

ПРИЛОЖЕНИЕ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ В.Ф. УТКИНА»

Кафедра «Вычислительной и прикладной математики»

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по дисциплине

«Линейная алгебра и функции нескольких переменных»

Направление подготовки – 09.03.04 «Программная инженерия»
ООП академического бакалавриата
«Программное обеспечение систем искусственного интеллекта»
Квалификация выпускника – бакалавр

Формы обучения – очная

Рязань 2023 г.

Оценочные материалы – это совокупность учебно-методических материалов (контрольных заданий, описаний форм и процедур, оцениваемых ресурсов в дистанционных учебных курсах), предназначенных для оценки качества освоения обучающимися дисциплины **«Линейная алгебра и функции нескольких переменных»** как части основной образовательной программы.

Цель – оценить соответствие знаний, умений и уровня приобретённых компетенций, обучающихся целям и требованиям основной образовательной программы в ходе проведения текущего контроля и промежуточной аттестации.

Основная задача – обеспечить оценку уровня сформированности общекультурных и профессиональных компетенций, приобретаемых обучающимся в соответствии с этими требованиями.

Контроль знаний, обучающихся проводится в форме текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль успеваемости проводится с целью определения степени усвоения учебного материала, своевременного выявления и устранения недостатков в подготовке обучающихся и принятия необходимых мер по совершенствованию методики преподавания учебной дисциплины (модуля), организации работы обучающихся в ходе учебных занятий и оказания им индивидуальной помощи.

К контролю текущей успеваемости относятся проверка знаний, умений и навыков обучающихся: на занятиях; по результатам выполнения контрольных работ; по результатам выполнения обучающимися домашних заданий; по результатам проверки качества конспектов лекций и иных материалов. При оценивании (определении) результатов освоения дисциплины применяется традиционная шкала оценивания («зачтено», «незачтено»).

Текущая аттестация студентов проводится на основании результатов выполнения ими домашних заданий (ДЗ) и контрольных работ (КР), и оформляется в виде ведомостей по системе 0-1-2.

По итогам изучения разделов дисциплины **«Линейная алгебра и функции нескольких переменных»** обучающиеся в конце учебного семестра проходят промежуточную аттестацию. Форма проведения аттестации – зачет в устной или письменной формах или тест: электронный билет, формируемый случайным способом. Билеты для зачета и перечни вопросов, задач, примеров, выносимых на промежуточную аттестацию, составляются с учётом содержания тем учебной дисциплины и подписываются заведующим кафедрой.

В билет для зачета или вариант теста включаются два теоретических вопроса и до четырёх практических задач по темам дисциплины (Протокол заседания кафедры Высшей математики №10 от 26 апреля 2017г.).

Паспорт оценочных материалов по дисциплине

№	Контролируемые модули (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части)	Вид, метод, форма оценочного мероприятия
Семестр 2			
1	Линейные пространства	ОПК – 1.1-3	Домашние задания

		ОПК – 1.1-У ОПК – 1.1-В ОПК – 1.2-З ОПК – 1.2-У ОПК – 1.2-В	Зачет
2	Евклидовы пространства	ОПК – 1.1-З ОПК – 1.1-У ОПК – 1.1-В ОПК – 1.2-З ОПК – 1.2-У ОПК – 1.2-В	Домашние задания Зачет
3	Линейные операторы	ОПК – 1.1-З ОПК – 1.1-У ОПК – 1.1-В ОПК – 1.2-З ОПК – 1.2-У ОПК – 1.2-В	Домашние задания Зачет
4	Квадратичные формы	ОПК – 1.1-З ОПК – 1.1-У ОПК – 1.1-В ОПК – 1.2-З ОПК – 1.2-У ОПК – 1.2-В	Домашние задания Зачет
5	Функции нескольких переменных	ОПК – 1.1-З ОПК – 1.1-У ОПК – 1.1-В ОПК – 1.2-З ОПК – 1.2-У ОПК – 1.2-В	Контрольная работа Зачет

Критерии оценивания компетенций (результатов)

- 1) Уровень усвоения материала, предусмотренного программой.
- 2) Умение анализировать материал, устанавливать причинно-следственные связи.
- 3) Качество ответа на вопросы: полнота, аргументированность, убежденность, логичность.
- 4) Содержательная сторона и качество материалов, приведенных в отчетах студента по домашним заданиям, практическим занятиям.
- 5) Использование дополнительной литературы при подготовке ответов.

Уровень освоения сформированности знаний, умений и навыков по дисциплине оценивается в форме отметки «зачтено-незачтено». Критерии оценивания промежуточной аттестации представлены в таблице.

Шкала оценивания	Критерии оценивания
------------------	---------------------

«зачтено»	студент должен: продемонстрировать общее знание изучаемого материала; знать основную рекомендуемую программой дисциплины учебную литературу; уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; уметь устранить допущенные погрешности в ответе на теоретические вопросы и/или при выполнении практических заданий под руководством преподавателя, либо (при неправильном выполнении практического задания) по указанию преподавателя выполнить другие практические задания того же раздела дисциплины.
«незачтено»	ставится в случае: а) если студент выполнил не все задания, предусмотренного учебным графиком (не зачтен хотя бы один типовой расчет или контрольная работа); б) если студент после начала экзамена отказался его сдавать или нарушил правила сдачи экзамена (списывал, подсказывал, обманом пытался получить более высокую оценку и т.д.); в) незнания значительной части программного материала; не владения понятийным аппаратом дисциплины; существенных ошибок при изложении учебного материала; неумения строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; неумения делать выводы по излагаемому материалу.

Фонд оценочных средств дисциплины «Линейная алгебра и функции нескольких переменных» включает

- задачи для практических занятий;
- варианты контрольных работ;
- варианты домашних заданий;
- оценочные средства промежуточной аттестации;
- варианты тестовых заданий в дистанционных учебных курсах;
- задачи для проверки остаточных знаний.

Задачи для практических занятий.

В ходе практических занятий происходит решение задач, представленных в сборниках задач для практических занятий и самостоятельной работы, которые доступны для скачивания в электронном виде.

1. Интеграл. Основы линейной алгебры. Функции многих переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения: задачи для практ. занятий и самост. работы (2-й семестр) / А. В. Дубовиков [и др.]; РГПУ. - Рязань, 2009. - 60с. URL: http://rsreu.ru/component/docman/doc_download/1156-2-j-semestr-zadachi

Варианты контрольных работ.

Текущая проверка знаний, умений и навыков предусматривает в течение каждого семестра периодические опросы и выполнение контрольных работ на практических занятиях. Типовые контрольные работы реализуется в виде типовых вариантов контрольных работ по отдельным темам, которые выполняются студентами в аудиториях.

Контрольные опросы производятся на основании соответствующих типовых вопросов промежуточной аттестации.

Контрольная работа Функции нескольких переменных

Вариант 1

Задание 1. Найдите область определения функции $z = f(x, y)$. Сделать чертеж.

$$z = \log_3(y + 2x^2 + 1)$$

Задание 2. Дана сложная функция $z = f(u, v)$, $u = \phi(x, y)$, $v = \psi(x, y)$. Найдите $\frac{\partial z}{\partial x}$, $\frac{\partial z}{\partial y}$.

$$z = \sqrt{u} \cdot \arcsin(v-1), u = (3x-1)^{2y+2}, v = \sqrt[3]{xy}$$

Задание 3. Найдите производные $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{\partial z}{\partial y}$ функции, заданной неявно.

$$4xy^3 + \log_2(z\sqrt{y}) - \cos(zx^2) = 0$$

Задание 4. Вычислите приближенно: $\sqrt[5]{32,04 + (0,02)^3}$

Задание 5. Найдите дифференциал dz в точке M .

$$z = \sin^2(x - y), M(2, 1)$$

Задание 6. Найдите производную функции $u = f(x, y, z)$ в точке M по направлению вектора $\vec{h}$.

$$u = \frac{x}{y} - \frac{y}{x+z}, M(2, 1, 1), \vec{h} = 2\vec{i} + 2\vec{j} - \vec{k}$$

Задание 7. Найдите экстремумы функции $z = x^2 + y^2 - 6x + 4y - xy + 3$.

Варианты домашних заданий.

В процессе изучения каждой темы студенты обязаны самостоятельно выполнить домашние задания по отдельным темам.

Домашние задания реализуется в виде типовых вариантов домашних заданий по отдельным темам, которые выполняются студентами самостоятельно во внеаудиторное время.

ДЗ 1. Линейные пространства. Линейные операторы. Квадратичные формы.

Все домашние задания представлены в электронном виде и доступны для скачивания. URL: <http://rsreu.ru/faculties/faitu/kafedri/vm/menu-1193>

Пример варианта домашнего задания приведён ниже.

**Домашнее задание по теме «Линейные пространства. Линейные операторы.
Квадратичные формы»**

Задание 1. Рассматривая векторы $\overline{e_1} = (2; -1; 1)$, $\overline{e_2} = (2; 0; 2)$, $\overline{e_3} = (3; 0; 1)$ как новый базис в $\mathbb{R}^3$, вычислите

- а) координаты вектора $\overline{b}$ в исходном базисе, зная его координаты в новом базисе $(2; 0; 1)$;
- б) координаты вектора $\overline{c}$ в новом базисе, зная его координаты в исходном базисе $(9; -3; 8)$.

Задание 2. Даны координаты векторов в некотором ортонормированном базисе:

$$\overline{a_1} = (4; 0; 3; 0), \overline{a_2} = (1; 0; 7; 0), \overline{a_3} = (-1; 5; -7; 0), \overline{a_4} = (1; 5; 7; 5).$$

Применяя процесс ортогонализации, ортонормируйте эту систему векторов.

Задание 3. Найдите собственные значения и собственные векторы линейного оператора,

заданного в некотором базисе матрицей $A = \begin{pmatrix} 3 & 1 & -1 \\ 0 & 2 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix}$.

Задание 4. Приведите матрицу $A = \begin{pmatrix} 5 & -2 & 4 \\ -2 & 8 & 2 \\ 4 & 2 & 5 \end{pmatrix}$ к диагональному виду и укажите матрицу перехода.

Задание 5. Приведите квадратичную форму $3x_1^2 + 4x_2^2 + 5x_3^2 + 4x_1x_2 - 4x_2x_3$ к каноническому виду: а) методом Лагранжа; б) ортогональным преобразованием.

Задание 6. Определить тип кривой второго порядка, составить ее каноническое уравнение и найти каноническую систему координат.

$$5x^2 + 4xy + 8y^2 - 32x - 56y + 80 = 0.$$

Оценочные средства промежуточной аттестации

Фонд оценочных средств промежуточной аттестации, проводимой в форме зачета или теста, включает

1. типовые теоретические вопросы;
2. дополнительные вопросы;
3. типовые практические задачи.

Оценочные средства приведены ниже. Разрешается и иная формулировка вопроса или примера, без изменения его смысла или содержания, например, дробление, изменение условий или иное.

Примеры типовых теоретических вопросов для зачета

1. Дать определение линейного пространства, сформулировать следствия из его аксиом, привести примеры.
2. Дать определения линейно зависимой и линейно независимой систем векторов линейного пространства. Сформулировать критерий линейной зависимости. Свойства линейно зависимых и линейно независимых систем векторов.
3. Дать определения базиса и размерности линейного пространства. Связь между этими понятиями. Привести примеры. Сформулировать теорему о единственности разложения по базису вектора линейного пространства. Линейные операции с векторами в координатной форме.
4. Дать определение ортогональной матрицы. Сформулировать ее свойства.
5. Дать определение ранга квадратичной формы. Сформулировать закон инерции квадратичных форм.
6. Доказать теорему о линейной независимости ортогональной системы векторов евклидова пространства.

7. Доказать теорему о матрице самосопряженного линейного оператора в ортонормированном базисе.
8. Доказать теорему об ортогональности собственных векторов самосопряженного линейного оператора, соответствующих различным собственным значениям.
9. Производная ФНП по направлению и градиент ФНП (определения, свойства и вывод основных формул).
10. Касательная плоскость и нормаль к поверхности. Определения, условия их существования и вывод уравнений.
11. Формулы Тейлора и Маклорена для ФНП. Сформулировать теоремы и привести примеры.
12. Сформулировать необходимые и достаточные условия существования экстремума функции нескольких переменных.

Примеры типовых задач для зачета

1. Квадратичная форма в некотором ортонормированном базисе имеет вид $2x^2 + 3y^2 + 3z^2 - 2xy$. Найти ортогональное преобразование, приводящее квадратичную форму к каноническому виду. Написать этот канонический вид.
2. В точке $M(2; 1; 1)$ найдите градиент и производную по направлению $\overline{MN}$ функции $u = x + \ln(z^2 + y^2)$, если $N(0; 2; -1)$, а также максимальное значение производной по направлению в точке M .
3. Найдите условные экстремумы функции $z = x^2 + y^2$ при условии $\frac{x}{2} + \frac{y}{3} - 1 = 0$.
4. Для функции $z = x^2y - z + xz^2$ в точке $M(1; 0; 2)$ найти наибольшее значение производной по направлению.
5. Составить уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности $x^2 + y^2 + (x - z)^3 + 4x - 3y + z - 4 = 0$ в точке $M(1; 1; 1)$.

Варианты тестовых заданий в дистанционных учебных курсах

Текущий контроль знаний студентов в может проводится в виде компьютерного тестирования по различным модулям (темам) программы.

Компьютерные тесты представлены в дистанционных учебных курсах на базе системы управления обучением Moodle: <http://cdo.rsreu.ru/>

Доступ к курсам предоставляется по паролю из внутренней информационной системы организации и из глобальной сети Интернет.

При создании тематических тестов по математике использовались следующие типы вопросов:

- 1) множественный выбор – необходимо выбрать один или несколько верный ответов среди предложенных,
- 2) числовой ответ – необходимо впечатать числовой ответ с клавиатуры,
- 3) на соответствие – ответ на каждый из вопросов нужно выбрать из предложенного списка,
- 4) краткий ответ – необходимо впечатать одно или несколько «слов» (это могут быть как собственно слова, так и наборы определенных символов),
- 5) вычисляемый – необходимо ввести числовой ответ с клавиатуры.

Внутри каждой учебной темы сформирован обширный банк разнообразных вопросов, которые разбиты на категории. Каждая категория содержит однотипные задачи, объединенные одним учебным вопросом. Тест формируется на основе выбора случайного вопроса из каждой указанной категории.

Задачи для проверки остаточных знаний

При проверке остаточных знаний студентам разрешается использовать конспекты лекций и справочную литературу.

Примеры типовых задач для проверки остаточных знаний

1. Функцией двух переменных $z = f(x, y)$ называют:
 - а) такую зависимость переменной y от переменной x , что каждому значению x соответствует единственное значение y .
 - б) такую зависимость переменной z от переменных x и y , что каждой паре значений x и y соответствует единственное значение z .
 - в) зависимость переменной y от переменных z .
2. Частная производная $\left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_{M_0}$ для функции $z = f(x, y)$ равна:
 - а) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x; y_0) - f(x_0, y_0)}{\Delta x},$
 - б) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(\Delta x; \Delta y) - f(x_0, y_0)}{\Delta x},$
 - в) $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + \Delta x; y_0) - f(x_0, y_0)}{\Delta x}.$
3. Частные производные неявной функции $F(x, y, z)$ находят по формулам:
 - а) $z'_x = -\frac{F'_x}{F'_y}, \quad z'_y = -\frac{F'_y}{F'_z},$
 - б) $z'_x = -\frac{F'_x}{F'_y}, \quad y'_z = -\frac{F'_y}{F'_z},$
 - в) $z'_x = -\frac{F'_z}{F'_y}, \quad z'_y = -\frac{F'_x}{F'_z}.$
4. Дифференциалом функции двух переменных называется:
 - а) $dz = (z'_x + z'_y) dx dy,$
 - б) $dz = z'_x dx + z'_y dy,$
 - в) $dz = z'_x dy + z'_y dx.$
5. Точка $M_0(x_0, y_0)$ называется точкой максимума функции $z = f(x, y)$, если:
 - а) существует такая δ -окрестность этой точки, что $f(x_0, y_0) < f(x, y),$
 - б) существует такая δ -окрестность этой точки, что $f(x_0, y_0) > f(x, y)$ для всех точек (x, y) из этой окрестности.
 - в) существует такая δ -окрестность этой точки, что $f(x_0, y_0) < f(x, y)$ для всех точек (x, y) из этой окрестности.

6. Сумма частных производных функции $f(x, y) = x \cdot y + 2 \cdot x - 2 \cdot y$ равна:

Ответ: $x + y$.

7. Произведение частных производных функции $z = \frac{x}{y}$ равно:

Ответ: $-\frac{x}{y^3}$.

8. Если функция имеет вид $z = 5 \cdot \sin(x) + \cos(y) - \operatorname{arccotg}(x^3)$, то значение выражения $z''_{xy} + 2 \cdot z''_{yx}$ равно:

Ответ: 0.

9. Значение функции $z = x^2 + y^2 - 4 \cdot x + 4 \cdot y + 4$ в точке экстремума (или сумма значений в точках экстремума) равно:

Ответ: -4.

10. Если функция задана формулой $\ln \frac{x}{y} + 10 \cdot x \cdot y = 2 \cdot x^2$, то значение выражения $y'(-2, 2)$ равно:

Ответ: $\frac{55}{41}$.

11. Если матрица линейного оператора в некотором базисе $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 \\ 1 & 2 \end{pmatrix}$

Ответ: -1.

12. Если матрица линейного оператора в некотором базисе $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & 2 \end{pmatrix}$

Ответ: -9.

Составила
доцент кафедры ВМ
к.ф.-м.н., доцент

К.А. Ципоркова

Заведующий кафедрой ВМ
к.ф.-м.н., доцент

К.В.Бухенский