

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ В.Ф. УТКИНА

Кафедра «Высшая математика»

«ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по дисциплине

«Математика» (Б1.О.11)

Направление подготовки -
03.03.01 «Прикладные математика и физика»

ООП бакалавриата
«Электроника, квантовые системы и нанотехнологии»

Квалификация (степень) выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

Рязань 2026 г.

1 Общие положения

Оценочные материалы – это совокупность учебно-методических материалов (контрольных заданий, описаний форм и процедур, оцениваемых ресурсов в дистанционных учебных курсах), предназначенных для оценки качества освоения обучающимися дисциплины «Математика» как части основной образовательной программы.

Цель – оценить соответствие знаний, умений и уровня приобретённых компетенций, обучающихся целям и требованиям основной образовательной программы в ходе проведения текущего контроля и промежуточной аттестации.

Основная задача – обеспечить оценку уровня сформированности общекультурных и профессиональных компетенций, приобретаемых обучающимся в соответствии с этими требованиями.

Контроль знаний, обучающихся проводится в форме текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль успеваемости проводится с целью определения степени усвоения учебного материала, своевременного выявления и устранения недостатков в подготовке обучающихся и принятия необходимых мер по совершенствованию методики преподавания учебной дисциплины (модуля), организации работы обучающихся в ходе учебных занятий и оказания им индивидуальной помощи.

К контролю текущей успеваемости относятся проверка знаний, умений и навыков обучающихся: на занятиях; по результатам выполнения контрольных работ; по результатам выполнения обучающимися типовых расчётов; по результатам проверки качества конспектов лекций и иных материалов. При оценивании (определении) результатов освоения дисциплины применяется традиционная шкала оценивания («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно»).

Текущая аттестация студентов проводится на основании результатов выполнения ими типовых расчётов (ТР) и контрольных работ (КР), и оформляется в виде ведомостей по системе 0-1-2.

По итогам изучения разделов дисциплины «Математика», обучающиеся в конце каждого учебного семестра, проходят промежуточную аттестацию. Форма проведения аттестации – экзамен в устной, письменной формах или тест: электронный билет, формируемый случайным способом. Экзаменационные билеты и перечни вопросов, задач, примеров, выносимых на промежуточную аттестацию, составляются с учётом содержания тем учебной дисциплины и подписываются заведующим кафедрой.

В экзаменационный билет или вариант теста включаются два теоретических вопроса и до четырёх практических задач по темам дисциплины (Протокол заседания кафедры Высшей математики №10 от 26 апреля 2017г.).

1.1 Паспорт оценочных материалов по дисциплине

Форма обучения - очная

№	Контролируемые модули (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части)	Вид, метод, форма оценочного мероприятия
Семестр 1			
1.1.	Введение в курс математики	УК–1, ОПК–1	Расчетно-графическая работа, экзамен
1.2.	Векторная алгебра и аналитическая геометрия	УК–1, ОПК–1	Расчетно-графическая работа, экзамен
1.3.	Введение в математический анализ	УК–1, ОПК–1	Расчетно-графическая работа, экзамен
Семестр 2			
2.1.	Дифференциальное исчисление функций одной переменной	УК–1, ОПК–1	Расчетно-графическая работа, экзамен
2.2.	Перообразная и неопределенный интеграл	УК–1, ОПК–1	Расчетно-графическая работа, экзамен
2.3.	Определенный интеграл и его приложения	УК–1, ОПК–1	Расчетно-графическая работа, экзамен
2.4.	Линейная алгебра. Линейные операторы.	УК–1, ОПК–1	Расчетно-графическая работа, экзамен
Семестр 3			
3.1.	Дифференциальное исчисление функций многих переменных	УК–1, ОПК–1	Расчетно-графическая работа, экзамен
3.2.	Кратные интегралы и их приложения	УК–1, ОПК–1	Расчетно-графическая работа, экзамен
3.3.	Числовые и функциональные ряды	УК–1, ОПК–1	Расчетно-графическая работа, экзамен
Семестр 4			
4.1.	Дифференциальные уравнения	УК–1, ОПК–1	Расчетно-графическая работа, экзамен
4.2.	Системы дифференциальных уравнений.	УК–1, ОПК–1	Расчетно-графическая работа, экзамен
4.3.	Операционное исчисление	УК–1, ОПК–1	Расчетно-графическая работа, экзамен
Семестр 5			
5.1.	Гармонический анализ. Ряды и преобразование Фурье	УК–1, ОПК–1	Расчетно-графическая работа, экзамен
5.2.	Криволинейные и поверхностные интегралы и их приложения. Теория поля	УК–1, ОПК–1	Расчетно-графическая работа, экзамен
Семестр 6			

6.1.	Теория функций комплексного переменного	УК–1, ОПК–1	Расчетно-графическая работа, экзамен
4.4.	Теория вероятностей и математическая статистика	УК–1, ОПК–1	Расчетно-графическая работа, экзамен

1.2 Критерии оценивания компетенций (результатов)

- 1) Уровень усвоения материала, предусмотренного программой.
- 2) Умение анализировать материал, устанавливать причинно-следственные связи.
- 3) Качество ответа на вопросы: полнота, аргументированность, убежденность, логичность.
- 4) Содержательная сторона и качество материалов, приведенных в отчетах студента по типовым расчетам, практическим занятиям.
- 5) Использование дополнительной литературы при подготовке ответов.

Уровень освоения сформированности знаний, умений и навыков по дисциплине оценивается в форме бальной отметки. Критерии оценивания промежуточной аттестации представлены в таблице.

Шкала оценивания	Критерии оценивания
«отлично»	студент должен: продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний материала; исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; правильно формулировать определения; уметь сделать выводы по излагаемому материалу; безупречно ответить не только на вопросы билета, но и на дополнительные вопросы в рамках рабочей программы дисциплины; продемонстрировать умение правильно выполнять практические задания, предусмотренные программой;
«хорошо»	студент должен: продемонстрировать достаточно полное знание материала; продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу; ответить на все вопросы билета; продемонстрировать умение правильно выполнять практические задания, предусмотренные программой, при этом возможно допустить не принципиальные ошибки.
«удовлетворительно»	студент должен: продемонстрировать общее знание изучаемого материала; знать основную рекомендуемую программой дисциплины учебную литературу; уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого

	вопроса; показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; уметь устранить допущенные погрешности в ответе на теоретические вопросы и/или при выполнении практических заданий под руководством преподавателя, либо (при неправильном выполнении практического задания) по указанию преподавателя выполнить другие практические задания того же раздела дисциплины.
«неудовлетворительно»	ставится в случае: незнания значительной части программного материала; не владения понятийным аппаратом дисциплины; существенных ошибок при изложении учебного материала; неумения строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; неумения делать выводы по излагаемому материалу. Оценка «неудовлетворительно» выставляется, если студент после начала экзамена отказался его сдавать или нарушил правила сдачи экзамена (списывал, подсказывал, обманом пытался получить более высокую оценку и т.д.).

1.3 Фонд оценочных средств дисциплины «Математика» включает

- задачи для практических занятий;
- варианты контрольных работ;
- варианты типовых расчётов;
- оценочные средства промежуточной аттестации;
- варианты тестовых заданий в дистанционных учебных курсах;
- задачи для проверки остаточных знаний.

1.3.1 Задачи для практических занятий

В ходе практических занятий происходит решение задач, представленных в сборниках задач для практических занятий и самостоятельной работы, которые доступны для скачивания в электронном виде.

1. Комплексные числа. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Введение в анализ: задачи для практ. занятий и самост. работы (1-й семестр) / А. В. Дубовиков [и др.]; РГРТУ. - Рязань, 2009. - 68с. URL: http://rsreu.ru/component/docman/doc_download/1155-1-j-semestr-zadachi
2. Интеграл. Основы линейной алгебры. Функции многих переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения: задачи для практ. занятий и самост. работы (2-й семестр) / А. В. Дубовиков [и др.]; РГРТУ. - Рязань, 2009. - 60с. URL: http://rsreu.ru/component/docman/doc_download/1156-2-j-semestr-zadachi
3. Элементы операционного исчисления. Ряды. Двойные, тройные и криволинейные интегралы. Элементы теории поля. Уравнения в частных производных: задачи для практ. занятий и самост. работы / А. В. Дубовиков [и др.]; РГРТУ. - Рязань, 2009. - 40с. URL: http://rsreu.ru/component/docman/doc_download/1157-3-j-semestr-zadachi

4. Теория функций комплексного переменного. Теория вероятностей и элементы математической статистики. Дискретная математика: задачи для практ. занятий и самост. работы (4-й семестр) / М. Е. Ильин [и др.]; РГРТУ. - Рязань, 2009. - 76с. URL: http://rsreu.ru/component/docman/doc_download/1158-4-yj-semestr-zadachi

1.3.2 Варианты контрольных работ.

Текущая проверка знаний, умений и навыков предусматривает в течение каждого семестра периодические опросы и выполнение контрольных работ на практических занятиях. Типовые контрольные работы реализуются в виде типовых вариантов контрольных работ по отдельным темам, которые выполняются студентами в аудиториях. Контрольные опросы производятся на основании соответствующих типовых вопросов промежуточной аттестации. Пример варианта контрольной работы приведен ниже.

Вариант 1

1.
$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 3, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 = 0, \\ x_1 - 3x_2 + x_3 = -1. \end{cases}$$

2.
$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 - x_3 - x_4 + 3x_5 = 3, \\ -x_1 + x_2 + 2x_3 - 2x_4 + x_5 = -1, \\ 3x_2 + x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 2, \\ 2x_1 + x_2 - 3x_3 + x_4 + 2x_5 = 4. \end{cases}$$

$A(4; 0; 1), B(-2; -1; 2), C(1; 2; 3), D(3; 2; 0)$
(для примеров 3 – 13)

3. $\bar{x}(1; 2; 1)$.

4. $Q(1; 0; 1)$.

5. $S(3; 2; -6)$.

6. $L: \frac{x-1}{2} = \frac{y-2}{0} = \frac{z}{1}$; П: $x - y + 4z - 5 = 0$.

7. $M(-12; 7; -1)$; а) П: $5x - 4y - 2z + 5 = 0$;

б) $L: \frac{x+3}{4} = \frac{y-4}{1} = \frac{z+7}{3}$.

8. П: $3x + y + z - 4 = 0$; N(-3; 2; 7).

9. $L: x = -t + 1$; $y = 2t + 3$; $z = -t + 2$.

10. $L: \frac{x+2}{2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-7}{1}$.

11. $P(1; 2; 3)$.

13. Прямую BC.

1.3.3 Варианты расчетно-графических работ.

В процессе изучения каждой темы студенты обязаны самостоятельно выполнить расчетно-графические работы (РГР) по отдельным темам.

РГР реализуется в виде типовых вариантов расчётных заданий по отдельным темам, которые выполняются студентами самостоятельно во внеаудиторное время. Контрольные опросы при защите РГР производятся на основании соответствующих типовых вопросов промежуточной аттестации.

Контролируемые модули (темы) дисциплины (результаты по разделам):

Семестр 1

1. РГР №1 «Введение в курс математики. Комплексные числа».
2. РГР №2 «Векторная алгебра и аналитическая геометрия».
3. РГР №3 «Введение в математический анализ».

Семестр 2

1. РГР №1 «Дифференциальное исчисление функций одной переменной».
2. РГР №2 «Перообразная и неопределенный интеграл. Определенный интеграл и его приложения».
3. РГР №3 «Линейная алгебра. Линейные операторы».

Семестр 3

1. РГР №1 «Дифференциальное исчисление функций многих переменных».
2. РГР №2. «Кратные интегралы и их приложения».
3. РГР №3 «Числовые и функциональные ряды».

Семестр 4

1. РГР №1 «Дифференциальные уравнения».
2. РГР №2 «Системы дифференциальных уравнений».
3. РГР №3 «Операционное исчисление».

Семестр 5

1. РГР №1 «Гармонический анализ. Ряды и преобразование Фурье».
2. РГР №2. «Криволинейные и поверхностные интегралы и их приложения».
3. РГР №3 «Теория поля».

Семестр 6

1. РГР №1 «Теория функций комплексного переменного».
2. РГР №2 «Теория вероятностей».
3. РГР №3 «Математическая статистика».

Все задания РГР представлены в электронном виде и доступны для скачивания.
URL: <http://rsreu.ru/faculties/faitu/kafedri/vm/menu-1193>. Пример варианта РГР приведён ниже.

Вариант 1

1. $\int \frac{\operatorname{arctg} x \, dx}{1+x^2}$	2. $\int \cos 2x \cos 4x \, dx$
3. $\int (x^2+1)e^{2x} \, dx$	4. $\int \frac{x^2+8}{2-x^2-x} \, dx$
5. $\int \frac{2x^2+7x+7}{(x+1)^2(x+2)} \, dx$	6. $\int \frac{3x^2+7x+5}{(x+1)(x^2+2x+2)} \, dx$
7. $\int \frac{dx}{2\sin x - 3\cos x + 2}$	8. $\int \sin^4 x \, dx$
9. $\int \sqrt{\frac{2x-1}{4-2x}} \, dx$	10. $\int \frac{x^2 \, dx}{\sqrt{4-x^2}}$
11. $\int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x \, dx$	12. $\int_{\frac{\pi}{2}}^{2\operatorname{arctg} 2} \frac{dx}{\sin^2 x (1-\cos x)}$
13. D: $2x = y^2, 2y = x^2$	14. D: $\begin{cases} x = t - \sin t, \\ y = 1 - \cos t, \\ (0 \leq t \leq 2\pi) \end{cases} y = 0$
15. D: $\rho = 2 \cos 2\varphi, 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$	16. L: $y = \ln x; 2 \leq x \leq 4$
17. L: $\begin{cases} x = 3(t - \sin t), \\ y = 3(1 - \cos t), 0 \leq t \leq \frac{\pi}{2} \end{cases}$	18. L: $\rho = e^{\frac{3\varphi}{4}}; 0 \leq \varphi \leq \frac{\pi}{2}$
19. V: $x^2 + y^2 + \frac{z^2}{4} = 1, z = 0; z = 1$	20. $y^2 = 4x; 0 \leq x \leq 2 \quad (0x)$
21. $\int_0^{+\infty} \frac{dx}{x^2+2x+2}$	22. $\int_1^{+\infty} \frac{\sqrt{x} \, dx}{\sqrt{(x+1)(x+2)^2}}$
23. $\int_2^3 \frac{2x}{\sqrt{x^2-4}} \, dx$	24. $\int_2^3 \frac{e^x}{(x-3)^2} \, dx$

1.3.4 Оценочные средства промежуточной аттестации

Фонд оценочных средств промежуточной аттестации, проводимой в форме экзамена или теста, включает

1. типовые теоретические вопросы;
2. дополнительные вопросы;
3. типовые практические задачи.

Оценочные средства приведены ниже для каждого из семестров обучения. Разрешается и иная формулировка вопроса или примера, без изменения его смысла или содержания, например, дробление, изменение условий или иное.

1.3.5 Примеры типовых теоретических вопросов (уровень усвоения хорошо и отлично)

Семестр 1.

1. Множества, операции над множествами. Свойства операций над множествами. Диаграммы Эйлера-Венна.
2. Комплексные числа, действия с ними в алгебраической форме.
3. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая и показательная формы записи комплексного числа. Формула Эйлера.
4. Умножение и деление комплексных чисел в тригонометрической форме.
5. Формула Муавра. Корни из комплексных чисел.
6. Матрицы, линейные операции над матрицами и их свойства.
7. Определители 2-го и 3-го порядков. Миноры. Алгебраические дополнения.
8. Скалярные и векторные величины. Линейные операции над векторами и их свойства.
9. Условие коллинеарности двух векторов. Проекции вектора на ось. Свойства проекций.
10. Линейная зависимость векторов. Теоремы о линейной зависимости векторов на плоскости и в пространстве
11. Базис. Ортогональные и ортонормированные системы векторов. Разложение вектора по базису. Декартова прямоугольная системы координат.
12. Скалярное произведение векторов: определение, свойства. Скалярное произведение в координатной форме. Условие ортогональности двух векторов.
13. Векторное произведение двух векторов: определение, свойства, векторное произведение в координатной форме.
14. Смешанное произведение трёх векторов: определение, свойства. Геометрический смысл определителя 3-го порядка. Смешанное произведение в координатной форме.
15. Прямая на плоскости, различные виды уравнений прямой на плоскости.
16. Взаимное расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой.
17. Различные виды задания уравнений плоскости в пространстве.
18. Взаимное расположение плоскостей в пространстве.
19. Уравнения прямой в пространстве.
20. Взаимное расположение прямых в пространстве.
21. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
22. Расстояние от точки до плоскости.
23. Эллипс и его свойства.
24. Гипербола и её свойства.
25. Парабола и её свойства.
26. Понятие функции. Область определения, способы задания, график. Чётные и нечётные, периодические функции.
27. Сложные, обратные и неявные функции. Ограниченные и монотонные функции.

28. Числовые последовательности: определение, способы задания, ограниченные, монотонные. Предел числовой последовательности.
29. Свойства сходящихся последовательностей.
30. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Бесконечно большие последовательности и их свойства. Связь б/м и б/б последовательностей.
31. Свойства пределов суммы, произведения и частного.
32. Монотонные последовательности. Условия существования предела монотонной последовательности. Число e .
33. Предельная точка и предел функции в точке. Определение предела на языке $\epsilon - \delta$ (по Коши) и на языке последовательностей (по Гейне). Свойства пределов функции.
34. Эквивалентные бесконечно малые функции в пределах. Таблица эквивалентных б.м.ф.
35. Первый и второй замечательные пределы.
36. Непрерывность функции в точке; односторонняя непрерывность в точке.
37. Непрерывность сложной функции, переход к пределу под знаком непрерывной функции.
38. Точки разрыва и их классификация.

Семестр 2.

1. Производная функции, её геометрический и механический смысл.
2. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
3. Производная обратной и сложной функции. Производные обратных тригонометрических функций.
4. Таблица производных основных элементарных функций.
5. Производная суммы, произведения и частного двух функций.
6. Дифференцируемость функции, связь между дифференциалом и производными.
7. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Инвариантность формы записи первого дифференциала.
8. Применение дифференциала для приближенных вычислений.
9. Производные и дифференциалы высших порядков.
10. Первая и вторая производные функций, заданных параметрически.
11. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Ролля, Лагранжа, Коши и их применение.
12. Правило Лопиталья.
13. Формула Тейлора. Представление функций e^x , $\sin x$, $\cos x$, $(1 \pm x)^a$ по формуле Тейлора.
14. Условия монотонности функции.
15. Экстремумы функции. Необходимые и достаточные условия локального экстремума.

16. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.
17. Исследования функции на выпуклость и вогнутость. Точки перегиба.
18. Асимптоты функции.
19. Общая схема исследования функции и построения её графика.
20. Основные элементарные функции и их свойства.
21. Первообразная. Неопределённый интеграл и его свойства.
22. Методы интегрирования (простейшие приёмы интегрирования, замена переменной и интегрирование по частям).
23. Простейшие рациональные дроби и их интегрирование.
24. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на неприводимые множители. Разложение рациональных дробей на простейшие. Интегрирование рациональных функций.
25. Интегрирование иррациональных функций.
26. Интегрирование тригонометрических функций.
27. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Определение интеграла Римана.
28. Свойства интеграла Римана.
29. Основные классы интегрируемых функций.
30. Определённый интеграл с переменным верхним пределом и его свойства.
31. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.
32. Приложение определённого интеграла к вычислению площади.
33. Приложение определённого интеграла к вычислению объёма.
34. Определение длины дуги. Приложение определённого интеграла к вычислению длины дуги.
35. Несобственные интегралы с бесконечными пределами от неограниченных функций; их основные свойства и признаки сходимости.
36. Свойства определителей.
37. Обратная матрица: определение, теоремы о существовании и единственности обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы.
38. СЛАУ: скалярная и матричная формы записи. Виды СЛАУ.
39. Линейная зависимость строк матрицы и её свойства.
40. Ранг матрицы. Теорема о базисном миноре.
41. Решение матричных уравнений методом обратной матрицы.
42. Формулы Крамера.
43. Теорема Кронекера-Капелли.
44. Решение и исследование СЛАУ методом Гаусса.
45. Определение линейного пространства (ЛП). Линейная зависимость векторов линейного пространства. Базис, координаты вектора.

46. Евклидовы пространства. Неравенство Коши-Буняковского. Нормированные и метрические пространства.
47. Определение линейного оператора. Матрица линейного оператора
48. Собственные значения и собственные векторы линейного оператора и их свойства.

Семестр 3.

1. Функции нескольких переменных (ФНП): определение, область определения и область значений, график, частные производные (определения, геометрический смысл).
2. Уравнения касательной плоскости и нормали к поверхности.
3. Полное приращение и полный дифференциал ФНП. Необходимое и достаточное условия дифференцируемости ФНП.
4. Полная производная, частные производные сложной ФНП.
5. Неявные функции. Дифференцирование неявно заданных функций.
6. Частные производные и дифференциалы высших порядков.
7. Формула Тейлора для ФНП.
8. Производная ФНП по направлению.
9. Градиент ФНП и его свойства.
10. Необходимые и достаточные условия безусловного локального экстремума.
11. Нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на замкнутом множестве.
12. Задачи, приводящие к понятию двойного и тройного интегралов.
13. Двойные, тройные интегралы, их свойства.
14. Вычисление кратных интегралов повторным интегрированием.
15. Замена переменных в двойных интегралах. Переход к полярным координатам.
16. Замена переменных в тройных интегралах. Переход к цилиндрическим и сферическим координатам.
17. Числовые ряды. Сходимость и сумма ряда. Необходимое условие сходимости. Действия с рядами.
18. Ряды с положительными членами. Необходимое и достаточное условие сходимости.
19. Теоремы сравнения. «Эталонные» ряды.
20. Ряды с положительными членами. Признаки сходимости.
21. Знакопередающиеся ряды. Теорема Лейбница.
22. Знакопеременные ряды. Абсолютная и условная сходимости и их свойства.
23. Функциональные ряды. Область сходимости.
24. Равномерная сходимость. Признак Вейерштрасса.
25. Свойства равномерно сходящихся рядов.

26. Степенные ряды. Теорема Абеля.
27. Радиус сходимости. Свойства степенных рядов.
28. Ряды Тейлора и Маклорена.
29. Разложение элементарных функций в ряд Тейлора.
30. Применение степенных рядов для приближенных вычислений.

Семестр 4.

1. ОДУ 1-го порядка: определение, формы записи. Задача Коши, теорема существования и единственности решения задачи Коши.
2. Основные классы ОДУ 1-го порядка, интегрируемые в квадратурах (уравнения с разделяющимися переменными, однородные ДУ и приводящиеся к ним, линейные уравнения и уравнения Бернулли).
3. Дифференциальные уравнения высших порядков. Задача Коши. ОДУ высших порядков, допускающие понижение порядка.
4. Линейные дифференциальные уравнения n -го порядка, однородные (ЛОДУ) и неоднородные (ЛНДУ).
5. Общая теория ЛОДУ и ЛНДУ. Определитель Вронского. Основная теорема о структуре общего решения ЛОДУ (ЛНДУ).
6. ЛОДУ с постоянными коэффициентами.
7. ЛНДУ с правой частью специального вида.
8. Метод вариации произвольных постоянных для решения ЛНДУ.
9. Метод исключения для решения нормальной СДУ.
10. Преобразование Лапласа и его свойства.
11. Таблица оригиналов и их изображений.
12. Решение ДУ операционным методом.

Семестр 5.

1. Тригонометрическая система функций. Ряд Фурье 2π -периодических функций.
2. Разложение в ряд Фурье чётных и нечётных функций.
3. Ряды Фурье 2ℓ - периодических функций.
4. Разложение в ряд Фурье непериодических функций.
5. Ряд Фурье в комплексной форме.
6. Определение, свойства и вычисление криволинейных интегралов 1-го рода.
7. Определение, свойства и вычисление криволинейных интегралов 2-го рода.
8. Формула Грина и её применение.
9. Условия независимости криволинейного интеграла 2 рода от пути интегрирования.
10. Приложения криволинейных интегралов.
11. Поверхности и их виды (односторонние, двусторонние, гладкие). Вычисление площади гладкой поверхности.

12. Определение, свойства и вычисление поверхностных интегралов 1-го рода.
13. Определение, свойства и вычисление поверхностных интегралов 2-го рода. Физический смысл поверхностного интеграла 2-го рода.
14. Теорема Остроградского.
15. Формула Стокса.

Семестр 6.

1. Последовательности комплексных чисел.
2. Расширенная комплексная плоскость. Кривая Жордана.
3. Понятие функции комплексного переменного. Непрерывность функции комплексного переменного.
4. Дифференцирование функции комплексного переменного. Условия Коши-Римана.
5. Геометрический смысл модуля и аргумента производной функции комплексного переменного.
6. Элементарные функции комплексного переменного.
7. Интегрирование функции комплексного переменного. Связь интеграла функции комплексного переменного по контуру с криволинейными интегралами функций действительного переменного.
8. Основные теоремы Коши для односвязной и многосвязной областей. Формула Ньютона-Лейбница.
9. Интеграл Коши и интеграл типа Коши
10. Степенные ряды. Теорема Абеля.
11. Ряд Тейлора.
12. Ряд Лорана.
13. Изолированные особые точки, их классификация.
14. Вычеты, их вычисление.
15. Бесконечно удалённые особые точки. Вычеты в бесконечно удалённой точке. Основная теорема о вычетах.
16. Приложения вычетов к вычислению интегралов.
17. Аксиоматика Колмогорова. Следствия из аксиом.
18. Классическое определение вероятности.
19. Геометрическое определение вероятности.
20. Совместные и несовместные события, зависимые и независимые события.
21. Условная вероятность. Теоремы сложения и умножения вероятностей.
22. Формула полной вероятности.
23. Формула Байеса.
24. Схема испытаний Бернулли. Формула Бернулли.
25. Определение случайной величины. Закон распределения, функция распределения и её свойства.

26. Дискретная случайная величина.
27. Непрерывная случайная величина. Плотность распределения и её свойства.
28. Числовые моменты случайных величин. Математическое ожидание, дисперсия и их свойства.
29. Распределения Бернулли, Пуассона, геометрическое и их свойства.
30. Равномерное и показательное распределения и их свойства.
31. Нормальный закон распределения и его свойства.
32. Система случайных величин, её закон распределения и числовые характеристики.
33. Корреляционная связь. Условные характеристики случайных величин.
34. Генеральная и выборочная совокупности, повторная и бесповторная выборки.
35. Вариационный ряд, эмпирическая функция распределения, эмпирическая плотность, гистограмма и полигон частот.
36. Описательные статистики выборочного распределения.
37. Задача оценивание параметра распределения. Свойства оценки параметра. Основные методы построения оценок: максимального правдоподобия и моментов.
38. Интервальные оценки и их свойства. Доверительные интервалы математического ожидания и дисперсии нормального распределения.
39. Гипотезы и их виды. Понятие статистического критерия. Ошибки 1 и 2 рода. Методика проверки гипотез.
40. Проверка гипотезы о законе распределения (критерий Пирсона).

1.3.6 Примеры типовых теоретических вопросов (уровень усвоения удовлетворительно)

Семестр 1.

1. Действительной частью комплексного числа $z = x + iy$ называется ...
2. Коэффициентом при мнимой части комплексного числа $z = x + iy$ называется ...
3. Сопряжённым к комплексному числу $z = x + iy$ называется число ...
4. Записать формулу умножения комплексных чисел в тригонометрической форме.
5. Записать формулу Муавра
6. Записать формулу деления комплексных чисел в тригонометрической форме.
7. Записать формулы Крамера для решения СЛАУ
8. Три вектора называются компланарными, если ...
9. Скалярным произведением векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется ...
10. Запишите необходимое и достаточное условие перпендикулярности двух векторов.
11. Запишите определение правой тройки векторов.

12. Векторным произведением векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ называется ...
13. Запишите необходимое и достаточное условие коллинеарности двух векторов.
14. Смешанным произведением трёх векторов $\vec{a}$, $\vec{b}$ и $\vec{c}$ называется ...
15. Уравнение плоскости по точке и вектору нормали имеет вид ...
16. Записать уравнение плоскости по трём точкам.
17. Записать формулу для нахождения угла между двумя плоскостями.
18. Записать каноническое уравнение прямой на плоскости.
19. Записать уравнения прямой в пространстве по двум точкам.
20. Записать параметрические уравнения прямой.
21. Записать условия перпендикулярности двух прямых на плоскости.
22. Записать условия параллельности двух прямых в пространстве.
23. Записать формулу для нахождения угла между прямой и плоскостью.
24. Функция $y = f(x)$ называется четной, если ...
25. Функция $y = f(x)$ называется ограниченной, если ...
26. Функция $y = f(x)$ называется периодической, если ...
27. Число A называется пределом последовательности $\{a_n\}$, если $\forall \varepsilon > 0$...
28. Записать определение предела функции в точке по Коши.
29. Функция $\alpha(x)$ называется бесконечно малой в точке x_0 , если ...
30. Сформулировать теорему о пределе монотонной последовательности (функции).
31. Бесконечно малые в точке x_0 функции $\alpha(x)$ и $\beta(x)$ называются эквивалентными, если ...
32. Составить таблицу эквивалентных бесконечно малых функций.
33. Функция $y = f(x)$ называется непрерывной в точке x_0 , если ...
34. Точка x_0 называется точкой устранимого разрыва функции $y = f(x)$, если..
35. Точка x_0 называется точкой разрыва с конечным скачком функции $y = f(x)$, если ...
36. Точка x_0 называется точкой разрыва 2 рода функции $y = f(x)$, если ...
37. Функция $y = f(x)$ называется непрерывной на отрезке $[a, b]$, если ...
38. Сформулировать теорему об обращении в ноль функции, непрерывной на отрезке.

Семестр 2.

1. Сформулировать геометрический смысл производной функции.
2. Сформулировать механический (физический) смысл производной функции.
3. Записать формулу логарифмического дифференцирования.
4. Составить таблицу производных.
5. Составить таблицу дифференциалов.

6. Записать формулу для вычисления производной параметрически заданной функции.
7. Уравнение нормали к графику функции $y = f(x)$ в точке x_0 имеет вид ...
8. Дать определение дифференциала функции.
9. Сформулировать необходимое и достаточное условие дифференцируемости.
10. Сформулировать достаточное условие возрастания функции $y = f(x)$ на интервале (a, b) .
11. Сформулировать достаточное условие убывания функции $y = f(x)$ на интервале (a, b) .
12. Сформулировать необходимое условие экстремума функции $y = f(x)$ в точке x_0 (теорема Ферма).
13. Дать определение стационарной точки функции.
14. Сформулировать достаточное условие экстремума функции $y = f(x)$ в точке x_0 .
15. Записать формулировку теоремы Лагранжа.
16. Функция $y = f(x)$ называется выпуклой на интервале (a, b) , если ...
17. Функция $y = f(x)$ называется вогнутой на интервале (a, b) , если ...
18. Сформулировать достаточное условие выпуклости функции $y = f(x)$ на интервале (a, b) .
19. Сформулировать достаточное условие вогнутости функции $y = f(x)$ на интервале (a, b) .
20. Дать определение точки перегиба графика функции.
21. Дать определение наклонной асимптоты к графику функции.
22. Дать определение вертикальной асимптоты к графику функции.
23. Составить таблицу неопределённых интегралов.
24. Привести формулу замены переменного под знаком неопределённого интеграла.
25. Привести формулу интегрирования по частям в неопределённом интеграле.
26. Дать определение интегральной суммы функции $y = f(x)$ на отрезке $[a, b]$.
27. Записать определение $\int_a^b f(x)dx$.
28. Сформулировать теорему о среднем значении функции $y = f(x)$ на отрезке $[a, b]$.
29. Дать определение интеграла с переменным верхним пределом.
30. Записать формулу Ньютона-Лейбница.
31. Привести формулу замены переменного под знаком определённого интеграла.
32. Привести формулу интегрирования по частям в определённом интеграле.
33. Площадь фигуры, заданной уравнением $r = r(\varphi)$, $\varphi \in [\alpha, \beta]$, в полярной системе координат, вычисляется по формуле $S = \dots$

34. Длина кривой, заданной уравнением $y = f(x), x \in [a, b]$, в прямоугольной декартовой системе координат, вычисляется по формуле $L = \dots$
35. Объем тела, образованного вращением графика функции $y = f(x), x \in [a, b]$, вокруг оси Ox вычисляется по формуле $V = \dots$
36. Длина кривой, заданной уравнением $r = r(\varphi), \varphi \in [\alpha, \beta]$, в полярной системе координат, вычисляется по формуле $L = \dots$
37. Дать определение несобственного интеграла первого рода.
38. Дать определение несобственного интеграла второго рода.
39. Транспонированной матрицей к матрице A называется $\dots$
40. Матрица A называется диагональной, если $\dots$
41. Обратной матрицей к матрице A называется $\dots$
42. Рангом матрицы A называется $\dots$
43. СЛАУ называется однородной, если $\dots$
44. СЛАУ называется совместной, если $\dots$
45. СЛАУ называется неопределённой, если $\dots$
46. СЛАУ называется определённой, если $\dots$
47. Записать формулировку теоремы Кронекера-Капелли
48. Размерностью линейного пространства $(L, +, \cdot)$ называется $\dots$
49. Дать определение базиса линейного пространства $(L, +, \cdot)$.
50. Сформулировать определение линейной зависимости системы элементов линейного пространства $(L, +, \cdot)$.
51. Сформулировать необходимое и достаточное условия линейной зависимости.
52. Записать определение метрического пространства.
53. Записать определение нормированного пространства.
54. Записать определение евклидова пространства.
55. Записать, какие элементы евклидова пространства называются ортогональными.
56. Записать неравенство Коши-Буняковского.
57. Оператор A , отображающий линейное пространство V в себя, называется линейным, если он удовлетворяет следующим двум условиям $\dots$
58. Число λ называется собственным значением линейного оператора A , если $\dots$
59. Собственным элементом (вектором) линейного оператора A называется $\dots$

3 семестр

1. Записать определение частной производной $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z = f(x, y)$.
2. Записать определение дифференциала функции $z = f(x, y)$.
3. Дифференциал второго порядка для функции $z = f(x, y)$ находится по формуле $d^2z = \dots$

4. Сформулировать достаточное условие дифференцируемости функции $z = f(x, y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$.
5. Записать геометрический смысл частной производной $\frac{\partial z}{\partial x}$ функции $z = f(x, y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$.
6. Дать определение производной функции $u = f(x, y, z)$ по направлению вектора $\vec{\ell}$.
7. Записать уравнение касательной плоскости к графику функции $z = f(x, y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$.
8. Записать уравнение нормали к графику функции $z = f(x, y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$.
9. Дать определение точки максимума функции $z = f(x, y)$.
10. Сформулировать необходимое условие экстремума функции $z = f(x, y)$ в точке $M_0(x_0, y_0)$.
11. Сформулировать достаточное условие экстремума функции $z = f(x, y)$ в стационарной точке $M_0(x_0, y_0)$.
12. Записать определение среднего значения непрерывной функции $f(x, y)$ в области D .
13. Записать формулу перехода в тройном интеграле к сферической системе координат.
14. Сформулировать необходимое условие сходимости числового ряда.
15. Записать формулировку первой теоремы сравнения для рядов с положительными членами.
16. Записать формулировку признака Даламбера.
17. Записать формулировку алгебраического признака Коши.
18. Сформулировать теорему Лейбница о сходимости знакочередующихся рядов.
19. Дать определение абсолютно сходящегося числового ряда.
20. Записать формулировку теоремы Абеля.

Семестр 4.

1. Записать общий вид дифференциального уравнения с разделяющимися переменными.
2. Записать общий вид линейного неоднородного дифференциального уравнения первого порядка.
3. Сформулировать задачу Коши для дифференциального уравнения $y' = f(x, y)$.
4. Чтобы понизить порядок дифференциального уравнения $F(x, y^{(k)}, y^{(k+1)}, \dots, y^{(n)}) = 0$ надо сделать замену переменных $u(\quad) = \dots$. При этом порядок уравнения понизится на ...
5. Записать общий вид линейного однородного дифференциального уравнения n -го порядка.

6. Сформулировать теорему о структуре общего решения ЛОДУ n –го порядка.
7. Сформулировать теорему о структуре общего решения ЛНДУ n –го порядка.

Семестр 5.

1. Записать формулы вычисления коэффициентов Фурье 2ℓ –периодической четной функции.
2. Записать формулы вычисления коэффициентов Фурье 2π –периодической нечетной функции.
3. Записать формулы вычисления коэффициентов Фурье 2ℓ –периодической четной функции в комплексной форме.
4. Записать формулу вычисления криволинейного интеграла 1 рода.
5. Записать формулировку теоремы Остроградского-Гаусса.
6. Записать формулу вычисления поверхностного интеграла 1 рода.
7. Записать формулу вычисления криволинейного интеграла 1 рода в полярной системе координат.
8. Записать формулировку теоремы Стокса.

Семестр 6.

1. Записать условия дифференцируемости функции комплексного переменного (условия Коши – Римана)
2. Понятие аналитической функции
3. Геометрическая интерпретация модуля и аргумента производной аналитической функции.
4. Интеграл Коши
5. Ряд Лорана, его область сходимости
6. Особые точки аналитической функции, классификация
7. Вычет аналитической функции
8. Вычисление вычета аналитической функции в полюсе
9. Аксиомы теории вероятностей
10. Совместность событий
11. Независимость событий
12. Формула полной вероятности
13. Формула Байеса
14. Случайная величина
15. Математическое ожидание и дисперсия случайной величины
16. Нормальное распределение
17. Выборка, описательные статистики
18. Выборочные моменты,
19. Оценка параметра распределения
20. Основные свойства оценок
21. Понятие статистической гипотезы.

22. Проверка гипотеза о значении параметра распределения
23. Проверка гипотезы о законе распределения
24. Метод максимального правдоподобия

1.3.7 Примеры типовых задач (уровень усвоения удовлетворительно)

Семестр 1.

1. Записать число $z = -\sqrt{3} + 3i$ в тригонометрической форме
2. Вычислить в алгебраической форме $\frac{1-i}{1+2i} + \frac{2+i}{3-i}$
3. Изобразить на комплексной плоскости множество точек, заданное условиями $\begin{cases} |z - i| \geq 2 \\ \operatorname{Re} z < 1 \end{cases}$
4. Вычислить по формуле Муавра $(\sqrt{3} - i)^6$
5. Найти все корни $\sqrt[3]{-2 - 2i}$ и изобразить их на комплексной плоскости.
6. Решить уравнение $z^3 + 27 = 0$ в комплексных числах.
7. Даны два вектора $\vec{a} = (2, 1, -1)$, $\vec{b} = (1, 0, 2)$. Вычислить $(\vec{a}, \vec{b})$ и $[\vec{a}, \vec{b}]$.
8. Определить угол между векторами $\vec{a} = -\vec{i} + \vec{j}$ и $\vec{b} = \vec{i} - 2\vec{j} + 2\vec{k}$.
9. Найти $(5\vec{a} + 3\vec{b})(2\vec{a} - \vec{b})$, если $|\vec{a}| = 2$, $|\vec{b}| = 3$, $\vec{a} \perp \vec{b}$.
10. Даны три вектора: $\vec{a} = \vec{i} - 3\vec{j} + 4\vec{k}$, $\vec{b} = 3\vec{i} - 4\vec{j} + 2\vec{k}$ и $\vec{c} = -\vec{i} + \vec{j} + 4\vec{k}$. Вычислить $\operatorname{pr}_{\vec{b}+\vec{c}} \vec{a}$.
11. Найти площадь треугольника ABC, если $A(0;0;1)$, $B(1;-1;1)$ и $C(2;0;4)$.
12. Найти площадь параллелограмма, построенного на векторах $\vec{a} = 2\vec{m} + \vec{n}$ и $\vec{b} = 3\vec{m} - 4\vec{n}$, если $|\vec{m}| = 2$, $|\vec{n}| = 1$ и $(\vec{m}, \vec{n}) = \frac{\pi}{6}$.
13. Компланарны ли векторы $\vec{a}(1;1;1)$, $\vec{b}(0;2;-1)$ и $\vec{c}(-1;0;3)$?
14. Найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}(-1;0;1)$, $\vec{b}(2;1;-2)$ и $\vec{c}(1;-1;0)$.
15. При каких m и n векторы $\vec{a} = (1; m; -2)$ и $\vec{b} = (-2; 3; n)$ коллинеарны?
16. Найти координаты орта вектора $\vec{a} = (2; -3; 6)$.
17. Записать уравнение прямой, проходящей через $M(1, -2)$ перпендикулярно прямой $2x - 3y + 5 = 0$.
18. Найти угол между прямой $\frac{x-1}{2} = \frac{y+2}{3} = \frac{z}{-1}$ и плоскостью $2x - y + 3z - 7 = 0$.
19. Записать уравнение плоскости, проходящей через начало координат перпендикулярно прямой $\begin{cases} x + y + z - 7 = 0, \\ 2x - y + 11 = 0 \end{cases}$

20. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(2;2;-2)$ и параллельной к плоскости $x - 2y - 3z + 1 = 0$.

21. Найти точку пересечения прямой $\frac{x}{2} = \frac{y-1}{1} = \frac{z+1}{2}$ с плоскостью $x + 2y + 3z - 29 = 0$.

22. Записать уравнение плоскости, проходящей через точку $(2;1;0)$ перпендикулярно к прямой $\frac{x+1}{-2} = \frac{y+1}{3} = \frac{z-2}{1}$.

23. Записать уравнение плоскости, проходящей через точки $A(3;0;0)$, $B(0;0;1)$ и $C(0;-2;0)$.

24. Записать канонические уравнения прямой, проходящей через точку $(1;-1;0)$ параллельно прямой $x = 2t$, $y = 1-t$, $z = 3$.

25. Написать уравнения прямой, проходящей через точку $M(-2;1;-1)$ параллельно прямой, проходящей через две точки $A(3;-1;4)$ и $B(1;1;3)$.

26. Для треугольника ABC, где $A(1;1)$, $B(5;3)$ и $A(7;5)$ записать уравнение медианы AM и высоты BM.

27. Записать уравнение прямой, проходящей через точку $A(2;3)$ и образующей угол 300° с осью ординат.

28. Записать уравнение прямой, проходящей через точку $(1;-1)$, перпендикулярно к прямой $x - 3y + 5 = 0$.

29. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}$

30. Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^2 + 3n - 7}{(2n+1)^2 - n^2}$

31. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$

32. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x+3} - 2}{x - 1}$

33. Вычислить $\lim_{x \rightarrow \infty} \left(\frac{x^2 + 3x - 1}{x^2 + x - 2} \right)^x$

34. Вычислить $\lim_{n \rightarrow \infty} \left(\frac{n-5}{n+3} \right)^{n-1}$

35. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{e^x - 1}$

36. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+2x^2)}{3x^2+x^3}$
37. Вычислить $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{x+2}$
38. Построить график функции $f(x) = \begin{cases} 3-x^2 & \text{при } x \leq 1 \\ x+1 & \text{при } x > 1. \end{cases}$ и исследовать эту функцию на непрерывность в точке $x_0 = 1$
Семестр 2.
1. Вычислить производную функции $y = \frac{\cos \sqrt{x}}{x^2 + \sin^3 x}$
2. Вычислить производную $y = \sin x \cdot 5^{2x} \cdot \ln x$.
3. Найти дифференциал функции $y = \ln(x^2 + 1)$ при переходе от точки $x_0 = 0$ к точке $x = 1$.
4. Записать уравнение касательной к графику функции $y = \sqrt{5x+4}$ в точке $x_0 = 1$.
5. Найти первую производную параметрически заданной функции $\begin{cases} y = t^3 + 7t, \\ x = t^5 + 3t. \end{cases}$
6. Уравнение движения точки по оси Ox есть $x = 100 + 5t - 0,001t^3$. Найти скорость и ускорение точки в момент времени $t = 10$.
7. Приблизённо вычислить значение $y(x)$, используя первый дифференциал, если $y = \sqrt[5]{x}$, $x = 31,2$.
8. Многочлен Тейлора $P_4(x)$ для функции $y = e^x$ при $x_0 = 0$ имеет вид $P_4(x) = \dots$
9. Многочлен Тейлора $P_3(x)$ для функции $y = (1+x)^{1/2}$ при $x_0 = 0$ имеет вид $P_3(x) = \dots$
10. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x^3 - 21x^2 + 36x - 10$ на отрезке $[0,3]$.
11. Найти точки перегиба графика функции $y = x^4 - 6x^3 + 12x^2 + 7x - 5$.
12. Исследовать на экстремум функцию $y = (x-5)e^x$.
13. Найти промежутки возрастания и убывания функции $y = 2x^3 + 3x^2 - 12x + 5$
14. Найти асимптоты функции $y = \frac{x^3}{x^2 - 3}$
15. Провести полное исследование и построить график функции $y = \frac{x^3 + 4}{x^2}$

16. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$ по правилу Лопиталья
17. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{e^x - 1}$ по правилу Лопиталья
18. Вычислить предел $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{\operatorname{tg} \pi x}{x + 2}$ по правилу Лопиталья
19. Вычислить $\int (2x + 3)e^{4x} dx =$
20. Вычислить $\int \frac{5dx}{x^2 + 2x - 3} =$
21. Вычислить $\int \frac{dx}{x \ln x} =$
22. Вычислить $\int \frac{e^x dx}{e^{2x} + 3}$
23. Вычислить $\int \frac{x dx}{\sqrt{3 - x^4}}$
24. Вычислить $\int x \cos 3x dx$
25. Вычислить $\int \frac{1 + \ln(x + 2)}{x + 2} dx$
26. Вычислить $\int \frac{2x - 1}{(x - 1)(x - 2)} dx$
27. Вычислить $\int \frac{x^3 dx}{x^2 - 6x + 5}$
28. Вычислить $\int \frac{dx}{x^2 - 4x + 8}$
29. Вычислить $\int \frac{\sqrt{x} dx}{1 + \sqrt{x}}$
30. Вычислить $\int \sqrt{4 - x^2} dx$
31. Вычислить $\int \frac{dx}{4 - 5 \sin x}$
32. Вычислить $\int \frac{dx}{3 \sin x - 4 \cos x}$
33. Вычислить $\int \frac{\sin 2x \, dx}{3 + 4 \sin^2 x}$
34. Вычислить интеграл $\int_2^3 \frac{2x + 5}{(x - 1)(x - 5)} dx$.

35. Вычислить интеграл $\int_0^1 (2x + 3)e^{5x} dx$

36. Вычислить интеграл $\int_0^{\pi} \frac{dx}{3 + 2 \cos x}$

37. Найти площадь области, ограниченной кривыми $y = x^2/2$ и $y = 2 - \frac{3x}{2}$, заданными в прямоугольной декартовой системе координат

38. Найти площадь фигуры, ограниченной кривой $y = \ln x$ и прямыми $x = e$, $x = e^2$, $y = 0$.

39. Найти длину дуги кривой $y = 2x^{3/2}$, $0 \leq x \leq 11$

40. Найти объем тел, образованных вращением фигуры, ограниченной линиями $y = \frac{1}{x}$, $y = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$ вокруг оси Ox .

41. Вычислить несобственный интеграл $\int_1^{+\infty} \frac{x^4 dx}{(x^5 + 1)^4}$

42. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} -2 & 2 \\ 3 & 4 \\ -5 & -6 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} 1 & 5 & -6 \\ 2 & -2 & 3 \end{pmatrix}$. Найти $2A^T + 3B$.

43. Пусть $A = \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 1 & 0 \\ -1 & 5 & 4 & 2 \end{pmatrix}$. Найти AB и BA , если это возможно.

44. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} -2 & 3 & -4 \\ 1 & 2 & 1 \\ -3 & 2 & -1 \end{vmatrix}$

45. Разложить определитель $\begin{vmatrix} 1 & 2 & 3 \\ -1 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 4 \end{vmatrix}$ по элементам второго столбца.

46. Решить систему $\begin{cases} 2x_1 - x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_2 + x_3 = 1, \\ 2x_1 + x_3 = 1 \end{cases}$ методом Крамера.

47. Решить систему $\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 7x_3 = -2, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2 \end{cases}$ матричным методом (с помощью обратной матрицы).

48. Решить систему $\begin{cases} x_1 + 3x_2 - x_3 + 6x_4 = 0, \\ x_1 + x_2 - x_3 + 2x_4 = -6, \\ x_1 + 5x_2 - x_3 + 10x_4 = 6. \end{cases}$ методом Гаусса.

49. Найти собственные числа матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$.

50. В соответствии с критерием Сильвестра квадратичная форма $3x_1^2 + 4x_1x_2 + 2x_2^2$ является ...

Семестр 3.

1. Если $z = x^3y^2 + 5x$, то $dz = \dots$

2. Найти $\frac{\partial z}{\partial x}$ и $\frac{dz}{dx}$, если $z = x^3y + e^{xy}$ и $y = \sin x$.

3. Найти $\frac{dz}{dt}$, если $z = xy^2 + e^{2y}$, $y = t^3$ и $x = \ln t$.

4. Если $z = xy^2 + \cos(2x + 5y)$, то $d^2z = \dots$

5. Найти частные производные первого порядка для функции $z = xe^{xy} + \ln(xy^2)$

6. Найти $\text{grad } u$, если $u = \cos(xy) + z^2x - z^3y^2$.

7. Найти направление наибольшего изменения функции $z = x^3y^2 - xy^3$ в точке $(2;1)$.

8. Найти производную функции $z = x^2 - xy + y^2$ в точке $M(1;1)$ в направлении вектора $\vec{e}(6;8)$.

9. Найти стационарные точки функции $z = 3x^2y + y^3 - 18x - 30y$.

10. Вычислить $\iint_D (4x + 2y)dx dy$, если D ограничена линиями $y = x^2 + 1$, $y = x - 1$, $x = 0$, $x = 2$

11. Изменить пределы интегрирования в интеграле $\int_0^1 dx \int_x^{\sqrt{x}} f(x, y) dy$

12. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{3n^2 + 1}{5n^2 - 2}$

13. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2 + (-1)^n}{n^3 + 5n}$

14. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \text{ntg}^3\left(\frac{1}{n}\right)$

15. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{8^n}$

16. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{2n+1}{3n+5}\right)^{-n}$

17. Исследовать на сходимость ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n}$
18. Найти радиус сходимости степенного ряда $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(x-2)^n}{n \cdot 3^n}$
19. Найти интервал сходимости степенного ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-5)^n}{(n+3) \cdot 2^n}$
20. Записать разложение в ряд Маклорена функции $y = \sin 4x$
21. Разложить функцию $y(x)$ в ряд по степеням $(x - x_0)$, если $y = e^{x-1}$, $x_0 = 3$
22. Вычислить $\int_0^{0,2} \frac{\sin x}{x} dx$ с точностью $\varepsilon = 10^{-3}$.

Семестр 4.

1. Найти общее решение линейного дифференциального уравнения $y' + \frac{y}{x} = \frac{\cos 2x}{x}$ методом вариации произвольной постоянной.
2. Решить задачу Коши для линейного дифференциального уравнения первого порядка $y' - \frac{y}{x} = 3x$, $y(1) = 4$.
3. Записать фундаментальную систему решений уравнения $y''' - 5y'' + 9y' - 5y = 0$.
4. Найти общее решение ЛОДУ, если корни его характеристического уравнения имеют вид: $k_1 = -2$, $k_{2,3,4} = 0$, $k_{5,6} = 3$.
5. Найти общее решение ЛОДУ $y'' - 2y' + 5y = 0$.
6. Найти общее решение уравнения $y'' - 2y' - 3y = e^{4x}$ по виду правой части.
7. Решить ЛНДУ $y'' + 4y = \frac{1}{\sin 2x}$ методом вариации произвольных постоянных.

Семестр 5.

1. Вычислить коэффициент Фурье a_4 2π -периодической функции $y = f(x)$, если $f(x) = x^2$, $x \in (-\pi, \pi)$.
2. Вычислить коэффициент Фурье b_7 2π -периодической функции $y = f(x)$, если $f(x) = |x|$, $x \in (-\pi, \pi)$.
3. Вычислить коэффициент Фурье a_6 2π -периодической функции $y = f(x)$, если $f(x) = x^5$, $x \in (-\pi, \pi)$.
4. Вычислить коэффициент Фурье b_5 2π -периодической функции $y = f(x)$, если $f(x) = x$, $x \in (-\pi, \pi)$.
5. Определить тип поля $\bar{a} = (3x^2y^2z + 2xz^2) \bar{i} + 2x^3yz \bar{j} + (x^3y^2 + 4xz) \bar{k}$
6. Вычислить поток векторного поля $\bar{a} = x \bar{i} + 2y \bar{j} + z \bar{k}$ через часть плоскости $x + y + z = 4$, расположенную в первом октанте ($x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0$).
7. Вычислить поток $\Pi = \oiint_{\Omega} (3x + y^2z) dydz + 2y dx dz + (x^3y^2 - z) dx dy$ по формуле Остроградского, если Ω : $x^2 + y^2 + z^2 = 4$

Семестр 6.

1. Восстановить аналитическую функцию $f(z)$ по её известной действительной части $u(x, y) = x^2 - y^2 - 2y$
2. Вычислить контурный интеграл $\int_l (z^2 - 2\bar{z})dx$, где контур интегрирования l отрезок, соединяющий точки комплексной плоскости $z_1 = 1 - i$ и $z_2 = 2 + 3i$
3. Вычислить интеграл $\oint_{|z|=9} \frac{dz}{(z-3-4i)^2}$
4. Найти область сходимости ряда $\sum_{k=-\infty}^{-1} 4^k (z-i)^k + \sum_{k=0}^{+\infty} \left(\frac{z-i}{7}\right)^k$
5. Найти особые точки аналитической функции $f(z) = \frac{e^z}{z^3 + iz^2}$ и определить их тип
6. Вычислить $\operatorname{Res}_{z=0} \frac{\cos z - 1}{z^3}$.
7. Вычислить вычет функции $\frac{e^z}{z^4 - iz^4}$ во всех её особых точках.
8. Игральная кость подбрасывается два раза. Найти вероятность того, что сумма очков на верхней грани будет больше шести
9. Найти вероятность события $P(AB)$, если $P(\bar{A}) = 0.4$, $P(B) = 0.5$ и $P(A + B) = 0.8$.
10. Найти условную вероятность $P(A|B)$, если $P(A) = 0.5$, $P(B) = 0.75$, $P(AB) = 0.25$.
11. Вероятность изготовления прибора первым заводом равна 0.8, а вторым – 0.2. Вероятность брака на первом заводе равна 0.1, а на втором, соответственно, - 0.3. Найти вероятность того, что наудачу выбранный прибор будет бракованным.
12. Вероятность изготовления прибора первым заводом равна 0.8, а вторым – 0.2. Вероятность брака на первом заводе равна 0.1, а на втором, соответственно, - 0.3. Наудачу выбранный прибор оказался исправным. Найти вероятность того, что он изготовлен на втором заводе.
13. Подбрасывается игральная кость. Случайная величина ξ – количество очков на верхней грани. Найти вероятность события $\{\xi > 2\}$.
14. Найти математическое ожидание случайной величины с плотностью $f(x) = \frac{1}{2}e^{-2x}, x \geq 0$.
15. Найти дисперсию случайной величины с плотностью $f(x) = \frac{1}{5}e^{-5x}, x \geq 0$.
16. Вычислить $P(-1 \leq X < 2)$, если $X \sim N(1, 2^2)$.
17. Для выборки $(-1, 2, 2, 4, 5, 1, -1, 2, -1)$ найти реализацию первого начального момента
18. Пусть известны значения случайной величины $(1.2, 1.4, 0.8, 0.9, 1.1)$ Найти оценку её математического ожидания

19. Пусть в задаче проверки гипотезы о значении параметра наблюдаемое значение статистики критерия равно 10.48. Критическая область $(-\infty, 5.12)$. Тогда проверяемая гипотеза о значении...

1.3.8 Варианты тестовых заданий в дистанционных учебных курсах

Текущий контроль знаний студентов в может проводится в виде компьютерного тестирования по различным модулям (темам) программы. Компьютерные тесты представлены в дистанционных учебных курсах на базе системы управления обучением Moodle: <http://cdo.rsreu.ru/>. Доступ к курсам предоставляется по паролю из внутренней информационной системы организации и из глобальной сети Интернет.

1. Дистанционный учебный курс «Математика. Часть 1» [Электронный ресурс]: Система дистанционного обучения РГРТУ: – Режим доступа: <http://cdo.rsreu.ru/course/view.php?id=798>. Получено положительное экспертное заключение № 3 от 29.09.11, свидетельство о регистрации ОФЭРНиО № 18312 от 15.05.2012.
2. Дистанционный учебный курс «Математика. Часть 2: Производные и их приложения, интегральное исчисление, функции нескольких переменных, дифференциальные уравнения» [Электронный ресурс]: Система дистанционного обучения РГРТУ: – Режим доступа: <http://cdo.rsreu.ru/course/view.php?id=927>. Получено положительное экспертное заключение № 20 от 29.12.11, свидетельство о регистрации ОФЭРНиО № 18582 от 10.10.2012.
3. Дистанционный учебный курс «Математика. Часть 3: Числовые и функциональные ряды; кратные, криволинейные и поверхностные интегралы; теория поля; теория функций комплексного переменного» [Электронный ресурс]: Система дистанционного обучения РГРТУ: – Режим доступа: <http://cdo.rsreu.ru/course/view.php?id=1049>. Получено положительное экспертное заключение № 32 от 02.07.12, свидетельство о регистрации ОФЭРНиО № 19043 от 27.03.2013.
4. Дистанционный учебный курс «Дискретная математика» [Электронный ресурс]: Система дистанционного обучения РГРТУ: – Режим доступа: <http://cdo.rsreu.ru/course/view.php?id=40>. Получено положительное экспертное заключение № 25 от 20.01.12, свидетельство о регистрации ОФЭРНиО № 19032 от 27.03.2013.
5. Дистанционный учебный курс «Математика. Часть 4: Ряды и интеграл Фурье; основы дискретной математики» [Электронный ресурс]: Система дистанционного обучения РГРТУ: – Режим доступа: <http://cdo.rsreu.ru/course/view.php?id=1187>. Получено положительное экспертное заключение № 41 от 17.01.13, свидетельство о регистрации ОФЭРНиО № 19678 от 18.11.2013.
6. Дистанционный учебный курс «Теория вероятностей и математическая статистика. Случайные величины» [Электронный ресурс]: Система дистанционного обучения РГРТУ: – Режим доступа: <http://cdo.rsreu.ru/course/view.php?id=1741>.

Получено положительное экспертное заключение № 42 от 18.01.13, свидетельство о регистрации ОФЭРНиО № 20187 от 10.06.2014.

7. Дистанционный учебный курс «Элементарная математика» [Электронный ресурс]: Система дистанционного обучения РГРТУ: – Режим доступа: <http://cdo.rsreu.ru/enrol/index.php?id=1279>. Получено положительное экспертное заключение № 140 от 16.03.16, свидетельство о регистрации ОФЭРНиО № 21954 от 30.06.2016.

При создании тематических тестов по математике использовались следующие типы вопросов:

1. множественный выбор – необходимо выбрать один или несколько верный ответов среди предложенных,
2. числовой ответ – необходимо впечатать числовой ответ с клавиатуры,
3. на соответствие – ответ на каждый из вопросов нужно выбрать из предложенного списка,
4. краткий ответ – необходимо впечатать одно или несколько «слов» (это могут быть как собственно слова, так и наборы определенных символов),
5. вычисляемый – необходимо ввести числовой ответ с клавиатуры.

Примеры тестовых заданий представлены ниже.

Уравнение прямой, проходящей через точку $M(1; -2)$ и перпендикулярной к прямой, проходящей через точки $N(4; 3)$, $P(2; 5)$, имеет вид:

Выберите один ответ:

- ☐ $3x + 2y + 3 = 0$
☐ $2x + 3y + 3 = 0$
☐ $x + 5y - 7 = 0$
☐ $3x - 2y + 1 = 0$
☐ $-x + y + 3 = 0$

Значение производной функции $f(x) = \frac{2}{(x^2 - x + 1)^2}$ в точке $x_0 = 0$ равно:

(с клавиатуры введите только число)

Ответ:

Найдите синус угла между прямыми $3x + 8y + 7 = 0$ и $-2x + 5y + 10 = 0$

(в ответ введите только число, округленное до 2-х знаков после запятой. например 2.45 или -1.13)

Answer:

Внутри каждой учебной темы сформирован обширный банк разнообразных вопросов, которые разбиты на категории. Каждая категория содержит однотипные задачи, объединенные одним учебным вопросом, например, вычисление частных производных, решение ЛОДУ 2 порядка и т.д. Тест формируется на основе выбора случайного вопроса из каждой указанной категории.

1.3.9 Задачи для проверки остаточных знаний

При проверке остаточных знаний студентам разрешается использовать конспекты лекций и справочную литературу. Примеры типовых задач для проверки остаточных знаний

1. Решить уравнение
$$\begin{vmatrix} x & 2 & -1 \\ -1 & 1 & 2 \\ 0 & 3 & x \end{vmatrix} = 0$$
.

2. Решить систему
$$\begin{cases} 5x_1 - x_2 + 7x_3 = -2, \\ 3x_1 + 2x_2 - 2x_3 = 5, \\ x_1 + x_2 - x_3 = 2. \end{cases}$$

3. Найти скалярное и векторное произведения векторов $\vec{a} = 3\vec{i} + 4\vec{j} + 7\vec{k}$ и $\vec{b} = 2\vec{i} - 5\vec{j} + 2\vec{k}$.

4. Найти объем параллелепипеда, построенного на векторах $\vec{a}(-1;0;1)$, $\vec{b}(2;1;-2)$ и $\vec{c}(1;-1;0)$.

5. Найти угол между плоскостями $x - 2y + 2z + 3 = 0$ и $x + z - 4 = 0$.

6. Найти уравнение плоскости, проходящей через точку $M_0(2;2;-2)$ и параллельной к плоскости $x - 2y - 3z + 1 = 0$.

7. Записать канонические уравнения прямой, проходящей через точку $M(1;-1;0)$ параллельно прямой $x = 2t$, $y = 1 - t$, $z = 3$.

8. Для треугольника ABC, где $A(1;1)$, $B(5;3)$ и $C(7;5)$ записать уравнение медианы AM.

9. Найти предел $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x^2 - 2x - 3}$
10. Найти предел $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{x^3 + 3x^2 - x + 4}{5x^3 + 2x + 1}$.
11. Уравнение движения точки по оси Ox есть $x = 100 + 5t - 0,001t^3$. Найти скорость и ускорение точки в момент времени $t = 10$.
12. Найти наибольшее и наименьшее значения функции $y = 2x^3 - 21x^2 + 36x - 10$ на отрезке $[0, 3]$.
13. Найти точки перегиба графика функции $y = x^4 - 6x^3 + 12x^2 + 7x - 5$.
14. Исследовать на экстремум функцию $y = (x - 5)e^x$.
15. Определить интервалы монотонности функции $y = \frac{x^2 + 1}{(x - 1)^2}$.
16. Найти дифференциал функции $z = x \sin y - y \cos x$.
17. Найти $\text{grad } u$, если $u = \cos(xy) + z^2x - z^3y^2$.
18. Вычислить интеграл $\int_0^1 x e^x dx$.
19. Вычислить интеграл $\int_{-1}^0 \frac{2x + 5}{(x - 1)(x - 5)} dx$.
20. Вычислить интеграл $\int \frac{(\text{arctg } x)^3}{1 + x^2} dx$.
21. Вычислить интеграл $\int_1^e \frac{\sin(\ln x)}{x} dx$.
22. Найти площадь области, ограниченной кривыми, заданными в ПДСК $y = \sqrt{x}$, $y = x - 2$, $x = 0$.
23. Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(n+1)!}{8^n}$ на сходимость.
24. Исследовать ряд $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{4^n \cdot n}{(n+2)!}$ на сходимость.
25. Найти область сходимости ряда $\sum_{n=0}^{\infty} \frac{(x-1)^n}{4^n}$.
26. Решить линейное дифференциальное уравнение первого порядка $y' - \frac{y}{x} = 3x$, $y(1) = 4$.

27. Найти общее решение уравнения $2y''' + 3y'' - y' = 0$.

28. Найти общее решение уравнения $y'' - 2y' - 3y = e^{4x}$

29. Решить систему дифференциальных уравнений
$$\begin{cases} \dot{x} = x + 4y, \\ \dot{y} = 2x + 3y. \end{cases}$$

30. Вычислить интеграл $\iint_D (2x - y) dx dy$, если область D ограничена кривыми $y = x^2$, $y = x$, $x = 1$, $x = 2$.

31. Вычислить интеграл $\iint_D xy dx dy$, если область D ограничена кривыми $x = 1$, $x = 2$, $y = x$, $y = x\sqrt{3}$.

32. Вычислить криволинейный интеграл второго рода $\int_L xy dx - x^2 dy$, если $y = x^2$, $x \in [1, 2]$.

33. Вычислить $(\sqrt{3} + i)^{30}$.

34. На множестве комплексных чисел решить уравнение $z^4 + 5z^2 + 12 = 0$.

35. Пусть $f(z) = iz^2$. Найти $f(1 + 2i)$.

36. Вычислить $\operatorname{Ln}(1 + i)$

37. Вычислить интеграл $\oint_{|z|=1} \frac{e^z}{z(z^2 - 9)} dz$

38. Вычислить интеграл $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{dx}{(x^2 + 1)(x^2 + 9)}$ с помощью вычетов.

39. Вероятность поражения цели первым стрелком при одном выстреле равна 0,8, вторым стрелком 0,6. Найти вероятность того, что цель будет поражена только одним стрелком, если каждый сделал по выстрелу.

40. Зная, что вероятность попадания в мишень стрелком при одном выстреле равна 0,8. Найти вероятность того, что при трех выстрелах стрелок дважды промахнется и один раз попадет в мишень.

41. Из 1000 ламп 100 принадлежат первой партии, 250 - второй и остальные - третьей партии. В первой партии 6%, во второй - 5%, в третьей - 4% бракованных ламп. Наудачу выбирается одна лампа. Какова вероятность того, что она бракованная?

42. Случайная величина задана законом распределения

X	2	4	8
P	0,1	0,5	0,4

Найти ее математическое ожидание и дисперсию.

43. Случайная величина X имеет плотность распределения

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1}{2}x, & x \in (0,2), \\ 0, & x \notin (0,2). \end{cases}$$

Найти ее математическое ожидание и дисперсию.

44. Случайная величина X имеет нормальное распределение $N(3,2)$. Найти вероятность того, что $-1 \leq X < 1$.

45. Построить полигон частот выборки, представленной в виде статистического ряда:

z_i	1	4	5	7
n_i	20	10	14	6

Найти выборочное среднее и выборочную дисперсию.

46. Составить вариационный ряд для следующих значений длины случайно отобранных заготовок: 39, 41, 40, 43, 41, 44, 42, 41, 41, 43, 42, 39, 40, 42, 43, 42, 41, 39, 42, 42, 41, 42, 40, 41, 43, 41, 39, 40, 41, 40. Построить полигон частот. Найти выборочное среднее и выборочную дисперсию.

Составил: _____ (Дюбуа А.Б.)
к.ф.-м.н., доцент каф. ВМ

Заведующий кафедрой ВМ, _____ (Лукьянова Г.С.)
к.ф.-м.н., доцент