

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
"РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ
В.Ф. УТКИНА"**

СОГЛАСОВАНО
Зав. выпускающей кафедры

УТВЕРЖДАЮ
Проректор по УР
А.В. Корячко

Вариационное исчисление и оптимальное управление
рабочая программа дисциплины (модуля)

Закреплена за кафедрой **Автоматика и информационные технологии в управлении**

Учебный план 01.03.02_22_00.plx
 01.03.02 Прикладная математика и информатика

Квалификация **бакалавр**

Форма обучения **очная**

Общая трудоемкость **3 ЗЕТ**

Распределение часов дисциплины по семестрам

Семестр (<Курс>.<Семестр на курсе>)	7 (4.1)		Итого	
Неделя	16			
Вид занятий	УП	РП	УП	РП
Лекции	32	32	32	32
Лабораторные	16	16	16	16
Иная контактная работа	0,55	0,55	0,55	0,55
Итого ауд.	48,55	48,55	48,55	48,55
Контактная работа	48,55	48,55	48,55	48,55
Сам. работа	39	39	39	39
Часы на контроль	8,75	8,75	8,75	8,75
Письменная работа на курсе	11,7	11,7	11,7	11,7
Итого	108	108	108	108

г. Рязань

Программу составил(и):

к.т.н., доц., Кузнецов Вячеслав Павлович

Рабочая программа дисциплины

Вариационное исчисление и оптимальное управление

разработана в соответствии с ФГОС ВО:

ФГОС ВО - бакалавриат по направлению подготовки 01.03.02 Прикладная математика и информатика (приказ Минобрнауки России от 10.01.2018 г. № 9)

составлена на основании учебного плана:

01.03.02 Прикладная математика и информатика

утвержденного учёным советом вуза от 28.01.2022 протокол № 6.

Рабочая программа одобрена на заседании кафедры

Автоматика и информационные технологии в управлении

Протокол от 26.05.2022 г. № 8

Срок действия программы: 2022-2023 уч.г.

Зав. кафедрой Бабаян Павел Вартанович

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2023-2024 учебном году на заседании кафедры
Автоматика и информационные технологии в управлении

Протокол от _____ 2023 г. № ____

Зав. кафедрой _____

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2024-2025 учебном году на заседании кафедры
Автоматика и информационные технологии в управлении

Протокол от _____ 2024 г. № ____

Зав. кафедрой _____

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2025-2026 учебном году на заседании кафедры
Автоматика и информационные технологии в управлении

Протокол от _____ 2025 г. № ____

Зав. кафедрой _____

Визирование РПД для исполнения в очередном учебном году

Рабочая программа пересмотрена, обсуждена и одобрена для
исполнения в 2026-2027 учебном году на заседании кафедры

Автоматика и информационные технологии в управлении

Протокол от _____ 2026 г. № ____

Зав. кафедрой _____

1. ЦЕЛИ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
1.1	Целью освоения дисциплины является обучение студентов методам оптимального управления социально-экономическими объектами.
1.2	

2. МЕСТО ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ) В СТРУКТУРЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЙ ПРОГРАММЫ	
Цикл (раздел) ОП:	Б1.В.ДВ.01
2.1 Требования к предварительной подготовке обучающегося:	
2.1.1	Многомерный статистический анализ
2.2 Дисциплины (модули) и практики, для которых освоение данной дисциплины (модуля) необходимо как предшествующее:	
2.2.1	Анализ хозяйственной деятельности предприятия
2.2.2	Выполнение и защита выпускной квалификационной работы
2.2.3	Научно-исследовательская практика
2.2.4	Научно-исследовательская работа
2.2.5	Преддипломная практика
2.2.6	Производственная практика
2.2.7	Производственная практика
2.2.8	Финансовый менеджмент

3. КОМПЕТЕНЦИИ ОБУЧАЮЩЕГОСЯ, ФОРМИРУЕМЫЕ В РЕЗУЛЬТАТЕ ОСВОЕНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
ПК-2: Способен проводить работы по обработке и анализу научно-технической информации и результатов исследований при выполнении научно-исследовательских и опытно-конструкторских разработок по отдельным разделам темы	
ПК-2.1. Проводит сбор, обработку, анализ и обобщение передового отечественного и международного опыта в экономической деятельности и бизнесе	
Знать математический аппарат теории оптимального управления; Уметь проводить математическое описание объектов управления; формулировать математическую постановку задачи оптимального управления, проводить аналитические преобразования и численные вычисления, приводящие к оптимальным алгоритмам управления; Владеть методами реализации алгоритмов оптимального управления.	
ПК-2.2. Проводит сбор, обработку, анализ и обобщение результатов экспериментов и исследований в экономической деятельности и бизнесе	
Знать типовые задачи оптимального управления, возникающие в экономике; Уметь сформулировать постановку задачи оптимального управления на качественном уровне; Владеть методами анализа и экономического обоснования полученных результатов.	

В результате освоения дисциплины (модуля) обучающийся должен

3.1 Знать:	
3.1.1	-математический аппарат теории оптимального управления;
3.1.2	-типовые задачи оптимального управления, возникающие в экономике.
3.2 Уметь:	
3.2.1	-проводить математическое описание объектов управления; формулировать математическую постановку задачи оптимального управления, проводить аналитические преобразования и численные вычисления, приводящие к оптимальным алгоритмам управления;
3.2.2	-сформулировать постановку задачи оптимального управления на качественном уровне.
3.3 Владеть:	
3.3.1	-методами реализации алгоритмов оптимального управления;
3.3.2	методами анализа и экономического обоснования полученных результатов.

4. СТРУКТУРА И СОДЕРЖАНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)						
Код занятия	Наименование разделов и тем /вид занятия/	Семестр / Курс	Часов	Компетенции	Литература	Форма контроля
	Раздел 1. Введение, постановка задачи оптимального управления					
1.1	Два типа оптимизационных задач в эко-номике: задачи конечномерной (статиче-ской) оптимизации, задачи бесконечно-мерной (динамической) оптимизации; примеры задач первого и	7	0			курсовая работа, зачет
1.2	/Лек/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1Л2.1	курсовая работа, зачет
1.3	/Ср/	7	1	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.2Л2.1	курсовая работа, зачет
1.4	/Лаб/	7	0	ПК-2.1-3		курсовая работа, зачет
1.5	Математическое описание экономических систем в задачах оптимального управле-ния, непрерывные и дискретные экономи-ческие системы, понятие переменных со-стояния, вектора состояния, уравнения со-стояния. /Тема/	7	0			курсовая работа, зачет
1.6	/Лек/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1	курсовая работа, зачет
1.7	/Лаб/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.2	курсовая работа, зачет
1.8	/Ср/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1Л2.1	курсовая работа, зачет
	Раздел 2. Математический аппарат теории оптимального управления, вариационные задачи					
2.1	Постановка задачи оптимального управ-ления; проблема начального и конечного состояний экономической системы, огра-ничения на управляющее воздействие и переменные состояния, критерий опти-мальности и типы задач оптимального управления: задачи Больца, Лагранжа и Майера. /Тема/	7	0			курсовая работа, зачет
2.2	/Лек/	7	2	ПК-2.1-3	Л1.1	зачет
2.3	/Лаб/	7	2	ПК-2.1-3	Л1.1Л2.1	зачет
2.4	/Ср/	7	2	ПК-2.1-3	Л1.1	зачет
2.5	/Лек/	7	0	ПК-2.1-3		зачет

2.6	Исторические предпосылки возникновения вариационного исчисления, задача о брахистохроне. Простейшая задача вариационного исчисления, уравнения Эйлера, условия Лежандра, условия трансверсальности. /Тема/	7	0			курсовая работа, зачет
2.7	/Лек/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1 Л1.2Л2.1	курсовая работа, зачет
2.8	/Ср/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В		курсовая работа, зачет
2.9	Вариационные задачи с несколькими неизвестными функциями, наличие дополнительных ограничений в форме алгебраических, дифференциальных и интегральных уравнений, вариационная задача на условный экстремум. /Тема/	7	0			курсовая работа, зачет
2.10	/Лек/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1	курсовая работа, зачет
2.11	/Лаб/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.2	курсовая работа, зачет
2.12	/Ср/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1Л2.1	курсовая работа, зачет
2.13	Вариационные задачи с несколькими неизвестными функциями, наличие дополнительных ограничений в форме алгебраических, дифференциальных и интегральных уравнений, вариационная задача на условный экстремум. /Тема/	7	0			курсовая работа, зачет
2.14	/Лек/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1	курсовая работа, зачет
2.15	/Лаб/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1	курсовая работа, зачет
2.16	/Ср/	7	4	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1Л2.1	курсовая работа, зачет

	Раздел 3. . Метод динамического программирования					
3.1	Постановка задачи и принцип оптимальности Беллмана. Дискретный вариант метода динамического программирования, вычислительные аспекты метода. /Тема/	7	0			курсовая работа, зачет
3.2	/Лек/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1	курсовая работа, зачет
3.3	/Лаб/	7	0	ПК-2.1-3	Л1.1	курсовая работа, зачет
3.4	/Ср/	7	4	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1Л2.1	
3.5	Применение динамического программирования к экономическим задачам оптимального управления. Оптимизация распределения капиталовложений между предприятиями. /Тема/	7	0			курсовая работа, зачет
3.6	/Лаб/	7	0	ПК-2.1-3	Л1.2	курсовая работа, зачет
3.7	/Ср/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1Л2.1	курсовая работа, зачет
3.8	/Лек/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1	курсовая работа, зачет
3.9	Задача о замене производственного оборудования. /Тема/	7	0			курсовая работа, зачет
3.10	/Лек/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В		курсовая работа, зачет
3.11	/Лаб/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В		курсовая работа, зачет
3.12	/Ср/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В		курсовая работа, зачет
3.13	Задача оптимальной загрузки транспортного средства. /Тема/	7	0			курсовая работа, зачет

3.14	/Лек/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1	курсовая работа, зачет
3.15	/Лаб/	7	0	ПК-2.1-3	Л1.1	курсовая работа, зачет
3.16	/Ср/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1Л2.1	курсовая работа, зачет
3.17	Метод динамического программирования в непрерывной задаче, уравнение Беллмана, структура оптимального управления. /Тема/	7	0			курсовая работа, зачет
3.18	/Лек/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1	курсовая работа, зачет
3.19	/Лаб/	7	0	ПК-2.1-3	Л1.1	курсовая работа, зачет
3.20	/Ср/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1Л2.1	курсовая работа, зачет
Раздел 4. Принцип максимума Понтрягина						
4.1	Принцип максимума Понтрягина. Постановка задачи оптимального управления со свободным правым концом траектории и фиксированным временем управления; расширенное пространство состояний и модифицированная задача оптимального управления. Игольчатая вариация и условие оптимальности. Принцип максимума Понтрягина. Постановка задачи оптимального управления со свободным правым концом траектории и фиксированным временем управления; расширенное пространство состояний и модифицированная задача оптимального управления. Игольчатая вариация /Тема/	7	0			курсовая работа, зачет
4.2	/Лек/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1	курсовая работа, зачет
4.3	/Лаб/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1	курсовая работа, зачет
4.4	/Ср/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1Л2.1	курсовая работа, зачет

4.5	Система сопряженных уравнений принципа максимума. /Тема/	7	0			курсовая работа, зачет
4.6	/Лек/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1	курсовая работа, зачет
4.7	/Лаб/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1	курсовая работа, зачет
4.8	/Ср/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1Л2.1	курсовая работа, зачет
4.9	Обобщение принципа максимума на задачи оптимального управления с другими граничными условиями. /Тема/	7	0			курсовая работа, зачет
4.10	/Лаб/	7	0	ПК-2.1-3	Л1.1	курсовая работа, зачет
4.11	/Ср/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1Л2.1	курсовая работа, зачет
4.12	/Лек/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1	курсовая работа, зачет
4.13	Обобщение принципа максимума на задачи оптимального управления с другими граничными условиями. /Тема/	7	0			курсовая работа, зачет
4.14	/Лек/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1	курсовая работа, зачет
4.15	/Лаб/	7	0	ПК-2.1-3	Л1.1	курсовая работа, зачет
4.16	/Ср/	7	4	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1Л2.1	курсовая работа, зачет
4.17	Применение принципа максимума к экономическим задачам оптимального управления. Задача об эффективной рекламной деятельности фирмы. /Тема/	7	0			курсовая работа, зачет
4.18	/Лек/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1	курсовая работа, зачет

4.19	/Лаб/	7	2	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1	курсовая работа, зачет
4.20	/Ср/	7	4	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.2Л2.1	курсовая работа, зачет
Раздел 5. Промежуточная аттестация						
5.1	/Тема/	7	0			курсовая работа, зачет
5.2	/ИКР/	7	0,55	ПК-2.1-3	Л1.1	курсовая работа, зачет
5.3	/КПКР/	7	11,7	ПК-2.1-3 ПК-2.1-У ПК-2.1-В ПК-2.2-3 ПК-2.2-У ПК-2.2-В	Л1.1Л2.1	курсовая работа, зачет
5.4	/Зачёт/	7	8,75	ПК-2.1-3	Л1.2	курсовая работа, зачет

5. ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

Фонд оценочных средств представлен в приложении 1 к рабочей программе

6. УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКОЕ И ИНФОРМАЦИОННОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)

6.1. Рекомендуемая литература

6.1.1. Основная литература

№	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Количество/ название ЭБС
Л1.1	Кузнецов В.П.	Оптимальное управление экономическими системами : Учебное пособие	Рязань: РИЦ РГРТУ, 2011,	, https://elibrsre.ru/ebs/download/2038
Л1.2	Кузнецов В.П.	Оптимальные и адаптивные системы : Методические указания	Рязань: РИЦ РГРТУ, 2006,	, https://elibrsre.ru/ebs/download/2029

6.1.2. Дополнительная литература

№	Авторы, составители	Заглавие	Издательство, год	Количество/ название ЭБС
Л2.1	Кузнецов В.П.	Оптимальные и адаптивные системы : Задания и метод.указ.к курс.работе	Рязань, 2006, 12с.	, 1

6.3 Перечень программного обеспечения и информационных справочных систем

6.3.1 Перечень лицензионного и свободно распространяемого программного обеспечения, в том числе отечественного производства

Наименование	Описание
LibreOffice	Свободное ПО

OpenOffice	Свободное ПО
MATLAB R2010b	Бессрочно. Matlab License 666252
6.3.2 Перечень информационных справочных систем	

7. МАТЕРИАЛЬНО-ТЕХНИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ (МОДУЛЯ)	
1	430 учебно-административный корпус. Учебная аудитория для проведения учебных занятий семинарского типа, лабораторных работ, практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации 24 учебных компьютеров с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду РГРТУ, сервер данных
2	440 учебно-административный корпус. Учебная аудитория для проведения учебных занятий лекционного и семинарского типа, лабораторных работ, практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации Специальная мебель (28 посадочных места), 14 компьютеров с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду РГРТУ, мультимедиа проектор, экран, доска.
3	445 учебно-административный корпус. Учебная аудитория для проведения учебных занятий лекционного и семинарского типа, практических занятий, групповых и индивидуальных консультаций, текущего контроля и промежуточной аттестации Специальная мебель (54 посадочных места), компьютер с возможностью подключения к сети «Интернет» и обеспечением доступа в электронную информационно-образовательную среду РГРТУ, мультимедиа проектор, экран, доска, колонки звуковые.

8. МЕТОДИЧЕСКИЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)
Методические указания приведены в приложении 2 к рабочей программе

Подписано заведующим кафедры	ФГБОУ ВО "РГРТУ", РГРТУ , Бабаян Павел Варганович, Заведующий кафедрой 18.11.2022 13:26 (MSK), Простая подпись
Подписано заведующим выпускающей кафедры	ФГБОУ ВО "РГРТУ", РГРТУ , Бабаян Павел Варганович, Заведующий кафедрой 18.11.2022 13:27 (MSK), Простая подпись
Подписано проректором по УР	ФГБОУ ВО "РГРТУ", РГРТУ , Корячко Алексей Вячеславович, Проректор по учебной работе 24.11.2022 11:50 (MSK), Простая подпись