

ПРИЛОЖЕНИЕ

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ В.Ф. УТКИНА»**

Кафедра «Автоматики и информационных технологий в управлении»

МЕТОДИЧЕСКОЕ ОБЕСПЕЧЕНИЕ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.О.12 «ДИСКРЕТНАЯ МАТЕМАТИКА»

Направление подготовки
01.03.05 Статистика

Направленность (профиль) подготовки
«Экономика данных»

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

Рязань 2024

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Оценочные материалы – это совокупность учебно-методических материалов (контрольных заданий, описаний форм и процедур проверки), предназначенных для оценки качества освоения обучающимися данной дисциплины как части ОПОП.

Цель – оценить соответствие знаний, умений и владений, приобретенных обучающимся в процессе изучения дисциплины, целям и требованиям ОПОП.

Промежуточный контроль по дисциплине осуществляется проведением теоретического экзамена. Форма проведения экзамена – устный ответ по утвержденным экзаменационным билетам, сформулированным с учетом содержания учебной дисциплины. В экзаменационный билет включается два теоретических вопроса и одна задача. В процессе подготовки к устному ответу экзаменуемый может составить в письменном виде план ответа, включающий в себя определения, выводы формул, рисунки и т.п. Решение задачи также предоставляется в письменном виде.

2. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части)	Вид, метод, форма оценочного мероприятия
1	Тема 1. Элементы теории множеств и соответствия	ОПК-3.1	экзамен
2	Тема 2. Элементы математической логики	ОПК-3.1	экзамен
3	Тема 3. Элементы теории графов	ОПК-3.1	экзамен

3. КРИТЕРИИ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ (РЕЗУЛЬТАТОВ)

- 1) Уровень освоения материала, предусмотренного программой.
- 2) Умение анализировать материал, устанавливать причинно-следственные связи.
- 3) Качество ответа на вопросы: полнота, аргументированность, убежденность, логичность.
- 4) Содержательная сторона и качество материалов, приведенных в отчетах студента по практическим работам.
- 5) Использование дополнительной литературы при подготовке ответов.

Уровень освоения сформированности знаний, умений и навыков по дисциплине оценивается в форме бальной отметки:

«Отлично» заслуживает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «отлично» выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.

«Хорошо» заслуживает студент, обнаруживший полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка «хорошо» выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

«Удовлетворительно» заслуживает студент, обнаруживший знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляющийся с выполнением заданий,

предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «удовлетворительно» выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

«Неудовлетворительно» выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Оценка «зачтено» выставляется студенту, который прочно усвоил предусмотренный программный материал; правильно, аргументировано ответил на все вопросы, с приведением примеров; показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов; без ошибок выполнил практическое задание.

Обязательным условием выставленной оценки является правильная речь в быстром или умеренном темпе. Дополнительным условием получения оценки «зачтено» могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельной и контрольной работы, систематическая активная работа на практических занятиях.

Оценка «не зачтено» выставляется студенту, который не справился с 50% вопросов и заданий билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем. Целостного представления о взаимосвязях, компонентах, этапах развития культуры у студента нет. Оценивается качество устной и письменной речи, как и при выставлении положительной оценки.

4. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Вопросы к экзамену

1. Множества и подмножества. Основные теоретико-множественные отношения.
2. Операции над множествами и их свойства.
3. Кортежи и декартово произведение множеств.
4. Соответствия и их свойства.
5. Взаимно однозначные соответствия и мощность множеств.
6. Отношения и их свойства.
7. Высказывания, основные логические операции и их свойства.
8. Основные схемы логически правильных рассуждений.
9. Логические функции и их представление.
10. Поиск СкДНФ логической функции методом Квайна.
11. Поиск СкДНФ логической функции методом Блейка.
12. Поиск СкДНФ логической функции методом Карнау – Вейча.
13. Поиск ТДНФ и МДНФ логической функции с помощью импликантной таблицы.
14. Понятие предиката.
15. Начальные понятия теории графов.
16. Операции над графами.
17. Пути и маршруты в графах.
18. Нагруженные графы и их метрические характеристики.
19. Матричное задание графов.
20. Поиск кратчайших путей (маршрутов) в графе. Алгоритм Дейкстры.

21. Подграфы, компоненты связности и их поиск.
22. Деревья.
23. Поиск оствного подграфа наименьшей длины.
24. Эйлеровы и гамильтоновы графы.
25. Задача о наибольшем потоке.

Типовые тесты и задачи для практических занятий

Задача 1.

Найдите элементы множеств, полагая, что универсальное множество $I = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$:

- a) $P = B \cap C \cup A \cap C \cap D \cup A \cap B \cap C,$
- б) $P = B \cap C \cap \bar{D} \cup A \cap C \cap D \cup A \cap \bar{B} \cap C,$
- в) $P = B \cap \bar{D} \cup \bar{A} \cap B \cap D \cup A \cap \bar{C} \cap D \cup A \cap \bar{B} \cap \bar{C},$

если $A = \{1, 2, 4, 5\}; B = \{2, 3, 4, 5, 9\}; C = \{0, 3, 4, 5, 6, 9\}; D = \{3, 4, 5, 6, 7\}$

Задача 2.

Укажите номера множеств, которые являются подмножествами множества
 $Q = A \cap D \cup \bar{B} \cap C \cup \bar{A} \cap B \cap \bar{C}.$

- | | |
|--|--|
| 1) $P = A \cap B \cup B \cap C \cup B \cap D;$ | 2) $P = A \cap \bar{C} \cap D \cup B \cap \bar{C} \cap D;$ |
| 3) $P = \bar{A} \cap B \cap \bar{C} \cup \bar{B} \cap C \cap D;$ | 4) $P = A \cap B \cup B \cap C;$ |
| 5) $P = A \cap D \cup \bar{B} \cap C \cup B \cap \bar{C} \cap \bar{D};$ | 6) $P = A \cup B \cap C \cup \bar{B} \cap D;$ |
| 7) $P = A \cap C \cap D \cup \bar{B} \cap C \cup B \cap \bar{C} \cap D;$ | 8) $P = A \cup B \cap \bar{C} \cup B \cap D.$ |

Множество D считать универсальным, т.е. $D = I$.

Задача 3.

Найти элементы множества

$$P = A \cap \bar{B} \cap \bar{C} \cup A \cap \bar{B} \cap C \cup \bar{A} \cap B \cap \bar{C} \cup \bar{A} \cap \bar{B} \cap C$$

при условии, что

$$\begin{aligned} A &= \{1, 4, 5, 8\}; \quad B = \{1, 2, 3, 5, 7\}; \\ C &= \{2, 3, 5, 6, 9\}; \quad I = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}. \end{aligned}$$

Задача 4.

Докажите следующие тождества:

- 1) $(A \setminus B) \cup (A \cap B) = A;$
- 2) $A \cap B = A \cap (\bar{A} \cup B);$
- 3) $(A \cup B) \setminus (A \cap B) = A + B;$
- 4) $(A \setminus B) \cup (\bar{A} \setminus \bar{B}) = (A \cup B) \setminus (A \cap B);$
- 5) $(A \setminus \bar{B}) \cup (\bar{A} \setminus B) = (B \cup \bar{A}) \cap (A \cup \bar{B});$
- 6) $A \setminus (A \setminus B) = A \cap B;$
- 7) $B \cup (A \setminus B) = A \cup B;$
- 8) $(A + B) + K = A + (B + K);$
- 9) $A + A = \emptyset.$

Задача 5.

а) определить типы соответствий (всюду опр., сюръекция, функция, инъекция, биекция):

- 1) $(\{a, b, c, d\}, \{1, 2, 3, 4\}, \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (d, 3), (a, 3)\});$
- 2) $(\{a, b, c, d\}, \{1, 2, 3, 4\}, \{(a, 1), (a, 2), (b, 1), (d, 3), (c, 1)\});$
- 3) $(\{a, b, c, d\}, \{1, 2, 3, 4\}, \{(a, 2), (b, 1), (b, 3), (d, 4), (c, 2)\});$

- 4) $(\{a,b,c,d\}, \{1,2,3,4\}, \{(a,2), (b,1), (d,3), (c,3)\})$;
 5) $(\{a,b,c,d\}, \{1,2,3,4\}, \{(b,1), (d,3), (c,2), (d,4)\})$;
 6) $(\{a,b,c,d\}, \{1,2,3,4\}, \{(a,4), (b,3), (d,1), (c,2)\})$.

б) найти полные образы и прообразы элементов отн. 1)

Задача 6.

Найти композицию соответствий:

$$\Gamma = (\{a,b,c,d\}, \{1,2,3,4\}, \{(a,1), (d,3), (a,2), (b,4), (c,3)\}),$$

$$\Phi = (\{1,2,3,4\}, \{x, y, z, k\}, \{(1, y), (1, z), (2, x), (3, z), (3, k)\}).$$

Задача 7.

Выразить мощности результатов операций через мощности их operandов и мощности пересечений operandов (можно испльз. д. Э-В):

- а) $|A \setminus B|$; б) $|A \cup B|$; в) $|A \cup B \cup C|$.

Задача 8.

1. В 11-х классах 49 учеников. Из них 29 пьют, 37 курят, а 3 не пьют и не курят. Сколько учащихся пьет и курит одновременно?

2. Из 1000 обследованных в онкологическом диспансере мужчин 700 курят, а 400 имеют рак легких, при этом 250 курящих мужчин имеют рак легких:

- а) сколько некурящих мужчин не имеет рак легких?
 б) сколько некурящих мужчин имеет рак легких?

3. В доме проживает 200 семей, из которых 180 имеют компьютер и 150 имеют автомобиль, при этом 14 семей не имеют компьютер, но имеют автомобиль.

Определить:

- а) сколько семей не имеет ни компьютера, ни автомобиля?
 б) сколько семей имеет и то, и другое?
 в) сколько семей имеет компьютер, но не имеет автомобиля?
 г) сколько семей имеет либо то, либо другое?
 д) сколько семей не имеет ни того, ни другого?

Задача 9.

Доказать равнomoщность множеств A и B :

- а) $A = \{x \in R : 0 < x < 1\}$, $B = \{x \in R : 5 < x < 100\}$;
 б) $A = \{x \in R : 0 < x < 1\}$, $B = \{(x, y) \in R^2 : 0 < x < 1, 0 < y < 1\}$.

Задача 10.

Отношение представлено матрицей:

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

- а) построить граф отношения;
 б) добавить в график отношения пары, необходимые для обеспечения его транзитивности (в графике и в матрице).

Задача 11.

С помощью таблиц истинности доказать тождество элементарного поглощения:
 $a \vee (a \cdot b) = a$, $a \cdot (a \vee b) = a$.

Задача 12.

	a	b	c	f
0	0	0	0	1
1	0	0	1	1
2	0	1	0	0
3	0	1	1	0
4	1	0	0	0
5	1	0	1	1
6	1	1	0	1
7	1	1	1	1

1. СДНФ:

$$f_0 = (0, 1, 5, 6, 7) = \overline{a}\overline{b}\overline{c} \vee \overline{a}\overline{b}c \vee a\overline{b}c \vee ab\overline{c} \vee abc$$

Найти СкДНФ методом Квайна.

Задача 13.

Найти МДНФ логич. функции методами Карнау – Вейча и импликантной таблицы если задана ее СДНФ:

$$f = (0, 1, 3, 5, 6, 7) = \overline{a}\overline{b}\overline{c} \vee \overline{a}\overline{b}c \vee a\overline{b}c \vee ab\overline{c} \vee abc \vee \overline{a}bc.$$

Задача 14.

Найти МДНФ логич. функции методами Карнау – Вейча и импликантной таблицы если задана ее СДНФ:

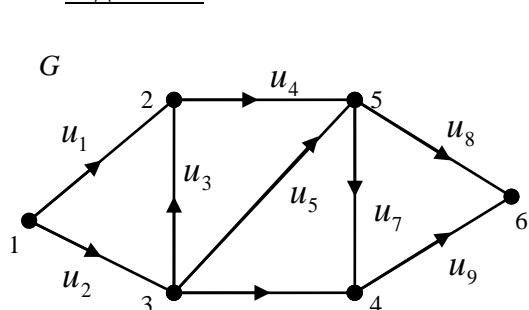
$$f = (0, 1, 2, 5, 6, 7) = abc \vee \overline{a}bc \vee abc \vee \overline{a}bc \vee \overline{a}\overline{b}c \vee \overline{a}\overline{b}\overline{c}.$$

Задача 15.

Найти МДНФ логич. функции методами Карнау – Вейча и импликантной таблицы если задана ее СДНФ:

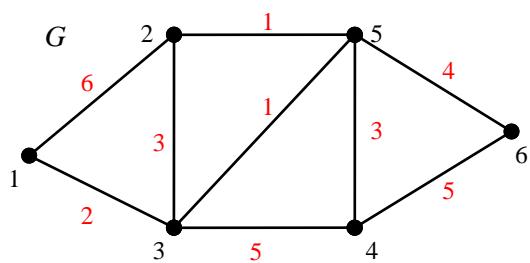
$$f = (0, 3, 5, 6, 7, 9, 10, 13, 14, 15) = \overline{a}\overline{b}\overline{c}\overline{d} \vee \overline{a}\overline{b}cd \vee \overline{a}bcd \vee \overline{abc}\overline{d} \vee \overline{ab}cd \vee \overline{a}bcd \vee ab\overline{cd} \vee ab\overline{c}\overline{d}$$

Задача 16.



Найти матрицы смежности и инцидентности ориентир. графа G .

Задача 17.



- а) найти матрицу длин и матрицу кратчайших маршрутов неориентир графа G ;
 б) найти диаметр, радиус, центры и длину графа.

Перечень практических и самостоятельных работ

№ п/п	Тема	Вид работы	Наименование и содержание работы
1	Элементы теории множеств и соответствия	Практическая работа	Операции над множествами. Свойства операций над множествами. Кортежи и декартово произведение множеств. Соответствия. Всюду определенные соответствия, сюръекции, инъекции, функции и биекции. Взаимно однозначные соответствия и мощность множеств. Счетные и несчетные множества. Контигуум. Отношения, способы задания, свойства.
		Самостоятельная работа	Изучение конспекта лекций, основной и дополнительной литературы.
2	Элементы математической логики	Практическая работа	Высказывание, основные логические операции. Представление логических функций, нормальные формы КНФ, ДНФ, СДНФ, СКНФ, СкДНФ, ТДНФ, МДНФ. Минимизация логических функций, последовательное применение тождеств алгебры логики, методы Квайна и Карнау – Вейча. Поиск тупиковых и минимальных форм с помощью импликантных таблиц.
		Самостоятельная работа	Изучение конспекта лекций, основной и дополнительной литературы.
3	Элементы теории графов	Практическая работа	Понятие графа, ориентированные и неориентированные графы, двудольные графы, изоморфные графы. Операции над графами. Пути и маршруты в графах. Нагруженные графы и их метрические характеристики. Матрицы смежности и инцидентности графа. Подграфы и компоненты связности. Выделение компонент связности. Поиск кратчайших путей (маршрутов) в графе, алгоритм Дейкстры. Деревья. Поиск остовного подграфа наименьшей длины. Эйлеровы и гамильтоновы графы Задача о наибольшем потоке.
		Самостоятельная работа	Изучение конспекта лекций, основной и дополнительной литературы.

Тесты

1. Тесты с заданными вариантами ответов. Правильный ответ подчеркнут

1.1. Объединением множеств A и B называется множество

- a) $\{x : x \in A \text{ или } x \in B\};$
- б) $\{x : x \in A \text{ и } x \in B\};$
- в) $\{x : x \in A \text{ или } x \notin B\};$
- г) $\{x : x \notin A \text{ или } x \in B\}.$

1.2. Пересечением множеств A и B называется множество

- a) $\{x : x \in A \text{ или } x \in B\};$
- б) $\{x : x \in A \text{ и } x \in B\};$
- в) $\{x : x \in A \text{ или } x \notin B\};$
- г) $\{x : x \notin A \text{ или } x \in B\}.$

1.3. Симметрической разностью множеств A и B называется множество

- a) $\{x : x \in A \text{ или } x \in B\};$
- б) $\{x : (x \in A \text{ или } x \in B) \text{ и } (x \notin A \text{ и } x \notin B)\};$
- в) $\{x : x \in A \text{ или } x \notin B\};$
- г) $\{x : x \notin A \text{ или } x \in B\}.$

1.4. Симметрической разностью множеств A и B называется множество

- a) $\{x : x \in A \text{ или } x \in B\};$
- б) $\{x : (x \in A \text{ или } x \in B) \text{ и } (x \notin A \text{ и } x \notin B)\};$
- в) $\{x : x \in A \text{ или } x \notin B\};$
- г) $\{x : x \notin A \text{ или } x \in B\}.$

1.5. Законом де Моргана называется тождество

- a) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B};$
- б) $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A;$
- в) $(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) = A;$
- г) $A \setminus B = A \cap \overline{B}.$

1.6. Склейванием называют тождество

- a) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B};$
- б) $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A;$
- в) $(A \cup B) \cap (A \cup \overline{B}) = A;$
- г) $A \setminus B = A \cap \overline{B}.$

1.7. Поглощением называют тождество

- a) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B};$
- б) $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A;$

в) $A \cup (A \cap B) = A$;

г) $\overline{A \setminus B} = A \cap \overline{B}$.

1.8. Свойство дистрибутивности имеет вид

а) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$;

б) $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A$;

в) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;

г) $\overline{A \setminus B} = A \cap \overline{B}$.

1.9. Свойство дистрибутивности имеет вид

а) $\overline{A \cup B} = \overline{A} \cap \overline{B}$;

б) $(A \cap B) \cup (A \cap \overline{B}) = A$;

в) $A \cup (B \cap C) = (A \cup B) \cap (A \cup C)$;

г) $\overline{A \setminus B} = A \cap \overline{B}$.

1.10. Отношением эквивалентности называется отношение, обладающее свойствами

а) рефлексивности, симметричности и транзитивности;

б) рефлексивности, антисимметричности и транзитивности;

в) антирефлексивности, несимметричности и транзитивности.

Оператор ЭДО ООО "Компания "Тензор"

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

СОГЛАСОВАНО **ФГБОУ ВО "РГРТУ", РГРТУ**, Бабаян Павел Вартанович, Заведующий кафедрой АИТУ

Простая подпись