

**МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«Рязанский государственный радиотехнический университет»**

Кафедра «Автоматики и информационных технологий в управлении»

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по дисциплине

«Современная теория систем управления»

Направление подготовки – 27.03.04 Управление в технических системах

ОПОП бакалавриата

«Управление в технических системах»

Квалификация выпускника – бакалавр

Формы обучения – очная

Рязань 2024 г.

Оценочные материалы – это совокупность учебно-методических материалов (контрольных заданий, описаний форм и процедур), предназначенных для оценки качества освоения обучающимися данной дисциплины как части основной профессиональной образовательной программы.

Цель – оценить соответствие знаний, умений и уровня приобретенных компетенций обучающихся целям и требованиям основной профессиональной образовательной программы в ходе проведения текущего контроля и промежуточной аттестации.

Основная задача – обеспечить оценку уровня сформированности общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций, приобретаемых обучающимся в соответствии с этими требованиями.

Контроль знаний проводится в форме текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль успеваемости проводится с целью определения степени усвоения учебного материала, своевременного выявления и устранения недостатков в подготовке обучающихся и принятия необходимых мер по совершенствованию методики преподавания учебной дисциплины (модуля), организации работы обучающихся в ходе учебных занятий и оказания им индивидуальной помощи.

К контролю текущей успеваемости относятся проверка знаний, умений и навыков, приобретенных обучающимися в ходе выполнения индивидуальных заданий на практических занятиях и лабораторных работах. При оценивании результатов освоения практических занятий и лабораторных работ применяется шкала оценки «зачтено – не зачтено». Количество лабораторных и практических работ и их тематика определена рабочей программой дисциплины, утвержденной заведующим кафедрой.

Результат выполнения каждого индивидуального задания должен соответствовать всем критериям оценки в соответствии с компетенциями, установленными для заданного раздела дисциплины.

Промежуточный контроль по дисциплине осуществляется проведением зачёта и экзамена.

Форма проведения экзамена – письменный ответ по утвержденным экзаменационным билетам, сформулированным с учетом содержания учебной дисциплины. После выполнения письменной работы обучаемого производится ее оценка преподавателем и, при необходимости, проводится теоретическая беседа с обучаемым для уточнения экзаменационной оценки.

6. Фонд оценочных средств для проведения промежуточной аттестации обучающихся по дисциплине

Фонд оценочных средств – это совокупность учебно-методических материалов (контрольных заданий, описаний форм и процедур), предназначенных для оценки качества освоения обучающимися данной дисциплины как части основной образовательной программы.

Цель – оценить соответствие знаний, умений и уровня приобретенных компетенций, обучающихся целям и требованиям основной образовательной программы в ходе проведения текущего контроля и промежуточной аттестации.

Основная задача – обеспечить оценку уровня сформированности общекультурных и профессиональных компетенций, приобретаемых обучающимся в соответствии с этими требованиями.

Контроль знаний обучающихся проводится в форме текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль успеваемости проводится с целью определения степени усвоения учебного материала, своевременного выявления и устранения недостатков в подготовке обучающихся и принятия необходимых мер по совершенствованию методики преподавания учебной дисциплины (модуля), организации работы обучающихся в ходе учебных занятий и оказания им индивидуальной помощи.

К контролю текущей успеваемости относятся проверка знаний, умений и навыков обучающихся: на занятиях; по результатам выполнения контрольной работы; по результатам выполнения обучающимися индивидуальных заданий; по результатам проверки качества конспектов лекций и иных материалов. При оценивании (определении) результатов освоения дисциплины применяется традиционная система (отлично, хорошо, удовлетворительно, неудовлетворительно).

В качестве оценочных средств на протяжении семестра используется компьютерное или бланковое тестирование.

По итогам курса обучающиеся сдают экзамен. Форма проведения – письменный ответ по утвержденным экзаменационным билетам, сформулированным с учетом содержания учебной дисциплины.

Паспорт оценочных материалов по дисциплине

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части)	Вид, метод, форма оценочного мероприятия
1	2	3	4
1	<i>1-я тема</i> Математические модели непрерывных систем управления в переменных состояниях	ОПК-1.1; ОПК-1.2; ОПК-2.1; ОПК-2.2	Зачёт, КП

2	<i>2-я тема</i> Математические модели непрерывных систем управления в переменных состояниях	ОПК-1.1; ОПК-1.2; ОПК-2.1; ОПК-2.2	Зачёт, КП
3	<i>3-я тема</i> Методы синтеза непрерывных СУ, ориентированные на модели в переменных состояниях	ОПК-1.1; ОПК-1.2; ОПК-2.1; ОПК-2.2	Зачёт, лабораторная работа, КП
4	<i>4-я тема</i> Линейно-квадратичное регулирование в непрерывных системах	ОПК-1.1; ОПК-1.2; ОПК-2.1; ОПК-2.2	Зачёт, лабораторная работа
5	<i>5-я тема</i> Математические модели цифровых систем, основанные на понятии дискретного фильтра	ОПК-1.1; ОПК-1.2; ОПК-2.1; ОПК-2.2	Экзамен
6	<i>6-я тема</i> Z-преобразование в теории цифровых СУ	ОПК-1.1; ОПК-1.2; ОПК-2.1; ОПК-2.2	Экзамен

7	<i>7-я тема</i> Основные свойства цифровых систем	ОПК-1.1; ОПК-1.2; ОПК-2.1; ОПК-2.2	Экзамен
8	<i>8-я тема</i> Анализ устойчивости и точности цифровых систем управления	ОПК-1.1; ОПК-1.2; ОПК-2.1; ОПК-2.2	Экзамен, лабораторная работа
9	<i>9-я тема</i> Аналитические методы синтеза цифровых систем управления, основанные на моделях типа вход-выход.	ОПК-1.1; ОПК-1.2; ОПК-2.1; ОПК-2.2	Экзамен, лабораторная работа
10	<i>10-я тема</i> Аналитические методы синтеза цифровых систем управления, основанные на моделях в пространстве состояний	ОПК-1.1; ОПК-1.2; ОПК-2.1; ОПК-2.2	Экзамен
11	<i>11-я тема</i> Линейное квадратичное управление в цифровых системах	ОПК-1.1; ОПК-1.2; ОПК-2.1; ОПК-2.2	Экзамен

Критерии оценивания компетенций (результатов)

- 1). Уровень усвоения материала, предусмотренного программой.
 - 2). Умение анализировать материал, устанавливать причинно-следственные связи.
 - 3). Ответы на вопросы: полнота, аргументированность, убежденность, умение
 - 4). Качество ответа (его общая композиция, логичность, убежденность, общая эрудиция)
 - 5). Использование дополнительной литературы при подготовке ответов.
- Уровень освоения сформированности знаний, умений и навыков по дисциплине оценивается в форме бальной отметки:

«Отлично» заслуживает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «отлично» выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.

«Хорошо» заслуживает студент, обнаруживший полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка «хорошо» выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

«Удовлетворительно» заслуживает студент, обнаруживший знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «удовлетворительно» выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

«Неудовлетворительно» выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Типовые контрольные задания или иные материалы

Вопросы к зачёту (ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-2.1, ОПК-2.2)

1. Уравнения линейных управляемых систем в переменных состояниях.
2. Пример проектирования обратной связи по состоянию прямым методом.
3. Операционная структурная схема управляемой системы.
4. Синтез системы управления скоростью движения.
5. Определение реакции линейной многомерной управляемой системы с помощью преобразования Лапласа.
6. Обратная связь по состоянию. Теорема о размещении полюсов.
7. Матричная передаточная функция многомерной системы.

8. Алгоритм синтеза обратной связи по состоянию по методу канонической формы.
9. Внутренняя устойчивость линейных многомерных систем.
10. Идея метода канонической формы.
11. Синтез системы управления скоростью двигателя постоянного тока.
12. Преобразование переменных состояния.
13. Управляемость для линейных стационарных систем.
14. Синтез системы управления углом поворота двигателя постоянного тока.
15. Наблюдаемость для линейных стационарных систем.
16. Реализация передаточной функции. Управляемая каноническая форма.
17. Установившаяся ошибка при постоянном задающем воздействии.
18. Синтез системы с обратной связью по состоянию (модальное управление).
19. Линеаризация модели маятника.
20. Решение задачи размещения полюсов путем введения обратной связи по состоянию. Метод управляемой канонической формы.
21. Декомпозиция для управляемости и для наблюдаемости.
22. Математическая модель последовательного соединения ЦАП - объект управления - АЦП.
23. ЛКР с интегратором.
24. Уравнение двойного интегратора в переменных состояния.
25. Устойчивость «ограниченный вход - ограниченный выход».

**Вопросы к экзамену
(ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-2.1, ОПК-2.2)**

1. Робастное слежение.
2. Оптимальный цифровой наблюдатель состояния (фильтр Калмана).
3. Частотные свойства цифровой системы. Поглощение частоты.
4. Передаточная функция ЦС системы с моделью типа вход-выход
5. Установившаяся ошибка при постоянном возмущающем воздействии.
6. Замкнутые системы с наблюдателями. Теорема разделения.
7. Передаточные функции замкнутой системы при робастном слежении.
8. Оптимальность ЛКР закона управления.
9. Передаточные функции цифровой системы управления с обратной связью.
10. Реализация передаточной функции. Наблюдаемая и модальная канонические формы.
11. Робастное слежение на основе наблюдателя.
12. Проблемы, связанные с устойчивостью «ограниченный вход- ограниченный выход».
13. Расчет параметра наблюдателя прямым методом.
14. Выбор частоты дискретизации.
15. Расчет параметра наблюдателя каноническим методом.
16. Линеаризация нелинейных систем.
17. Стабилизируемость и обнаруживаемость для линейных стационарных систем.
18. Линейная квадратичная задача (ЛКР-задача) оптимального управления.

19. Синтез системы управления перевернутым маятником с использованием наблюдателя.
20. Случаи неуправляемости системы масса - демпфер-пружина.
21. Решение алгебраического уравнения Рикатти прямым путем.
22. Двойственность и математическая дуальность.
23. Структурная схема цифровой системы с обратной связью и двумя степенями свободы.
24. Декомпозиция Калмана.
25. Реакция цифровой системы. Весовая и переходная последовательности.
26. Размещение полюсов замкнутой ЦСАУ с помощью обратной связи по состоянию.
27. Методы синтеза цифровых систем управления. Переоборудование непрерывного регулятора. Численное интегрирование.
28. Непрерывный наблюдатель состояния и его анализ.
29. Цифровой фильтр Калмана для объекта первого порядка
30. Выбор расположения полюсов замкнутой системы.
31. Цифровой наблюдатель состояния.
32. Частотные свойства цифровой системы. Предварительная фильтрация.
33. Передаточные функции цифровой системы управления с обратной связью.
34. Преобразование переменных состояния. Инварианты.
35. Анализ устойчивости цифровых систем с обратной связью.

Типовые задания для самостоятельной работы (ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-2.1, ОПК-2.2)

1. Метод встроенной модели.
3. Устройство оценки пониженной размерности.
4. Стандартные полиномы Баттерворта.
5. Команды Matlab для ЛКР и ЛКР с интегратором.
6. Синтез регулятора с прямыми связями.
7. Синтез астатического регулятора с использованием метода модального управления.
8. Синтез цифровых регуляторов методом полиномиальных уравнений.

Задачи для самостоятельной работы (ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-2.1, ОПК-2.2)

1. Записать уравнения объекта вход-состояние-выход в матричной форме:
 - а) $\dot{x}_1 = x_1; \dot{x}_2 = x_1 + x_2 + u; y = ax_1 + bx_2;$
 - б) $\dot{x}_1 = x_1 + x_2; \dot{x}_2 = x_1 + x_3; \dot{x}_3 = x_2 + x_3 + u; y = x_1 + x_2;$
 - в) $\dot{x}_1 = x_2; \dot{x}_2 = x_3 + 10u; \dot{x}_3 = -100x_1 - 100x_2 - 10x_3; y = x_1;$
 - г) $\dot{x}_1 = x_1 + x_2; \dot{x}_2 = x_1 + x_2 + bu_1; \dot{x}_3 = x_3 + bu_2; y = x_1 + x_2 + au_1 + cu_2.$
2. Построить структурные схемы для следующих объектов управления:

- а) $\dot{x}_1 = x_1; \dot{x}_2 = x_3; \dot{x}_3 = -a_3x_1 - a_2x_2 - a_1x_3 + bu; y = x_1;$
 б) $\dot{x}_1 = x_2 + b_1u; \dot{x}_2 = x_3 + b_2u; \dot{x}_3 = -a_3x_1 - a_2x_2 - a_1x_3 + b_3u; y = x_1 + b_0u;$
 в) $\dot{x}_1 = x_2; \dot{x}_2 = x_3 + 10u; \dot{x}_3 = -100x_1 - 100x_2 - 10x_3; y = x_1;$
 г) $\dot{x}_1 = x_1 + x_2; \dot{x}_2 = x_1 + x_2 + bu_1; \dot{x}_3 = x_3 + bu_2; y = x_1 + x_2 + au_1 + cu_2.$

3. Даны уравнения состояния $\begin{bmatrix} -3 & 1 \\ -2 & 0 \end{bmatrix} \dot{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t),$
 $y(t) = [1 \ 0]x(t).$

а) Найдите преобразование Лапласа для переходной матрицы состояния.

б) Найдите переходную матрицу состояния.

$$x(t) = e^{At}x_0 + \int_0^t e^{A\tau}Bu(t-\tau)d\tau$$

в) Используя выражение , найдите

$x(t), t > 0$, если $u(t)$ есть единичная ступенчатая функция, а начальное состояние $x(0) = x_0 = \mathbf{0}$, т.е. нулевой вектор.

г) Найдите $x(t), t > 0$, если $u(t)$ есть единичная ступенчатая функция, а начальное состояние $x(0) = x_0 = [1 \ 2]'$. Используйте результаты пп.(б) и (в).

д) Проверьте результат п. (в) для $y(t) = x_1(t)$ с помощью передаточной функции.

е) Используйте команду MATLAB

```
s=dsolve('Dx1=-3*x1+x2,Dx2=-2*x1+1,x1(0)=x10,x2(0)=x20')
```

```
s.x1
```

```
s.x2
```

с целью проверки результата п. (г) и выполните ее.

4. Даны уравнения состояния $\begin{bmatrix} 0 & 2 \\ -2 & 5 \end{bmatrix} \dot{x}(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} u(t),$
 $y(t) = [1 \ 0]x(t).$

а) Найдите преобразование Лапласа для переходной матрицы состояния.

б) Найдите переходную матрицу состояния.

в) Используя выражение
$$\mathbf{x}(t) = e^{At} \mathbf{x}_0 + \int_0^t e^{A\tau} \mathbf{B}u(t-\tau) d\tau$$
, найдите $x(t)$, $t > 0$,

если $u(t)$ есть единичная ступенчатая функция, а начальное состояние $x(0) = x_0 = \mathbf{0}$, т.е. нулевой вектор.

5. (а) Изобразите операционную структурную схему для системы, имеющей передаточную функцию
$$W(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = \frac{10p + 5}{p^2 + 5p + 6}$$

для управляемой канонической формы, наблюдаемой канонической формы и модальной канонической формы.

(б) На основании структурных схем запишите уравнения состояния.

(в) Повторите пп. (а) и (б) для передаточной функции
$$W(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = \frac{10p}{p + 2}.$$

(г) Повторите пп. (а) и (б) для передаточной функции
$$W(p) = \frac{y(p)}{u(p)} = \frac{p^2 + 5p + 6}{p^2 + 5p + 6}.$$

(д) Модифицируйте программу MATLAB

```
sys=ss(A,B,C,D);tf(sys);
```

чтобы проверить передаточные функции из пп.(а), (в) и (г).

6. Система задана уравнениями состояния
$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} -3 & K \end{bmatrix} x(t).$$

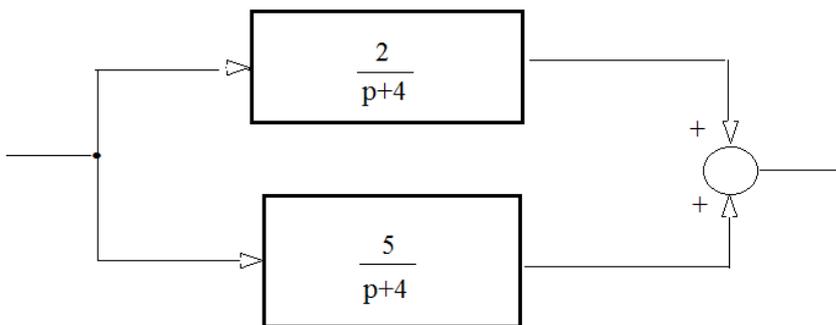
(а) Определите при каких значениях K система устойчива.

(б) Коэффициенту K придано одно из значений, при котором система находится в режиме незатухающих колебаний. Определите частоту и период этих колебаний.

(в) Используя MATLAB, найдите собственные значения матрицы A и проверьте результаты, полученные в п. (а).

(г) Путем моделирования в Simulink проверьте результат в п.(б), считая, что на вход системы подано ступенчатое воздействие.

7. Для системы, представленной на рисунке ниже, запишите уравнения состояния, считая, что $x_1(t)$ есть переменная состояния первого блока, а $x_2(t)$ – нижнего блока.



- (а) Определите, является ли эта система управляемой.
 (б) Определите, является ли эта система наблюдаемой.
 (в) Объясните результаты ппю(а) и (б) путем анализа свойств системы (с математической точки зрения).
 (г) С помощью MATLAB проверьте результаты решения задачи.

8. Исследовать управляемость систем, которые описываются уравнениями:

а) $\dot{x}_1 = x_1 + x_2 + u_1, \dot{x}_2 = x_1;$

б) $\dot{x}_1 = x_1 + x_2 + u_1, \dot{x}_2 = u_2, \dot{x}_3 = x_2 + x_3.$

9. Выяснить, при каких значениях параметров а и в полностью управляема система, которая описывается приведенными уравнениями:

а) $\dot{x}_1 = x_1 + x_2 + au, \dot{x}_2 = x_2 + bu;$

б) $\dot{x}_1 = x_1 + au, \dot{x}_2 = x_2 + bu.$

в) $\dot{x}_1 = x_1 + x_2 + au_1, \dot{x}_2 = x_2 + u_1, \dot{x}_3 = x_3 + bu_2.$

10. Исследовать наблюдаемость следующих объектов управления:

а) $\dot{x}_1 = x_2 - 2x_3, \dot{x}_2 = x_3, \dot{x}_3 = u, y = x_1 + x_2;$

б) $\dot{x}_1 = x_2 - 2x_3, \dot{x}_2 = x_3, \dot{x}_3 = u, y = x_2;$

в) $\dot{x}_1 = x_2 - 2x_3, \dot{x}_2 = x_1, \dot{x}_3 = u, y = x_1 + x_2.$

11. Определить, при каких значениях параметров управляемая система наблюдаема:

а) $\dot{x}_1 = x_1, \dot{x}_2 = x_1 + x_2 + u, y = ax_1 + bx_2;$

б) $\dot{x}_1 = x_1, \dot{x}_2 = ax_1 + x_2 + u, y = ax_1 + bx_2.$

12. Дана модель системы в канонической форме:

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} a_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a_3 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & a_4 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} u, y = [c_1 \quad 0 \quad c_2 \quad 0]u.$$

(а) Определить переменные состояния и уравнения состояния, описывающие четыре блока декомпозиции Калмана.

(б) Дать концептуальное представление модели системы.

13. Найти минимальную реализацию системы, описываемой уравнениями состояния

$$\dot{x} = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 4 & 1 \end{bmatrix} x + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} u(t)$$
$$y(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} x(t)$$

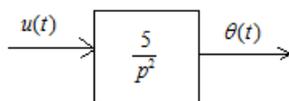
и определить соответствующую ей передаточную функцию.

14. Даны матрицы для уравнения состояния системы
 $A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 8 & 4 & -2 \end{bmatrix}$, $B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$, $C = [1 \ 0 \ 0]$.

(а) Найти передаточную функцию этой системы.

(б) Определить минимальную реализацию и соответствующую ей передаточную функцию системы.

15. Рассмотрите модель спутника на рис. ниже.



(а) Запишите уравнения спутника в переменных состояния.

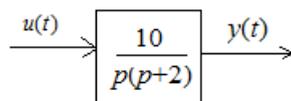
(б) Путем размещения полюсов синтезируйте систему с обратной связью по состоянию, которая в замкнутом состоянии имела бы постоянную времени $T = 1.0$ с. и коэффициент затухания $\xi = 0.707$. В качестве переменных состояния примите $\theta(t)$ и $d\theta(t)/dt$.

(в) Запишите уравнения состояния для замкнутой системы.

(г) Предположим, что передаточные функции датчиков положения и скорости представлены, соответственно постоянными коэффициентами усиления 0.01 и 0.4, а все коэффициенты обратной связи, необходимые для синтеза замкнутой системы, реализуются с помощью обычных усилителей. Изобразите структурную схему замкнутой системы, обозначив на ней датчики, усилители и их коэффициенты.

(д) Проверьте решение данной задачи с помощью построения схемы системы управления в Simulink.

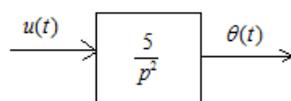
16. На рис. ниже изображен объект управления. Предположим, это модель электромеханической следящей системы и что $y(t)$ есть угловое положение.



- (а) Запишите модель данного объекта в переменных состояния, приняв в качестве этих переменных угловое положение и скорость его изменения.
- (б) Вычислите коэффициенты обратной связи по состоянию, при которых положение полюсов замкнутой системы обеспечивало бы постоянную времени системы 0.5с. и коэффициент демпфирования 0.9.
- (в) Повторите п.(б), если постоянная времени системы должна быть равна 0.5с., а $\xi = 0.707$.
- (г) Запишите уравнения состояния замкнутой системы для условий пп. (б) и (в).
- (д) Проверьте все результаты с помощью компьютера.

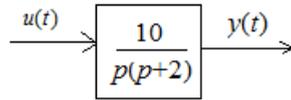
17. Дан объект, описываемый уравнениями в переменных состояния

17.1 Рассмотрите модель спутника на рис. ниже.



- (а) Запишите уравнения спутника в переменных состояния.
- (б) Путем размещения полюсов синтезируйте систему с обратной связью по состоянию, которая в замкнутом состоянии имела бы постоянную времени $T = 1.0$ с. и коэффициент затухания $\xi = 0.707$. В качестве переменных состояния примите $\theta(t)$ и $d\theta(t) / dt$.
- (в) Запишите уравнения состояния для замкнутой системы.
- (г) Предположим, что передаточные функции датчиков положения и скорости представлены, соответственно постоянными коэффициентами усиления 0.01 и 0.4, а все коэффициенты обратной связи, необходимые для синтеза замкнутой системы, реализуются с помощью обычных усилителей. Изобразите структурную схему замкнутой системы, обозначив на ней датчики, усилители и их коэффициенты.
- (д) Проверьте решение данной задачи с помощью построения схемы системы управления в Simulink.

17.2 На рис. ниже изображен объект управления. Предположим, это модель электромеханической следящей системы и что $y(t)$ есть угловое положение.



- (а) Запишите модель данного объекта в переменных состояния, приняв в качестве этих переменных угловое положение и скорость его изменения.
- (б) Вычислите коэффициенты обратной связи по состоянию, при которых положение полюсов замкнутой системы обеспечивало бы постоянную времени системы 0.5с. и коэффициент демпфирования 0.9.
- (в) Повторите п.(б), если постоянная времени системы должна быть равна 0.5с., а $\xi = 0.707$.
- (г) Запишите уравнения состояния замкнутой системы для условий пп. (б) и (в).
- (д) Проверьте все результаты с помощью компьютера.

18. Для модели спутника (а) синтезируйте наблюдатель полного порядка, приняв, что его постоянная времени в два раза меньше постоянной времени замкнутой системы, а наблюдатель обладает коэффициентом затухания $\xi = 0.707$.

- (б) Получите передаточную функцию регулятора-наблюдателя

$$W_2(p) = -y(p) / u(p)$$

- (в) Запишите характеристическое уравнение замкнутой системы: $1 + W_1(p)W_2(p) = 0$ спутника в переменных состояния. Убедитесь, что в этом уравнении присутствуют в виде произведения характеристические многочлены системы с обратной связью и наблюдателя.

- (г) Изобразите операционную структурную схему спроектированной замкнутой системы. На основании этой схемы запишите уравнения состояния системы.

- (д) Покажите, что характеристическое уравнение замкнутой системы имеет корни, соответствующие п.(в)

- (е) Проверьте решение данной задачи с помощью построения схемы системы управления в Simulink.

19. Для модели электромеханической системы (а) синтезируйте наблюдатель полного порядка, приняв, что его постоянная времени в два раза меньше постоянной времени замкнутой системы, а наблюдатель обладает коэффициентом затухания $\xi = 0.707$.

- (б) Получите передаточную функцию регулятора-наблюдателя

$$W_2(p) = -y(p) / u(p)$$

- (в) Запишите характеристическое уравнение замкнутой системы:

$1 + W_1(p)W_2(p) = 0$ спутника в переменных состояниях. Убедитесь, что в этом уравнении присутствуют в виде произведения характеристические многочлены системы с обратной связью и наблюдателя.

(г) Изобразите операционную структурную схему спроектированной замкнутой системы. На основании этой схемы запишите уравнения состояния системы.

(д) Покажите, что характеристическое уравнение замкнутой системы имеет корни, соответствующие п.(в)

(е) Проверьте решение данной задачи с помощью построения схемы системы управления в Simulink.

20. Имеется объект с уравнением $\dot{x}(t) = 2x(t) + Ru(t)$. Пусть задан критерий качества

$$J = \int_0^2 [2x^2(t) + Ru^2(t)]dt + 0.5x^2(2)$$

а) Найдите закон управления, минимизирующий критерий качества.

б) Промоделируйте поведение объекта, управляемого регулятором из а) путем построения схемы в Simulink, положив $x(0) = 5$ и исследовав управляемый и управляющий сигналы при различных значениях $R = 0.1, 0.5, 10$.

21. Имеется двигатель с уравнением

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} 0 \\ b \end{bmatrix} u(t),$$

где $x(t) = \begin{bmatrix} x_1(t) \\ x_2(t) \end{bmatrix}$. Примите в качестве управляемой величины

$$y(t) = [1 \quad 0]x(t)$$

Пусть задан критерий качества

$$J = \int_0^{\infty} [x^2(t) + Ru^2(t)]dt.$$

а) Найдите решение уравнения Рикатти.

б) Найдите закон управления, минимизирующий критерий качества.

в) Используя команду lqr.m, проверьте правильность вычислений, касающихся а) и б).

г) Промоделируйте поведение объекта, управляемого регулятором из б) путем построения схемы в Simulink, положив $b = 150$ рад/(В·с²), $x_1(0) = 0.1$ рад,

$x_2(0) = 0$ рад/с и исследовав управляемый и управляющий сигналы при различных значениях $R = 0.1, 0.5, 10$ рад²/В².

22. Дано дифференциальное уравнение $\dot{x} = f(x)$. Линеаризуйте его в окрестности точки $x = 0$, если функция $f(x)$, имеет вид:

а) $f(x) = -x$;

б) $f(x) = -x^3$;

в) $f(x) = -e^{-x}$.

23. Нелинейная система описывается уравнениями в переменных состояния

$$x_1 = x_2,$$

$$\dot{x}_2 = -x_1 x_2 + u.$$

а) линеаризуйте ее в окрестности точки $x_1 = x_2 = 0$.

б) постройте схему нелинейной системы в Simulink с названием «NonLinearModel».

в) линеаризуйте ее с помощью команд MATLAB.

24. Дано разностное уравнение дискретного фильтра $y[i + 2] + 3y[i + 1] + 2y[i] = u[i]$, $y[i - 2] = y[i - 1] = 0$.

Найти его реакцию на единичную последовательность $1[i]$ для моментов $i = 0, 1, 2, 3, 4, 5$ и показать график зависимости $y[i]$.

25. Постройте в операторной форме передаточную функцию регулятора по разностному уравнению:

$$2u[i] = 3e[i] - 2e[i - 1] + 2u[i - 1].$$

26. Постройте в операторной форме передаточную функцию регулятора по разностному уравнению:

$$4u[i] = 3e[i] - 2e[i - 1] + 2u[i - 1].$$

27. Постройте матрицы модели в пространстве состояний по системе разностных уравнений первого порядка

$$x_1[k + 1] = 2x_1[k] - x_2[k],$$

$$x_2[k + 1] = 0,5x_2[k] + u[k],$$

$$y[k] = 3x_1[k] - 2x_2[k] + 4u[k].$$

28. Постройте модель дискретного фильтра в пространстве состояний по разностному уравнению:

$$2y[i+2] + 5y[i+1] + y[i] = 3u[i+1] + 2u[i].$$

29. Определите передаточную функцию, которая соответствует закону управления

$$u[i] = 2e[i] + e[i-1] + 3u[i-1].$$

30. Запишите разностное уравнение, которое соответствует дискретной передаточной функции

$$\text{а) } W(z) = \frac{3z - 2}{z - 0,5}, \quad \text{б) } W(z) = \frac{2z^2 - 3}{z^3 - 1}.$$

31. Z-преобразование последовательности $x[i]$ равно $X(z) = \frac{4z^2 + z - 3}{5z^2 + 2z + 1}$. Определите $x[0]$.

32. Z-преобразование последовательности $x[i]$ равно

$$\text{а) } X(z) = \frac{4z^2 + 2z - 3}{(z-1)(z-0,5)}, \quad \text{б) } X(z) = \frac{6z^2 + 2z - 3}{(z-1)(z+1,5)}$$

Определите конечное значение последовательности $x[\infty]$.

33. Z-преобразование последовательности $x[i]$ равно $X(z) = \frac{3z^2 + 2z - 3}{(z-1)(z+2)}$. Определите $x[2]$.

34. Передаточная функция системы имеет вид

$$\text{а) } W(z) = \frac{4z^2 + 2z - 3}{5z^3 + 2z + 1}, \quad \text{б) } W(z) = \frac{6z^2 + 2z - 3}{3z^2 - z + 5}$$

Определите для соответствующей модели в пространстве состояний

а) порядок матрицы A (число строк и столбцов)

б) матрицу D

в) матрицы A, B, C для одной из моделей.

35. Постройте передаточную функцию по модели в пространстве состояний

$$A = \begin{bmatrix} 2 & -3 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad B = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad C = [2 \quad 3], \quad D = 2$$

Задания к курсовому проекту (ОПК-1.1, ОПК-1.2, ОПК-2.1, ОПК-2.2)

ЗАДАНИЕ № 1

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ СКОРОСТЬЮ АВТОМОБИЛЯ

Исходные данные

Требуется спроектировать управляющее устройство (регулятор) для управления скоростью автомобиля. Упрощенная модель движения автомобиля представлена на рис. 1.1, где введены следующие обозначения: m -

масса автомобиля, U - усилие, развиваемое двигателем, V - скорость автомобиля, b - коэффициент вязкого трения механической части автомобиля.

Цель управления заключается в достижении автомобилем максимальной скорости, соответствующей *номинальному* усилию двигателя U_H с заданными показателями качества. Такая задача является актуальной, например, при проведении краш-теста (испытание автомобиля на столкновение с целью определения уровня повреждений).

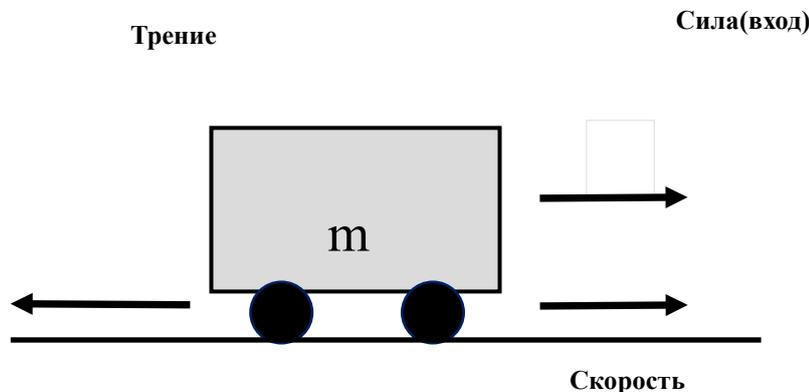


Рис. 1.1

Параметры модели автомобиля и требования к проектируемой системе приведены в таблице, где t_H - время нарастания, σ - перерегулирование, $\varepsilon_{уст}$ - установившаяся ошибка.

№	m , кг	b , Нс/м	U_H , Н	t_H , с	σ , %	$\varepsilon_{уст}$, %
1	850	30	510	5	15	1,5
2	1200	50	1000	6	12	2
3	1300	50	900	6	15	2
4	1500	45	810	5	15	1,5
5	1900	50	1050	6	12	2
6	2200	60	1320	7	10	2,5
7	2300	60	1380	7	12	2,5
8	2450	65	1495	7	15	1,5
9	2600	70	1750	8	20	2
10	2700	70	1820	8	15	2

Порядок выполнения

1. Настройка параметров ПИД-регулятора для замкнутого контура в «ручном» режиме.
2. Настройка параметров ПИД-регулятора с использованием доступных методов автоматической настройки параметров ПИД-регуляторов, реализованных в системе MATLAB версии R2010b и выше.
3. Формирование разомкнутого контура по методу корневого годографа.
4. Формирование разомкнутого контура по методу логарифмических частотных характеристик.
5. Реализация модального управления, считая переменные состояния измеримыми.
6. Настройка регулятора с использованием возможностей пакета Simulink Design Optimization. Моделирование провести в системе MATLAB.

Методические указания

1. Уравнение баланса сил, приложенных к массе m автомобиля, позволяет записать следующую модель

объекта управления:

$$\begin{aligned} m\dot{v} + bv &= u; \\ y &= v. \end{aligned} \quad (1.1)$$

Если усилие двигателя $u = u_H$, то в установившемся режиме $\dot{v} = 0$, и, следовательно, максимальная скорость автомобиля определяется как

$$v_{\max} = \frac{u_H}{b}.$$

Применяя преобразование Лапласа к левой и правой частям первого уравнения модели (1.1), получаем передаточную функцию объекта управления:

$$msV(s) + bV(s) = U(s) \rightarrow W_1(s) = \frac{V(s)}{U(s)} = \frac{1}{ms + b}.$$

2. При выполнении пп. 1 и 2 порядка выполнения, целесообразно использовать при моделировании средство Sisotool/MATLAB [2]. Пример настройки ПИД-регулятора в «ручном» режиме приведён в [1]. Попробуйте настроить П и ПИ-регуляторы. При оформлении результатов моделирования отображайте не только переходную характеристику замкнутой системы, но также график управляющего воздействия, чтобы контролировать, насколько u_{\max} превышает u_H .

При автоматической настройке параметров регуляторов используйте методы, реализованные в пакете Sisotool, и сделайте выводы об их эффективности.

3. Сведения, необходимые для выполнения пп. 3 и 4 порядка выполнения данного задания, изложены в [1]. Там же приведён пример расчёта регулятора. Для уменьшения установившейся ошибки используйте регулятор с *отставанием по фазе* с передаточной функцией

$$W_2(s) = k_2 \frac{(1 + s/\omega_0)}{(1 + s/\omega_p)}, \quad \omega_0 > \omega_p.$$

4. При выполнении п. 5 используйте модель объекта управления в переменных состояния [3]. Сначала определите коэффициент обратной связи по состоянию для решения задачи регулирования. С помощью моделирования убедитесь, что перерегулирование и время нарастания меньше заданных значений.

На втором шаге рассчитайте дополнительный коэффициент усиления N_{bar} для безошибочного воспроизведения постоянного задающего воздействия (решение задачи слежения). Скрипт программы для его определения приведён при в [1]. Проведите моделирование системы при небольшом изменении коэффициентов системной матрицы A и отработке постоянного возмущающего воздействия, приложенного ко входу объекта управления. Убедитесь, что система не робастна.

Введите в систему интегратор, определите расширенную модель системы в переменных состояния и рассчитайте коэффициент обратной связи по состоянию и коэффициент усиления интегратора. Проведите моделирование системы аналогично моделированию с коэффициентом N_{bar} . Убедитесь, что система стала робастной. Методика определения модели системы в переменных состояния при введении интегратора изложена в [4].

5. Для настройки параметров регулятора с помощью пакета Simulink Design Optimization необходимо ознакомиться с технологией использования этого пакета, например, в [6]. По существу, рассматриваемый пакет является специализированной оптимизирующей программой для решения задачи оптимизации при наличии ограничений в форме неравенств и использующей в качестве базового алгоритма оптимизации последовательное квадратичное программирование. Для настройки используйте регулятор с *отставанием по фазе*.

Остановимся более подробно на процессе подготовки модели системы управления к проведению оптимизации параметров регулятора. Схема моделирования представлена на рис. 1.2. *Оптимизируемыми* переменными являются параметры передаточной функции регулятора k_2 , a и T ($a > 1$). Рекомендуется задать время регулирования как $t_p = 5t_n$ и установить ограничение на управляющее воздействие $u_{\max} = 8u_H$ в блоке Check Custom Bounds 1.

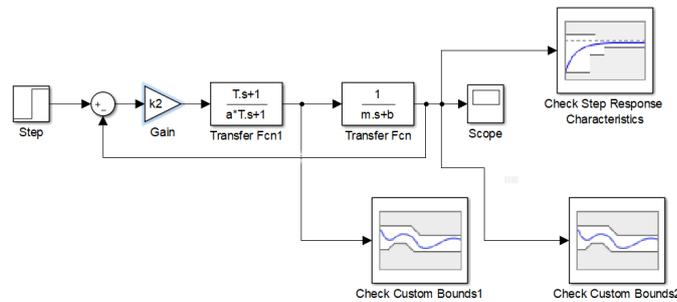


Рис. 1.2

В блоке Check Step Response Characteristics задайте ограничения на переходную характеристику системы. Поскольку по заданию допускается установившаяся ошибка, то необходимо задать ограничение на установившуюся реакцию системы в блоке Check Custom Bounds 2. Например, при $\varepsilon_{уст} = 1,5\%$ и $v_{max} = 16 \text{ м/с}$ нижний уровень ограничения определяется следующим образом:

$$\frac{(16 - x_n)}{16} 100 = 1,5 \rightarrow x_n = 15,76$$

Верхний уровень ограничения можно задать как $x_e = 16$.

Для уменьшения вычислительных затрат на оптимизацию рекомендуется устанавливать начальные значения оптимизируемых переменных с учётом некоторого «наилучшего» приближения к их оптимальным значениям. Поэтому целесообразно определить точное значение коэффициента k2, исходя из заданного значения $\varepsilon_{уст}$.

$$\varepsilon_{уст\ а\ б\ с} = \frac{v_{max}}{1+k}, \quad k = k1k2$$

Здесь k - коэффициент усиления разомкнутой системы, а $k1 = 1/b$ - коэффициент усиления объекта управления. Окончательно получим:

$$\varepsilon_{уст\ отн} = \frac{(\frac{v_{max}}{1+k})}{v_{max}} 100 = \frac{1}{1+k} 100 = \varepsilon_{уст}, \quad \rightarrow k \rightarrow k2$$

При задании *начального* значения k2 необходимо ориентироваться на его расчётное значение. Что касается двух других оптимизируемых параметров, то их начальные значения можно определить, как $a=10, T=1 \text{ с}$.

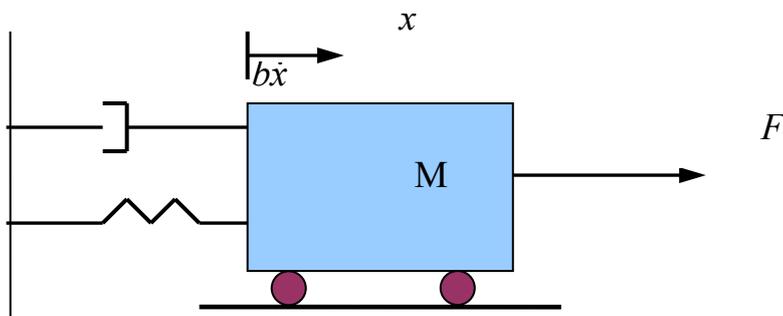
По окончании процесса оптимизации убедитесь, что удовлетворены все требования к показателям качества системы. Если это не так, то измените начальные значения оптимизируемых переменных и запустите снова процесс оптимизации.

ЗАДАНИЕ № 2

ДИНАМИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ РЕГУЛЯТОРОВ ДЛЯ СИСТЕМЫ УПРАВЛЕНИЯ ЛИНЕЙНЫМ ПЕРЕМЕЩЕНИЕМ ОБЪЕКТА

Исходные данные

Объект управления содержит тело массой M с пружиной и демпфером (см. рисунок). Пружина имеет жесткость k . Коэффициент вязкого трения (демпфирования) демпфера обозначим b . Масса перемещается с помощью двигателя постоянного тока, который создает усилие $F(t)$, приложенное к ней. Цель заключается в управлении положением $x(t)$ массы M , которое может быть измерено. По существу, объект управления представляет собой схват робота, который удерживает деталь и перемещает её по прямой на заданное расстояние с заданными показателями качества.



Пренебрегая внутренней динамикой двигателя, можно считать, что сила его воздействия на массу M пропорциональна приложенному напряжению u :

$$F(t) = k_o u(t),$$

где k_o - коэффициент пропорциональности.

На тело массой M действуют три силы – внешняя сила $F(t)$, сила трения и упругая сила. Уравнение баланса сил, приложенных к массе, даёт следующую модель объекта управления:

$$M \frac{d^2 x(t)}{dt^2} = F(t) - b \frac{dx(t)}{dt} - kx(t) \quad (2.1)$$

Численные значения параметров объекта управления, а также требования, предъявляемые к качеству системы управления, сведены в таблицу,

№	M, кг	b , Нс/м	k , Н/м	t_n , с	t_p , с	σ^* , %	t_ϵ , с	U_m , В
1	1,5	0,8	1,1	0,6	2,3	15	2,3	35
2	2,4	0,6	1,3	0,6	2,2	20	2,2	35
3	2,9	0,9	1,7	0,6	2,0	20	2,0	40
4	3,6	1,1	1,7	0,6	2,1	15	2,1	35
5	3,9	1,5	1,8	0,7	2,2	15	2,2	40
6	4,5	1,6	2,1	0,7	2,4	20	2,4	40
7	5,0	1,8	2,4	0,7	2,5	15	2,5	40
8	5,5	2,3	2,8	0,6	2,3	15	2,3	40
9	6,1	1,5	3,3	0,7	2,8	20	2,8	45
10	6,5	1,6	2,1	0,7	2,7	15	2,7	45

где t_n^* - время нарастания; t_p^* - время регулирования; σ^* - перерегулирование; t_ϵ - время подавления возмущающего воздействия. Управляющее воздействие ограничено величиной

$$U_m; -U_m \leq u(t) \leq U_m.$$

Система управления должна обеспечить реакцию на ступенчатое задающее воздействие с перерегулированием $\sigma \leq \sigma^*$, временем нарастания $t_n \leq t_n^*$ и временем регулирования $t_p \leq t_p^*$, а также:

- ступенчатое возмущающее воздействие, приложенное к входу ОУ, должно быть устранено за время $t_s \leq t_p$;
- система управления должна обеспечить нулевую установившуюся ошибку на ступенчатое задающее воздействие;
- система должна быть робастной к изменениям динамики ОУ, поэтому необходимо обеспечить запас устойчивости по фазе $\gamma \geq 35^\circ$ и по амплитуде $L \geq 6 \text{ дБ}$.

Примечание. При определении передаточной функции объекта управления положить $k_o = 1$ Н/в.

Порядок выполнения

1. Настройка параметров регуляторов в интерактивном режиме с помощью средства Sisotool/MATLAB.
 2. Реализация модального управления с измеримыми переменными состояния.
 3. Настройка регуляторов с использованием возможностей пакета Simulink Design Optimization.
- Моделирование провести в системе MATLAB.

Методические указания

1. При выполнении п. 1 используйте структуру системы с двумя степенями свободы. Настройке подлежат параметры регуляторов обратной связи С и предварительного фильтра F. Технология настройки параметров регуляторов в интерактивном режиме показана в [5].

2. При выполнении п. 2 используйте модель объекта управления в переменных состояния. При использовании в качестве переменных состояния фазовых переменных уравнения состояния можно получить следующим образом. Обозначим:

$$x_1(t) = x(t), x_2(t) = \frac{dx_1(t)}{dt} = \frac{dx(t)}{dt}.$$

Тогда, используя уравнение (2.1), получаем уравнения состояния в развёрнутом виде:

$$\dot{x}_2(t) = \frac{1}{M}(-kx_1(t) - bx_2(t)) + \frac{1}{M}u(t).$$

Сначала определите коэффициент обратной связи по состоянию для решения задачи регулирования. С помощью моделирования убедитесь, что перерегулирование и время нарастания меньше заданных значений.

На втором шаге рассчитайте дополнительный коэффициент усиления N_{bar} для безошибочного воспроизведения постоянного задающего воздействия (решение задачи слежения). Скрипт программы для его определения приведён в [1]. Проведите моделирование системы при небольшом изменении коэффициентов системной матрицы A и отработке постоянного возмущающего воздействия, приложенного ко входу объекта управления. Убедитесь, что система не робастна.

Введите в систему интегратор, определите расширенную модель системы в переменных состояния и рассчитайте коэффициент обратной связи по состоянию и коэффициент усиления интегратора. Проведите моделирование системы аналогично моделированию с коэффициентом N_{bar} . Убедитесь, что система стала робастной. Методика определения модели системы в переменных состояния при введении интегратора изложена в [4].

Для настройки параметров регуляторов с помощью пакета Simulink Design Optimization необходимо ознакомиться с технологией использования этого пакета, например, в [6]. По существу, рассматриваемый пакет является специализированной оптимизирующей программой для решения задачи оптимизации при наличии ограничений в форме неравенств и использующей в качестве базового алгоритма оптимизации последовательное квадратичное программирование.

Используйте систему с двумя степенями свободы для оптимизации параметров регуляторов С и F. В работе [5] приведён пример настройки параметров регуляторов для такой системы. Используйте в качестве *неопределённого* параметра модели объекта управления коэффициент жёсткости пружины k , значения которого изменяйте на $\pm 20\%$ относительно его номинального значения.

По завершении процесса оптимизации убедитесь, что удовлетворены все требования к показателям качества системы.

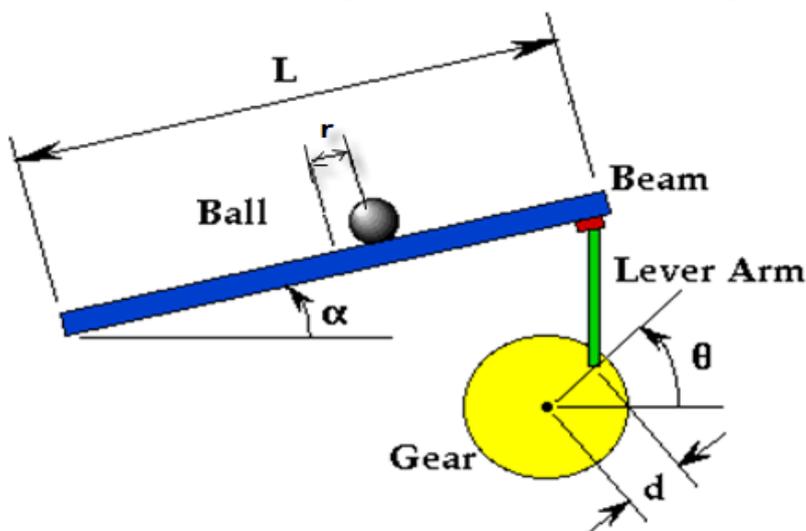
ЗАДАНИЕ № 3

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ПОЛОЖЕНИЕМ ШАРА НА ПЛОСКОСТИ

Исходные данные

Требуется разработать регулятор для системы управления положением шара на плоскости. Цель управления заключается в перемещении шара из произвольного начального положения в границах плоскости в заданную конечную точку с заданными показателями качества. При этом допускается только прямолинейное движение шара.

Наиболее полная математическая модель объекта управления, полученная на основе составления уравнений Лагранжа для движения шара и исполнительного механизма, приведена в [7]. Полученная система уравнений является достаточно сложной, учитывает много второстепенных факторов, и поэтому для целей управления целесообразно упростить модель. В этой же работе приведена упрощенная модель, на основе которой можно составить схему моделирования объекта управления (см. рисунок):



Объект управления содержит плоскую поверхность (доску) Beam, на которой расположен шар (Ball). Исполнительный механизм (Gear) приводится в движение двигателем. Плечо рычага (Lever Arm) исполнительного механизма воздействует на незакреплённый конец доски, что приводит к её возвратно поступательным движениям в одной плоскости. При этом шар начинает кататься по плоскости от правого конца доски к левому и наоборот. Цель управления – перевести шар из произвольного положения в центр доски с заданными показателями качества и, чтобы при этом шар не скатился с доски.

На рисунке введены следующие обозначения: r – расстояние от центра доски до текущего положения шара, L – длина доски, d – радиус вала, α и θ – соответственно угловое положение доски и вала исполнительного механизма.

Численные значения параметров объекта управления, а также требования, предъявляемые к качеству системы управления, сведены в таблицу,

№, п/п	M , кг	R , м	d , м	L , м	t_p , с	σ^* , %
1	0,10	0,015	0,020	0,8	4,6	3
2	0,14	0,017	0,020	0,8	4,8	3
3	0,18	0,020	0,020	0,9	5,0	3
4	0,22	0,025	0,025	0,9	5,4	4
5	0,26	0,030	0,025	1,0	5,8	4
6	0,30	0,035	0,030	1,0	6,0	4
7	0,34	0,037	0,030	1,1	6,2	5
8	0,38	0,040	0,030	1,1	6,4	5
9	0,42	0,042	0,035	1,2	6,8	5
10	0,46	0,046	0,035	1,2	7,0	5

где t_p^* - время регулирования; σ^* - перерегулирование; M - масса шара, R - радиус шара.

Система управления должна обеспечить реакцию на ступенчатое задающее воздействие с перерегулированием $\sigma \leq \sigma^*$ и временем регулирования $t_p \leq t_p^*$.

Уравнение движения шара выглядит следующим образом [7]:

$$0 = \left(\frac{J}{R^2} + M\right)\ddot{r} + Mg\sin(\alpha) - Mr(\dot{\alpha})^2, \quad (3.1)$$

где $J = \frac{2}{5}MR^2$ - момент инерции шара; $g = 9,8 \text{ м/с}^2$ - ускорение свободного падения. Если лине-

аризовать это уравнение в окрестности $\bar{\alpha} = 0$, то получим:

$$\left(\frac{J}{R^2} + M\right)\ddot{r} = -Mg\alpha \quad (3.2)$$

Уравнение, связывающее угол Θ с углом α , можно записать следующим образом:

$$\alpha = \frac{a}{L}\theta \quad (3.3)$$

Подставляя (3.3) в (3.2), окончательно получаем линеаризованное уравнение объекта управления:

$$\left(\frac{J}{R^2} + M\right)\ddot{r} = -Mg\frac{a}{L}\theta \quad (3.4)$$

Применяя преобразование Лапласа к левой и правой частям уравнения (3.4), получаем передаточную функцию объекта управления:

$$W_1(s) = \frac{r(s)}{\theta(s)} = -\frac{Mga}{L\left(\frac{J}{R^2} + M\right)s^2} \quad (3.5)$$

Порядок выполнения

1. Линеаризация нелинейной модели объекта управления.
2. Настройка параметров ПИД-регулятора для замкнутого контура в «ручном» режиме.
3. Формирование разомкнутого контура по методу корневого годографа.
4. Формирование разомкнутого контура по методу логарифмических частотных характеристик.
5. Реализация модального управления, считая переменные состояния измеримыми.
6. Настройка регулятора с использованием возможностей пакета Simulink Design Optimization. Моделирование провести в системе MATLAB.

Методические указания

1. Выполните линеаризацию нелинейного дифференциального уравнения (3.1) в окрестности состояния

равновесия $\bar{\alpha} = 0$. С основными сведениями о проведении линеаризации можно ознакомиться, например, в [3]. Убедитесь, что в результате получается линейное дифференциальное уравнение вида (3.2).

2. При выполнении п. 2 вначале получите реакцию *разомкнутой* системы на входное отклонение, например $\theta = 0,25 \text{ рад}$. Убедитесь, что положение шара не стабилизируется и он скатывается с доски.

Для настройки ПИД-регулятора целесообразно использовать средство Sisotool/MATLAB. При дальнейшем моделировании избавьтесь от знака минус в передаточной функции объекта (3.5), т.е. будем считать, что шар в начальный момент времени находится на правом конце доски. Пример настройки ПИД-регулятора в «ручном» режиме приведён в [1]. Попробуйте настроить П и ПД-регуляторы. Покажите, что с помощью ПД-регулятора можно стабилизировать систему и добиться требуемых показателей качества.

3. Сведения, необходимые для выполнения пп. 3 и 4 порядка выполнения данного задания, изложены в [1]. Там же приведён пример расчёта регулятора. Для стабилизации системы используйте регулятор с *опережением по фазе* [4] с передаточной функцией

$$W_2(s) = k_2 \frac{(1 + s / \omega_0)}{(1 + s / \omega_p)}, \quad \omega_0 < \omega_p.$$

4. При выполнении п. 5 используйте модель объекта управления в переменных состояния следующего вида:

$$\begin{bmatrix} \dot{r} \\ \dot{\alpha} \\ \ddot{\alpha} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{J}{R^2 + M} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ \dot{r} \\ \alpha \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} u$$

$$y = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} r \\ \dot{r} \\ \alpha \\ \dot{\alpha} \end{bmatrix}.$$

Обоснование выбора такой модели приведено в [7]. В отличие от других методов, использованных ранее, где мы изменяли угол поворота вала, чтобы управлять положением шара, здесь будем использовать вторую производную от угла α , т.е. крутящий момент, приложенный к центру доски.

На первом этапе определите коэффициент обратной связи по состоянию для решения *задачи регулирования*.

Задайте желаемое расположение полюсов проектируемой системы. При этом два доминирующих полюса определите с учётом обеспечения желаемых показателей качества системы для колебательного звена. Два других полюса расположите в 8 - 10 раз дальше от мнимой оси, чем доминирующие полюсы. С помощью моделирования убедитесь, что перерегулирование и время регулирования меньше заданных значений.

На втором шаге рассчитайте дополнительный коэффициент усиления N_{bar} для безошибочного воспроизведения постоянного задающего воздействия (решение задачи слежения). Скрипт программы для его определения приведён в [1]. Проведите моделирование системы при небольшом изменении коэффициентов системной матрицы A и отработке постоянного возмущающего воздействия, приложенного ко входу объекта управления. Убедитесь, что система не робастна.

Введите в систему интегратор, определите расширенную модель системы в переменных состояния и рассчитайте коэффициент обратной связи по состоянию и коэффициент усиления интегратора. Проведите моделирование системы аналогично моделированию с коэффициентом N_{bar} . Убедитесь, что система стала робастной. Методика определения модели системы в переменных состояния при введении интегратора изложена в [4].

5. Для настройки параметров регулятора с помощью пакета Simulink Design Optimization необходимо ознакомиться с технологией использования этого пакета, например, в [6]. Рассматриваемый пакет является специа-

лизированной оптимизирующей программой для решения задачи оптимизации при наличии ограничений в форме неравенств и использующей в качестве базового алгоритма оптимизации последовательное квадратичное программирование. Для настройки используйте регулятор с *опережением по фазе*. Убедитесь, что после завершения процесса оптимизации удовлетворены все требования к показателям качества системы.