

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**



**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор института-заместитель  
директора ФАКТ**

**М.А. Кудров**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

|                            |                                                                                                                   |
|----------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>по дисциплине:</b>      | Дополнительные главы дискретной математики                                                                        |
| <b>по направлению:</b>     | Информатика и вычислительная техника                                                                              |
| <b>профиль подготовки:</b> | Системный анализ и инжиниринг информационных процессов<br>Сетевое обучение<br>кафедра компьютерного моделирования |
| <b>курс:</b>               | 3                                                                                                                 |
| <b>квалификация:</b>       | бакалавр                                                                                                          |

Семестр, формы промежуточной аттестации: 6 (весенний) - Зачет

Аудиторных часов: 96 всего, в том числе:

лекции: 32 час.

семинары: 64 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 48 час.

Всего часов: 144, всего зач. ед.: 4

Программу составил: А.Г. Здор, канд. физ.-мат. наук

Программа обсуждена на заседании кафедры компьютерного моделирования 04.05.2022

## Аннотация

Цель дисциплины - дать студентам базовые вещи из теории чисел, теории множеств, теории булевых функций, научить началам математической логики и теории алгоритмов, а также обучить основам теории графов.

### 1. Цели и задачи

#### Цель дисциплины

Целью дисциплины «Дополнительные главы дискретной математики» является формирование:

- мировоззрения в тематических областях естественнонаучных знаний, связанных с изучением свойств конечных или бесконечных структур со скачкообразными процессами или отделимостью входящих в них элементов;
- базовых знаний для дальнейшего использования в других областях математики и дисциплинах естественнонаучного содержания;
- математической культуры, исследовательских навыков и способности понимать, совершенствовать и применять на практике современный математический аппарат.

#### Задачи дисциплины

- ознакомление обучающихся с основными тематическими областями дискретной математики и постановками характерных математических задач;
- формирование у обучающихся базовых знаний и навыков по применению основных методов решения характерных математических задач дискретной математики;
- формирование общематематической культуры, умения логически мыслить, проводить доказательства основных утверждений, устанавливать логические связи и аналогии между понятиями;
- формирование умений и навыков применять полученные знания для самостоятельного решения задач и анализа полученных результатов.

### 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

| Код и наименование компетенции                                                                                                                                                                                                                  | Индикаторы достижения компетенции                                                                                                                                                               |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| ОПК-1 Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности                                          | ОПК-1.1 Демонстрирует естественнонаучные и общетехнические знания, знания методов математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования                     |
|                                                                                                                                                                                                                                                 | ОПК-1.2 Применяет естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности |
|                                                                                                                                                                                                                                                 | ОПК-1.3 Использует современные информационные технологии в профессиональной деятельности                                                                                                        |
| ОПК-3 Способен решать стандартные задачи профессиональной деятельности на основе информационной и библиографической культуры с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности | ОПК-3.3 Решает задачи профессиональной деятельности с применением информационно-коммуникационных технологий и с учетом основных требований информационной безопасности                          |
|                                                                                                                                                                                                                                                 | ОПК-3.2 Понимает основные требования информационной безопасности                                                                                                                                |
|                                                                                                                                                                                                                                                 | ОПК-3.1 Владеет информационной и библиографической культурой                                                                                                                                    |
| ОПК-8 Способен разрабатывать алгоритмы и программы, пригодные для практического применения                                                                                                                                                      | ОПК-8.1 Понимает требования к алгоритмам, суть процесса алгоритмизации задач                                                                                                                    |
|                                                                                                                                                                                                                                                 | ОПК-8.2 Выполняет разработку алгоритмического и программного обеспечения для решения прикладных задач                                                                                           |

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- операции над множествами, основные тождества алгебры множеств;
- теоремы сложения и умножения для конечных множеств;
- основные виды конечных выборок (перестановки, размещения, сочетания, размещения и сочетания с повторениями, перестановки с повторениями) и выражения для подсчета их количеств;
- канонические виды булевой функции (СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина), принцип двойственности;
- определения замкнутых и полных систем булевых функций, теорему Поста о полноте;
- способ реализации булевой функции в виде функции проводимости переключательной схемы;
- операции над высказываниями, основные тождества алгебры высказываний;
- определения основных видов графов (граф, мультиграф, ориентированный и неориентированный графы), способы их задания с помощью матриц, определение изоморфизма и связности;
- основные виды подграфов (пути, цепи, циклы);
- определения эйлеровых, гамильтоновых, полугамильтоновых, планарных графов;
- определение префиксного кода и теорему о его взаимной однозначности;
- неравенство Крафта – Макмиллана;
- алгоритмы построения кодов Фано и Хаффмена;
- определение самокорректирующегося кода, его геометрическую интерпретацию на единичном  $n$ -мерном кубе, оценки для нижней границы Гиль и верхней границы Хэмминга;
- определение и свойства кода Хэмминга.

уметь:

- выполнять тождественные преобразования по правилам алгебры множеств;
- использовать основные виды конечных выборок при решении простейших комбинаторных задач;
- применять теоремы сложения и умножения для конечных множеств, обобщение формулы включения и исключения;
- приводить булеву функцию к каноническим видам (СДНФ, СКНФ, полином Жегалкина) с помощью таблицы и методом алгебраических преобразований;
- проводить исследование замкнутости и полноты систем булевых функций;
- проводить анализ и синтез переключательных схем, минимизировать их функцию проводимости в классе ДНФ;
- находить минимальное «остовное дерево» взвешенного неориентированного графа;
- находить полный поток в транспортной сети;
- составлять граф приращений для потока в транспортной сети и находить максимальный поток;
- находить минимальный разрез транспортной сети;
- применять неравенство Крафта – Макмиллана, строить «дерево» префиксного кода;
- строить «деревья» для кодов Фано и Хаффмена;
- с использованием кода Хэмминга проводить шифрование, поиск ошибки и ее исправление для информационных сообщений произвольной длины.

владеть:

- методами решения комбинаторных задач;
- методами решения задач теории графов, в частности:
- алгоритмом построения эйлерова цикла;
- методами решения задач теории кодирования, в частности:
- алгоритмами построения кодов Фано и Хаффмена;
- методикой применения самокорректирующихся кодов.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

|  |  |                                                                             |
|--|--|-----------------------------------------------------------------------------|
|  |  | Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час. |
|--|--|-----------------------------------------------------------------------------|

| №                     | Тема (раздел) дисциплины     | Лекции              | Семинары | Лаборат. работы | Самост. работа |
|-----------------------|------------------------------|---------------------|----------|-----------------|----------------|
| 1                     | Алгебра высказываний.        | 4                   | 8        |                 | 8              |
| 2                     | Введение в булевы функции.   | 6                   | 12       |                 | 8              |
| 3                     | Элементы комбинаторики.      | 6                   | 12       |                 | 8              |
| 4                     | Элементы теории графов.      | 7                   | 14       |                 | 8              |
| 5                     | Элементы теории кодирования. | 7                   | 14       |                 | 8              |
| 6                     | Элементы теории множеств.    | 2                   | 4        |                 | 8              |
| Итого часов           |                              | 32                  | 64       |                 | 48             |
| Подготовка к экзамену |                              | 0 час.              |          |                 |                |
| Общая трудоёмкость    |                              | 144 час., 4 зач.ед. |          |                 |                |

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 6 (Весенний)

##### 1. Алгебра высказываний.

Высказывания и операции над ними. Функции, формулы и основные тождества алгебры логики.

##### 2. Введение в булевы функции.

Булевы функции: определение, табличный способ задания, лексикографический порядок перечисления всех наборов переменных, элементарные булевы функции от одной и двух переменных. Существенные и фиктивные переменные. Представление булевых функций формулами. Эквивалентность формул, основные тождества двоичной булевой алгебры. Теорема о разложении (дизъюнктивном) булевой функции по первым  $m$  переменным. СДНФ не равной тождественно нулю булевой функции. Двойственная булева функция. Принцип двойственности. Теорема о разложении (конъюнктивном) булевой функции по первым  $m$  переменным. СКНФ не равной тождественно единице булевой функции. Многочлены Жегалкина. Существование и единственность представления произвольной булевой функции каноническим многочленом Жегалкина. Замкнутые и полные системы булевых функций. Пять классов Поста. Теорема Поста о полноте. Анализ и синтез переключательных схем. Минимизация булевых функций в классе ДНФ.

##### 3. Элементы комбинаторики.

Конечные множества. Теоремы сложения и умножения. Выборки, перестановки, размещения, сочетания. Размещения и сочетания с повторениями. Перестановки с повторениями, полиномиальная теорема. Формула включения и исключения. Обобщение формулы включения и исключения для подсчета количества элементов, обладающих ровно  $r$  свойствами.

##### 4. Элементы теории графов.

Понятие графа, способы задания. Ориентированные и неориентированные графы. Изоморфизм графов. Подграфы, пути, цепи, циклы. Связность графа. Эйлеровы графы: критерий, алгоритм построения эйлерова цикла. Гамильтоновы и полугамильтоновы графы. Планарные графы, критерий планарности. Взвешенные неориентированные и ориентированные графы. Алгоритмы «фронта волны» и Дейкстры нахождения кратчайших путей от выделенной вершины графа до остальных. Деревья. Остовное дерево графа. «Жадный» алгоритм построения минимального остовного дерева взвешенного неориентированного графа. Транспортные сети. Полный и максимальный потоки. Алгоритм построения полного потока. Граф приращений. Алгоритм построения максимального потока. Разрезы транспортной сети. Теорема о минимальном разрезе.

#### 5. Элементы теории кодирования.

Код. Алфавитное кодирование. Префиксный код, его взаимная однозначность. Неравенство Крафта – Макмиллана. Коды Фано и Хаффмена, алгоритмы их построения. Код Хэмминга. Исправление ошибки. Самокорректирующиеся коды. Разбиение множества вершин  $n$ -мерного куба на шары.

#### 6. Элементы теории множеств.

Множества, операции над множествами. Диаграммы Эйлера – Венна. Алгебра множеств. Основные тождества алгебры множеств.

### 5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)

Учебная аудитория, оснащенная доской, мультимедиа проектором, экраном и микрофоном.

### 6. Перечень рекомендуемой литературы

#### Основная литература

1. Введение в дискретную математику [Текст] : учеб. пособие для вузов / С. В. Яблонский .— 2-е изд., перераб. и доп. — М. : Наука, 1986 .— 384 с.
2. Фундаментальные основы дискретной математики. Информационная математика [Текст] : учебник для вузов : рек. М-вом общ. и проф. образования Рос. Федерации / В. А. Горбатов .— М. : Наука ; Физматлит, 1999 .— 544 с.
3. Курс дискретной математики [Текст] : учебное пособие : доп. Гос. ком. СССР / В. Н. Нефедов, В. А. Осипова .— М. : МАИ, 1992 .— 263 с.

#### Дополнительная литература

1. Теория графов [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / О. Оре ; пер. с англ. И. Н. Врублевской ; под ред. Н. Н. Воробьева .— 2-е изд., стереотип. — М. : Наука, 1980 .— 336 с.
2. Теория графов и ее применения [Текст] : [учеб. пособие для вузов] / К. Берж ; пер. с фр. А. А. Зыкова под ред. И. А. Вайнштейна .— М. : Иностранная литература, 1962 .— 319 с.

### 7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)

1. <http://www.exponenta.ru> – образовательный математический сайт.
2. <http://mathnet.ru> – общероссийский математический портал.
3. <http://www.edu.ru> – федеральный портал «Российское образование».
4. <http://benran.ru> –библиотека по естественным наукам Российской академии наук.
5. <http://techlibrary.ru/books.htm> – техническая библиотека.

### 8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)

На лекционных занятиях используются мультимедийные технологии, включая демонстрацию презентаций.

Для контроля и коррекции знаний обучающиеся могут использовать компьютерное тестирование.

В процессе самостоятельной работы обучающихся возможно использование таких программных средств, как Grin, Mathematica, Scilab и др.

## 9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)

Студент, изучающий курс Дополнительные главы дискретной математики, должен с одной стороны, овладеть общим понятийным аппаратом, а с другой стороны, должен научиться применять теоретические знания на практике.

Поскольку в современной литературе существует, как правило, несколько вариантов определений рассматриваемых понятий (например, графа), при изучении теоретического материала студенту рекомендуется придерживаться одного основного источника – курса лекций. Успешное освоение курса требует самостоятельной работы студента. В программе курса приведено минимально необходимое время для работы студента над темой.

Самостоятельная работа должна включать в себя:

- чтение и конспектирование рекомендованной литературы;
- проработку учебного материала (по конспектам лекций, учебной и научной литературе);
- подготовку ответов на вопросы, предназначенные для самостоятельного изучения;
- доказательство отдельных утверждений, свойств;
- решение задач, предлагаемых студентам на лекциях и практических занятиях;
- подготовку к практическим занятиям, семестровой контрольной работе, экзамену.

Руководство и контроль самостоятельной работы студента осуществляется в форме индивидуальных консультаций.

Показателем владения материалом служит умение решать задачи. Для формирования умения применять теоретические знания на практике студенту необходимо решать как можно больше задач. При решении задач каждое действие необходимо аргументировать, ссылаясь на известные теоретические сведения.

При освоении курса дискретной математики целесообразно придерживаться следующей схемы: изучение материала лекции по конспекту в тот же день, когда была прослушана лекция (ориентировочно 10-15 минут); повторение материала накануне следующей лекции (ориентировочно 10-15 минут), проработка учебного материала по конспектам лекций, учебной и научной литературе, подготовка ответов на вопросы, предназначенных для самостоятельного изучения (ориентировочно 1 час неделю), подготовка к практическому занятию, решение задач (ориентировочно 1 час). При подготовке к практическим занятиям необходимо повторять ранее изученные основные определения, формулировки теорем. В начале занятия, как правило, проводится короткий (ориентировочно 10-15 минут) опрос по материалу прошедших занятий в устной или письменной форме.

Важно добиться понимания изучаемого материала, а не механического его запоминания. При затруднении изучения отдельных тем, вопросов, следует обращаться за консультациями к лектору или преподавателю, ведущему практические занятия.

Обязательным требованием является выполнение домашних работ, которые оформляются в специально отведённой для этого тетради и систематически сдаются на проверку.

Промежуточный контроль знаний проводится в виде письменных контрольных работ, на которых студенту предлагается письменно ответить на теоретический вопрос и решить несколько задач по зачетной теме. Также студенту в ходе освоения курса необходимо выполнить два домашних индивидуальных задания с их последующей защитой:

- 1 «Теория множеств, комбинаторика, двоичная булева алгебра, алгебра высказываний»;
2. «Графы, Коды».

1. Судоплатов С.В., Овчинникова Е.В. Элементы дискретной математики. – М.-Новосибирск, 2002.

2. Иванов Б.Н. Дискретная математика. Алгоритмы и программы. – М.: Лаборатория базовых знаний, 2001.

3. Ерусалимский Я.М. Дискретная математика (теория, задачи, приложения). – М.: Вузовская школа, 1999.
4. Кук Д., Бейз Г. Компьютерная математика. – М.: Наука, 1990.
5. Форд Л.Р., Фалкерсон Д.Р. Потоки в сетях. – М.: Мир, 1966.
6. Свами М., Тхуласирман К. Графы, сети и алгоритмы. – М.: Мир, 1984.
7. Либер А.Е. Двоичная булева алгебра. – Саратов: Изд. СГУ, 1966.
8. Пензов Ю.Е. Элементы математической логики и теории множеств. – Саратов: Изд. СГУ, 1968.
9. Сборник задач по математической логике и теории множеств – Саратов: Изд. СГУ, 1969.