартиль во втором наборе данных выше, чем в первом наборе данных

    Медиана в первом наборе меньше, чем медиана во втором

    Медиана в первом наборе больше, чем медиана во втором
14. Какова несмещенная оценка дисперсии, если рассчитанная по выборке объемом 15 наблюдений выборочная дисперсия равна 28?

    27

    29

    30

    28
15. Чему равна оценка математического ожидания выборочной случайной величины 1, 3, 1, 2, 2, 4, 1?

    3

    2,3

    2

    2,5

б) типовые тестовые вопросы открытого типа

1. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Зачет считается сданным, если студент ответит не менее чем на 3 из 4 поставленных в билете вопросов. Взглянув на первый вопрос билета, студент обнаружил, что он его знает. Какова вероятность того, что студент сдаст зачет. Ответ округлите до сотых.

    (Ответ: **0,901**)
2. Два стрелка, для которых вероятности попадания в мишень 0,7 и 0,8 соответственно, производят по одному выстрелу. Определить вероятность хотя бы одного попадания.

    (Ответ: **0,94**)
3. Половина посетителей буфета в лабораторном корпусе РГРТУ не заказывает кофе по утрам. Четверть – заказывает одну чашку кофе, пятая часть посетителей заказывают две чашки кофе и ***x***% посетителей заказывают больше двух чашек. При каком значении ***x*** такая вероятностная модель будет корректна?

    (Ответ: **5**)
4. Среди людей, заходящих в магазин «Пятерочка», 70% не покупают воду в бутылках. Остальные с равной вероятностью покупают от 1 до 3 бутылочек воды. Пусть событие ***A***=«чётное число бутылочек», событие ***B***=«больше одной бутылочки». Найдите вероятность события $A \cup B$

    (Ответ: **0,9**)
5. Найдите вероятность $P(X > 0 \mid X \ge 0)$ для случайной величины X, заданной таблицей

X	-1	0	1	2
P	0.5	0.2	0.2	**?**

    (Ответ: **0,6**)
6. Среди студентов РГРТУ 2% абсолютно довольны обучением и рассказывают о вузе буквально всем. Из них 70% приведут новых абитуриентов. Еще 20% студентов периодически оставляют положительные отзывы о РГРТУ в соцсетях и на сайте. Из них 10% приведут новых абитуриентов. Что думают оставшиеся 78% студентов, не известно. Из них 4% приведут новых абитуриентов. Кто-то из студентов привел нового абитуриента. Какая вероятность, что это сделал студент-тихоня (ответ округлите до сотых)?

(Ответ: **0,48**)

7. Найти медиану для дискретного вариационного ряда: 1, 5, 3, 9, 11, 2, 14, 6.

 (Ответ: ***5,5***)

8. Для случайной величины *X* с данным рядом распределения найдите p_1 и p_2 так, чтобы математическое ожидание составило 0,5. Найдите дисперсию случайной величины *X*.

X	-1	0	1	8
p	0.2	0.1	p_1	p_2

(Ответ: ***0,65***)

9. Найти дисперсию случайной величины X, которая задана законом распределения:

x_i	1	2	5
p_i	0,3	0,5	0,2

(Ответ: ***2,01***)

10. Найдите стандартное отклонение для случайной величины X, заданной законом распределения. Ответ округлите до сотых.

X	-1	0	1	2
P	0.5	0.2	0.2	0.1

(Ответ: ***1,04***)

11. Случайная величина X распределена равномерно на отрезке [0; 10]. Найдите $P(2<X\leq 5)$.

(Ответ: ***0,3***)

12. Случайная величина *X* задана функцией распределения: $F(x)=\begin{cases}0, & при \quad x\le -1\\ \frac{x}{4}+\frac{1}{4}, & при \quad -1<x\le 3\\ 1, & при \quad x>3\end{cases}$. Найти вероятность того, что в результате испытания *X* примет значение, принадлежащее интервалу $(0;\ 2)$.

(Ответ: ***0,5***)

13. Задана плотность вероятности случайной величины *X*: $\varphi(x)=\begin{cases}0, & x\le 0,\ x>1\\ 2x, & 0<x\le 1\end{cases}$. Найти вероятность того, что в результате испытания *X* примет значение, принадлежащее интервалу $(0{,}5;\ 1)$.

(Ответ: ***0,75***)

14. Случайная величина *X* задана плотностью вероятности: $\varphi(x)=\begin{cases}0, & x\notin(1;\ 3]\\ C(x-1), & x\in(1;\ 3]\end{cases}$. Требуется найти коэффициент *C*.

(Ответ: ***0,5***)

15. Дисперсии случайных величин и равны соответственно 1 и 3. Чему равна дисперсия случайной величины $Z=2X-Y$?

(Ответ: ***7***)

16. В выборке 49 наблюдений. Какой будет порядковый номер у медианы?

 (Ответ: ***25***)

4.2 Типовые задачи контрольных работ

№1 «Основы теории вероятностей»

1. На станции 15 сменных инженеров, из которых 3 женщины. В смену занято 3 человека. Найти вероятность того, что в случайно выбранную смену мужчин окажется не менее двух.
2. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых, во второй – 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров взяли один. Найти вероятность того, что взят белый шар.
3. Турист, заблудившийся в лесу, вышел на полянку, от которой в разные стороны ведут пять дорог. Если турист пойдет по первой дороге, то вероятность выхода из леса в течение часа составляет около 0,6; если по второй - то 0,3; если по третьей – 0,2; если по четвертой и по

пятой – 0,1. Какова вероятность того, что турист пошел по первой дороге, если через час он вышел из леса.

4. На опытном поле посеяно 1500 семян. Найти вероятность события, состоящего в том, что всходы дадут ровно 1200 семян, если каждое зерно взойдет с вероятностью 0,9.
5. Вероятность рождения мальчика равна 0,515. Какова вероятность того, что среди 1000 новорожденных не меньше 480 и не больше 540 мальчиков.

№2 «Дискретные и непрерывные случайные величины»

1. Дана функция распределения дискретной случайной величины *X*. Найти ряд распределения, математическое ожидание и стандартное отклонение этой величины (по определению).

$$F(x) = \begin{cases} 0 \ \ \textit{при}\ x \le 1, \\ 0{,}2 \ \ \textit{при}\ 1 < x \le 2, \\ 0{,}7 \ \ \textit{при}\ 2 < x \le 3, \\ 0{,}8 \ \ \textit{при}\ 3 < x \le 4, \\ 1 \ \ \textit{при}\ x > 4. \end{cases}$$

2. Устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо один от другого. Вероятность отказа любого элемента в течение времени *t* равна 0,002. Необходимо: а) составить закон распределения отказавших за время *t* элементов; б) найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины; в) определить вероятность того, что за время *t* откажет хотя бы один элемент.
3. Плотность вероятности случайной величины X задается функцией:

$$\varphi(x) = \begin{cases} A(x-3)^2, & x \in [0;\ 2] \\ 0, & x \notin [0;\ 2] \end{cases}$$

Найти параметр *A*. Найти числовые характеристики случайной величины *X*: математическое ожидание, дисперсию, среднеквадратическое отклонение, асимметрию и эксцесс.

4. 20%-ная точка нормально распределенной случайной величины равна 50, а 40%-ная точка равна 35. Найти вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале (25; 45). Сформулировать «правило трех сигм» для случайной величины.

4.3 Типовые вопросы к экзамену по дисциплине

1. Предмет теории вероятностей и математической статистики. Основные задачи и области применения.
2. Комбинаторика. Выбор с и без возвращений. Упорядоченные и неупорядоченные выборки. Правило произведения и правило сложения. Примеры задач.
3. Размещения, перестановки и сочетания без повторений (с примерами). Свойства числа сочетаний.
4. Размещения, перестановки и сочетания с повторениями (с примерами).
5. Случайные события. Виды событий (несовместные, совместные, равновозможные, противоположные, достоверные и невозможные). Понятие вероятности. Пространство элементарных исходов.
6. Классическая, статистическая и геометрическая вероятность (примеры). Свойства вероятности.
7. Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Следствие из нее (с примером).
8. Полная группа событий. Противоположные события (с примером).
9. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей и следствие из нее (с примером).
10. Независимые события. Теорема умножения для независимых событий (с примером).
11. Вероятность появления хотя бы одного события. Совместные события. Сумма совместных событий (с примером).
12. Формула полной вероятности (с примером).
13. Формула Бернулли (с примером). Вероятность гипотез. Формула Байеса (с примером). Априорная вероятность события. Апостериорная вероятность события.
14. Полигон распределения вероятностей. Наивероятнейшее число наступления события и его нахождение.
15. Формула Пуассона (пример).

16. Локальная формула Муавра – Лапласа. Свойства функции f(x) (с примером).
17. Интегральная теорема Муавра – Лапласа. Свойства функции Ф(x) (с примером).
18. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности (следствие теоремы Муавра – Лапласа) (с примером).
19. Случайная величина. Примеры. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения ДСВ.
20. Функция распределения ДСВ и ее свойства.
21. Математические операции над случайными величинами.
22. Математическое ожидание ДСВ и его свойства.
23. Дисперсия ДСВ, свойства дисперсии. Среднеквадратическое отклонение ДСВ.
24. Биномиальное распределение. Вычисление основных характеристик.
25. Закон распределения Пуассона. Вычисление основных характеристик.
26. Геометрическое распределение. Вычисление основных характеристик.
27. Гипергеометрическое распределение. Вычисление основных характеристик.
28. Непрерывная случайная величина. Вероятность отдельно взятой непрерывной случайной величины. Зависимость вероятности от вида интервала. Определение плотности распределения НСВ.
29. Свойства плотности распределения НСВ. Геометрическая интерпретация свойств плотности распределения. Формулы для нахождения математического ожидания и дисперсии НСВ.
30. Начальные и центральные моменты k-го порядка. Формулы их нахождения для НСВ и ДСВ. Геометрический смысл начальных и центральных моментов, нахождение коэффициента асимметрии и эксцесса.
31. Характеристики НСВ: мода, медиана, квантиль уровня q, $100q\%$-ая точка.
32. Равномерно распределенная НСВ. Ее функция распределения. Математическое ожидание и дисперсия равномерно распределенной НСВ.
33. НСВ, распределенная по показательному закону. Вид функции распределения, графики плотности и функции распределения. Математическое ожидание и дисперсия НСВ, распределенной по показательному закону.
34. Нормальный закон распределения НСВ, график плотности распределения, его свойства, функция распределения, ее геометрический смысл. Смысл параметров a и σ в формуле нормального распределения.
35. Свойства НСВ, распределенной по нормальному закону, правило «трех сигм». Стандартное нормальное распределение.
36. Генеральная совокупность и выборка.
37. Статистическое распределение выборки.
38. Полигон и гистограмма.
39. Накопленная частота, кумулятивная кривая, эмпирическая функция распределения
40. Основные статистические характеристики вариационных рядов.
41. Другие характеристики вариационных рядов (мода, медиана, их графический расчет, размах, коэффициент вариации). Начальные и центральные моменты.
42. Дискретная двумерная случайная величина. Закон ее распределения. Условные законы распределения. Ковариация и коэффициент корреляции.
43. Визуализация статистической информации с помощью ящиков с усами. Определение межквартильного размаха и выбросов.
44. Статистические оценки параметров распределения. Виды оценок.
45. Качество статистических оценок.
46. Оценка параметров генеральной совокупности (пример).
47. Уровень значимости критерия. Доверительный интервал. Значение доверительного интервала.
48. Принцип практической уверенности. Статистическая гипотеза, ее виды, ошибки первого и второго рода. Последовательность проверки гипотез.
49. Критерий согласия Пирсона. Проверка гипотезы о соответствии выборочных данных теоретическому распределению для дискретного ряда.
50. Критерий согласия Пирсона. Проверка гипотезы о соответствии выборочных данных теоретическому распределению для интервального ряда.

4.4 Типовые задачи на экзамен по дисциплине

1. В классе 20 человек. Из них нужно выбрать четырёх дежурных. Сколько существует способов?

2. Сколько «слов» можно составить из букв слова «абракадабра»?
3. В урне 6 черных и 4 красных шара. Сколькими способами можно выбрать три шара, чтобы один был черным, а два – красных?
4. Наугад выбраны два положительных числа, меньшие 1. Какова вероятность того, что их произведение окажется меньше 0,5?
5. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово «книга». Неграмотный мальчик перемешал буквы, а потом наугад их собрал. Какова вероятность того. Что он опять составил слово «книга».
6. По цели произведено 20 выстрелов. Найти количество попаданий, если меткость стрелка 90%.
7. Два стрелка, для которых вероятности попадания в мишень 0,7 и 0,8 соответственно производят по одному выстрелу. Определить вероятность: а) хотя бы одного попадания; б) одного попадания.
8. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых во второй урне – 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров взяли один. Найти вероятность того, что взят белый шар.
9. Строительная бригада получает железобетонные перекрытия от трех домостроительных комбинатов (ДСК): от первого – 30%, от второго – 55%, от третьего – 15% перекрытий. Известно, что брак продукции первого ДСК составляет 5%, второго – 6%, третьего – а третьего – 10%. Полученные перекрытия хранятся на общем складе. Наугад проверенное для контроля оказалось браком. Какова вероятность того, что оно изготовлена на первом складе.
10. Вероятность рождения мальчика равна 0,515. Какова вероятность того, что среди 1000 новорожденных не меньше 480 и не больше 540 мальчиков?
11. Охотник стреляет по дичи до первого попадания, но успевает сделать не более 6 выстрелов. Составить закон распределения случайной величины X – числа попаданий, если вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,7. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение этой величины.
12. Среди 15 собранных агрегатов 6 нуждаются в дополнительной смазке. Составить закон распределения числа агрегатов, нуждающихся в дополнительной смазке, среди пяти наудачу отобранных из общего числа. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение этой величины.
13. В среднем по 10% договоров страховая компания выплачивает страховые суммы с наступлением страхового случая. Составить закон распределения числа таких договоров среди наудачу выбранных четырех. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение этой величины.
14. Рост взрослой женщины является случайной величиной, распределённой по нормальному закону с параметрами a =164 см, σ =5,5 см. Найти плотность вероятности и вероятность попадания величины в интервал (160, 180).
15. Непрерывная случайная величина X распределена по показательному закону с параметром λ=2. Найти $M(X)$, $Д(X)$. Найти вероятность того, что величина X примет значение из интервала (0,3; 1). Записать формулу функции плотности и функции распределения.
16. Производится измерение диаметра вала без систематических ошибок. Случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением σ=10 мм. Найти вероятность того, что измерение будет произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 15 мм.
17. На вступительных экзаменах абитуриентами были набраны следующие баллы по результатам экзаменов: 20, 19, 22, 24, 21, 18, 23, 17, 20, 16, 15, 23, 21, 24, 21, 18, 23, 17, 21, 19, 20, 24, 21, 20, 18, 17, 22, 20, 21, 16, 22, 18, 20, 17, 19, 20, 20, 21, 18, 22, 23, 21, 25, 22, 20, 19, 21, 24, 23, 21. Требуется составить вариационный ряд распределения, изобразить его геометрически; определить среднюю арифметическую, моду, медиану, размах вариации, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации.
18. Имеются данные о выходе валовой продукции (в руб.) на 1 га сельскохозяйственных угодий для 50 хозяйств: 535, 278, 312, 368, 327, 482, 318, 531, 554, 898, 1030, 390, 334, 423, 393, 1081, 493, 698, 312, 603, 372, 454, 379, 294, 343, 365, 341, 459, 278, 449, 433, 250, 443, 447, 375, 271, 727, 334, 327, 501, 273, 871, 390, 582, 469, 448, 274, 495, 357, 546. Требуется составить вариационный ряд распределения, изобразить его геометрически; определить среднюю арифметическую, моду, медиану, размах вариации, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации и квартили.

4.5 Вопросы для самоподготовки

1. Какую задачу решает наука комбинаторика?
2. Сформулируйте два основных правила комбинаторики.
3. Какие типы выборок Вам известны?
4. Дайте определение размещениям, перестановкам и сочетаниям (с и без повторений)
5. Напишите формулы для расчета количества комбинаций в различных выборках.
6. Перечислите свойства числа сочетаний.
7. Напишите формулы расчета количества перестановок, размещений, сочетаний: а) без повторений; б) с повторениями.
8. Каков алгоритм анализа условия комбинаторной задачи?
9. Какие виды событий вы знаете?
10. Какие события образуют полную группу?
11. Какие действия можно выполнять над событиями?
12. Какое событие является благоприятствующим для данного?
13. В чем отличие вероятности от частоты?
14. Сформулируйте классическое, статистическое и аксиоматическое определение вероятности.
15. Какие события называются несовместными? Какие называются независимыми?
16. Как определить вероятность суммы двух событий?
17. Дайте определение условной вероятности.
18. Как определить вероятность произведения двух событий?
19. Как найти вероятность противоположного события?
20. Для каких событий можно использовать формулу полной вероятности?
21. Запишите формулу Байеса.
22. В каком случае можно использовать формулу Байеса?
23. В каком случае при решении задач используется: а) формула Бернулли; б) формула Пуассона; в) локальная теорема Муавра – Лапласа; г) интегральная теорема Муавра – Лапласа?
24. Как определить наивероятнейшее число появления события в серии из n испытаний?
25. Дайте определение случайной величины.
26. Какие виды случайных величин вам известны?
27. Приведите свои примеры случайных величин.
28. Как можно представить распределение ДСВ?
29. Что понимают под числовыми характеристиками ДСВ?
30. Что называется мат. ожиданием, дисперсией ДСВ?
31. Как определить среднее квадратическое отклонение ДСВ.
32. В чем заключается вероятностный смысл мат. ожидания, дисперсии?
33. Определение медианы ДСВ и методика её нахождения
34. Какие законы распределения ДСВ Вам известны?
35. Напишите формулы для расчета числовых характеристик величины, имеющей: а) биномиальный закон распределения; б) закон распределения Пуассона; в) геометрический закон распределения.
36. Дайте определение и перечислите свойства функции плотности НСВ.
37. Дайте определение и перечислите свойства интегральной функции распределения НСВ.
38. Напишите формулы для вычисления математического ожидания, дисперсии, среднеквадратического отклонения НСВ по её плотности.
39. Напишите формулы для вычисления математического ожидания, дисперсии, среднеквадратического отклонения НСВ по её плотности.
40. Определение медианы, моды, квантилей уровня НСВ и методика их нахождения.
41. Напишите формулу функции плотности для равномерно распределённой НСВ.
42. Определение и функция плотности нормально распределенной величины.
43. В чем смысл параметров a и σ нормального распределения?
44. Приведите примеры нормально распределенных величин.
45. Нарисуйте кривую Гаусса и перечислите ее свойства.
46. Интегральная функция распределения нормально распределенной величины.
47. Как вычислить вероятности для нормально распределенной величины?
48. Запишите интегральную функцию и функцию плотности показательно распределённой НСВ.
49. Как рассчитать характеристики показательно распределенной НСВ?

50. Запишите интегральную функцию и функцию плотности нормально распределенной НСВ.
51. Как рассчитать характеристики показательно распределенной НСВ?
52. Понятие равномерно распределённой НСВ. Нахождение ее характеристик.
53. В чем заключается смысл правила “трех сигм”?
54. Что понимается в широком смысле под законом больших чисел?
55. Сформулируйте центральную предельную теорему.
56. Какие виды вариационных рядов Вы знаете?
57. Что называют полигоном частот (относительных частот)?
58. Что называют гистограммой частот (относительных частот)?
59. Какие числовые характеристики выборки вы знаете?
60. Каковы формулы расчета характеристик вариационных рядов?
61. Как для заданной выборки построить гистограмму, кумуляту и эмпирическую функцию распределения?
62. Что называют точечной оценкой параметра генеральной совокупности? Дайте определение несмещенной, состоятельной и эффективной статистической оценкой.
63. Точечные оценки для генеральной средней (математического ожидания), генеральной дисперсии и генерального среднеквадратического отклонения.
64. Что называется интервальной статистической оценкой параметра генеральной совокупности?
65. Дайте определение доверительного интервала. Что понимают под надежностью доверительного интервала?
66. Напишите формулы для расчета интервальных оценок математического ожидания нормального распределения а) при известной дисперсии, б) при неизвестной дисперсии.
67. Как дать интервальную оценку вероятности события.
68. Что называют статистическим рядом распределения?
69. Дайте определение эмпирической функции распределения.
70. Дайте определение генеральной и выборочной средней, генеральной и выборочной дисперсия, исправленной дисперсии.
71. Что называется корреляционной таблицей?
72. Как вычисляется выборочный коэффициент корреляции?
73. Приведите пример статистической гипотезы.
74. Что называют ошибками первого и второго рода?
75. Для чего служит критерий χ^2 Пирсона?