

**XXXX**

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

**РАСЧЁТ ХАРАКТЕРИСТИК  
СВЕРХШИРОКОПОЛОСНОЙ  
СИСТЕМЫ СВЯЗИ**

Методические указания  
к курсовому проекту по дисциплине «Сверхширо-  
кополосные сигналы и системы»

Рязань 2018

УДК 621.396.21

Расчёт характеристик сверхширокополосной системы связи: методические указания к курсовой работе / Рязан. гос. радиотехн. ун-т; сост. В.В. Езерский. Рязань, 2018. 24 с.

Содержат краткие теоретические сведения по теории сверхширокополосных сигналов и методов построения систем связи на их основе, задание на выполнение и требования по оформлению.

Предназначены для магистрантов ООП «Беспроводные технологии в радиотехнических системах и устройствах» направления 11.04.01 «Радиотехника» факультета радиотехники и телекоммуникаций.

Табл. 1. Ил. 5. Библиогр.: 3 назв.

*Сверхширокополосные сигналы, функции и сигналы Уолша, виды модуляции радиосигналов Уолша, модели канала связи, искажения радиосигналов Уолша, радиоприём сверхширокополосных сигналов.*

Печатается по решению редакционно-издательского совета Рязанского государственного радиотехнического университета.

Рецензент: кафедра радиоуправления и связи Рязанского государственного радиотехнического университета (зав. кафедрой С.Н. Кириллов)

Расчёт характеристик сверхширокополосной системы связи  
Составитель Е з е р с к и й Виктор Витольдович

Редактор Р.К. Мангутова

Корректор С. В. Макушина

Подписано в печать 24.04.18. Формат бумаги 60x84 1/16.

Бумага писчая. Печать трафаретная. Усл. печ. л. 1,5.

Тираж 150 экз. Заказ

Рязанский государственный радиотехнический университет.

390005, Рязань, ул. Гагарина, 59/1.

Редакционно-издательский центр РГРТУ.

## Общее понятие о сверхширокополосной связи

Последнее время во многих системах ведомственной и коммерческой связи находят широкое применение сверхширокополосные сигналы, для которых занимаемая полоса частот соизмерима с несущей частотой. Для количественной оценки вводят понятия коэффициентов широкополосности сигнала и канала:

$$\beta_c = \frac{F_c}{2f_0} = \frac{f_b - f_h}{f_b + f_h};$$
$$\beta_k = \frac{F_k}{2f_0} = \frac{f_b - f_h}{f_b + f_h}, \quad (1)$$

где  $F_c$ ,  $F_k$  - полоса частот сигнала или канала соответственно;

$f_b$ ,  $f_h$  - верхняя и нижняя частота спектра сигнала или полосы частот канала;

$f_0$  - несущая (средняя) частота сигнала.

В таких обозначениях база сигнала

$$B_c = F_c T_c, \quad (2)$$

где  $T_c$  - длительность сигнала, может быть записана следующим образом:

$$B_c = 2\beta_c f_0 T_c. \quad (3)$$

Величина базы сигнала существенно влияет на способность системы связи передавать информацию и на величину помехозащищённости, включающей в себя помехоустойчивость и скрытность. Для заданных значений длительности сигнала и его несущей частоты существенно увеличить базу сигнала можно только увеличивая коэффициент широкополосности. Достигнуть этого в СДВ-ДВ, СВ и КВ каналах радиосвязи можно, используя цифровую (несинусоидальную) несущую вместо гармонической несущей.

Анализ показывает, что наиболее полно требованиям к цифровым несущим удовлетворяют функции Уолша.

## Функции Уолша

Известно несколько различных способов определения и упорядочения функций Уолша, среди которых для систем связи наиболее целесообразно принять упорядочение по числу знакоперемен на периоде функции, имея ввиду сравнение с гармоническими несущими, упорядоченными по частоте. Функция Уолша  $Wal_n(T_w, t)$  номера  $n$  и

периода  $T_w$  может быть определена как произведение функций Радемахера (меандровых функций) в следующем виде:

$$Wal_n = \prod_{i=1}^m [Rad_i(T_w, t)]^{\alpha_i}, \quad (4)$$

где  $i$  - разряды числа  $n$ , записанного в коде Грэя;  $\alpha_i$  - значение  $i$ -го разряда (0 или 1);  $m = \lceil \log_2 n \rceil + 1$  - номер диады функции Уолша ( $\lceil \cdot \rceil$  - вычисление целой части числа);  $Rad_i(T_w, t) = sign \left[ \sin \left( 2^i \frac{\pi t}{T_w} \right) \right]$  - функция Радемахера.

Выражение (4) позволяет разработать простой алгоритм формирования функций Уолша, заключающийся в перемножении меандровых функций.

На рис. 1 показана четвёртая диада функций Уолша.

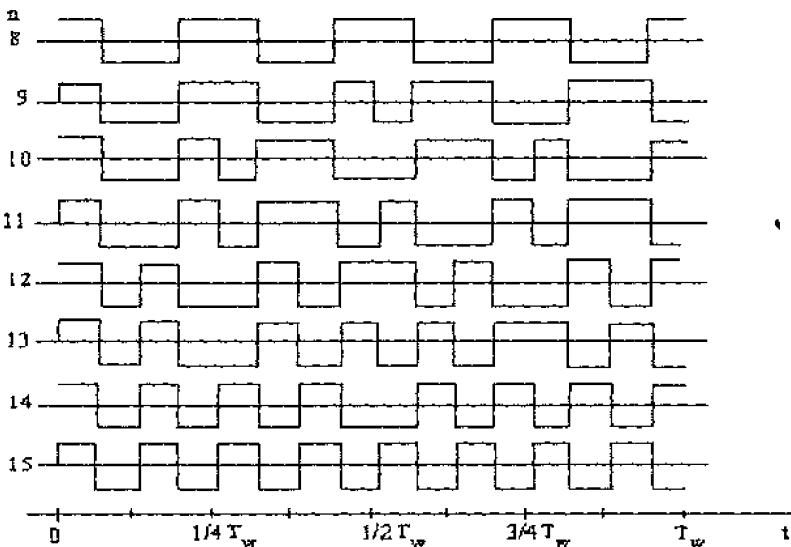


Рисунок 1 – Четвёртая диада функций Уолша

Из этого рисунка видно, что в отличие от гармонических функций, которые имеют три независимых параметра, функции Уолша имеют четыре параметра: амплитуду, временное положение (фазу), частоту и временную базу (период). При этом если под частотой  $f_w$

понимая половину среднего числа пересечений функцией нулевого уровня, то для функций Уолша справедливо следующее соотношение

$$f_w = \left\lceil \frac{n+1}{2} \right\rceil / T_w . \quad (5)$$

Для гармонических функций  $f_s = 1/T_s$ .

Если длительность элементарного символа функции Уолша обозначить через  $\tau_i$ , то выражение для периода функции Уолша можно представить в виде

$$T_w = 2^m \tau_i = L_w \tau_i , \quad (6)$$

где  $L_w = 2^m$  - число символов на периоде функции.

Т.е. упорядочение функций Уолша по числу знакоперемен на периоде соответствует упорядочению гармонических функций по частоте в гармоническом анализе, что облегчает их адекватное сравнение в системах связи.

При исследовании характеристик цифровых сигналов удобно представить функции Уолша в виде следующей рекуррентной модели на бесконечном временном интервале

$$Wal_n(T_w, t) = \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{(L_w/2)-1} Wal_p\left(T_w, \frac{k}{L_w}\right) \chi_n(t - rT_w - 2k\tau_i), \quad (7)$$

где  $p = (2^m - 1) \oplus n$ ;  $\chi_n(*)$  - биимпульсная функция, определяемая следующим образом

$$\chi_n(t - 2k\tau_i) = \begin{cases} 1, & \text{при } (2k-1)\tau_i \leq t \leq 2k\tau_i \\ -1, & \text{при } 2k\tau_i \leq t \leq (2k+1)\tau_i \\ 0, & \text{при } (2k+1)\tau_i < t < (2k-1)\tau_i \end{cases} . \quad (8)$$

Функция Уолша в правой части выражения (7) принадлежит меньшей диаде, чем функция в левой части выражения, так как всегда  $(2^m - 1) \oplus n < n$ . Это существенно облегчает анализ числовых характеристик сигналов.

### Свойства функций Уолша

Система функций Уолша, как и система гармонических функций, является полной ортогональной. Поэтому можно сколь угодно точно выполнять разложение сигналов в базисе этих функций.

Функции Уолша обладают свойством замкнутости и ассоциативности, их среднее значение равно нулю.

Система функций Уолша состоит из четных и нечетных функций.

Функции Уолша можно разбить на диады (группы), характеризуемые числом  $m = \lceil \log_2 n \rceil + 1$ , т.е. числом двоичных разрядов номера функции. С ростом номера диады количество функций в ней растет, как  $2^{m-1}$ .

Функции Уолша обладают свойством балансности и состоят из серий только по одному и два символа, причем общее число серий равно  $(m+1)$  на периоде  $T_w$ .

Функции Уолша являются детерминированными последовательностями, содержащими  $L_w = 2^m$  символов на периоде максимальной длины. В каждом периоде общее число единиц равно числу нулей.

Функции Уолша совместно с инверсными функциями образуют биортогональные коды.

Непрерывную несущую Уолша можно представить с помощью функции Уолша (7) в виде:

$$C_{wun}(T_w, t) = A_c Wal(T_w, t), \quad (9)$$

где  $A_c$  - амплитуда сигнала.

### **Характеристики несущих Уолша**

Важнейшими характеристиками любых сигналов являются спектр и корреляционная функция.

Применяя преобразование Фурье к (9) можно найти спектр амплитуд в базисе гармонических функций при произвольном виде элемента дискрета несущей Уолша

$$A_n(k) = |S_\gamma(k)| \prod_{i=1}^{m-1} \cos\left(2^{m-1} x_k - \alpha_{i-1} \frac{\pi}{2}\right), \quad (10)$$

где  $x_k = k\pi/L_w$ ;  $S_\gamma(k)$  - спектр элемента дискрета несущей Уолша.

В общем случае спектр амплитуд несущей Уолша определяется дискретным элементом, номером и периодом несущей Уолша. Причем огибающая спектра определяется видом элемента несущей и номером функции Уолша, а расстояние между спектральными составляющими зависит от периода функций. Спектр имеет полимодальный характер и в нём отсутствует постоянная составляющая. Максимальное значение спектра соответствует  $k = \lceil (n+1)/2 \rceil$ .

На рисунке 2 приведён пример нормированного спектра амплитуд периодической непрерывной несущей Уолша ( $n = 12$  - сплошные линии,  $n = 42$  - пунктирные линии)

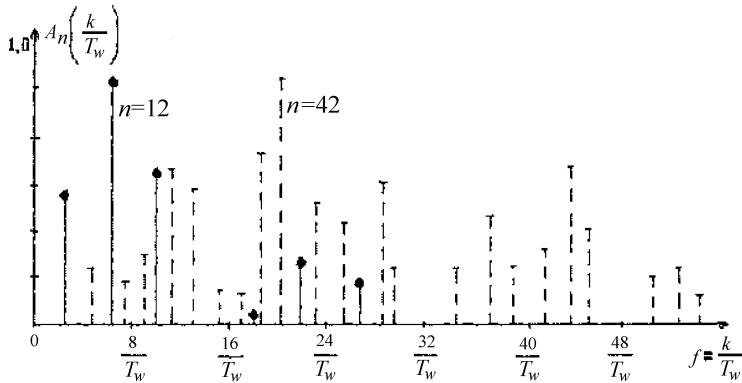


Рисунок 2 – амплитудный спектр несущей Уолша

Таким образом, несущую Уолша можно рассматривать как многочастотную гармоническую несущую, состоящую из когерентных дискретных составляющих, при этом характерное для многочастотных несущих усложнение аппаратуры отсутствует.

Другой вывод заключается в том, что несущие Уолша являются сложными сигналами, база которых определяется номером диады  $m$ .

Несущие Уолша можно разбить на классы, таким образом, что их спектры не будут совпадать по составляющим. Это свойство несущих Уолша при их обработке в гармоническом базисе полезно, так как, независимо от ограничения спектра, сохраняет их ортогональность, т.е. не приводит к появлению перекрестных помех при прохождении через линейные цепи.

Корреляционные свойства непрерывных несущих Уолша определяются корреляционными свойствами функций Уолша. Так автокорреляционная функция функций Уолша описывается выражением

$$K_n\left(\frac{hT_w}{L_w}\right) = \frac{1}{L_w} \sum_{i=0}^{L_w} Wal_n\left[T_w, \frac{i \oplus (i-h)}{L_w}\right]. \quad (11)$$

Автокорреляционная функция несущей Уолша является ломаной линией, изменяющей свой наклон в точках  $\tau = h\tau_w = hT_w/L_w$ .

На рисунке 3 приведены автокорреляционные функции функций Уолша с номерами  $n = 19$  (линия 1) и  $n = 27$  (линия 2).

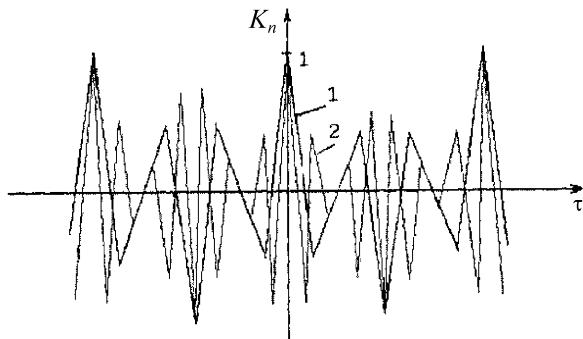


Рисунок 3 – Автокорреляционные функции функций Уолша

Вид этих зависимостей показывает, что автокорреляционные функции имеют хорошо сформированный центральный пик, а относительно большой уровень соседних боковых лепестков для систем синхронной связи не имеет существенного значения.

Сравним автокорреляционные функции несущих Фурье с соответствующими свойствами гармонических несущих при  $f_w = f_s$ .

На рис. 4 для примера приведены автокорреляционные функции непрерывной несущей Уолша при  $n=10$  (сплошная линия) и соответствующей гармонической несущей (пунктирная линия).

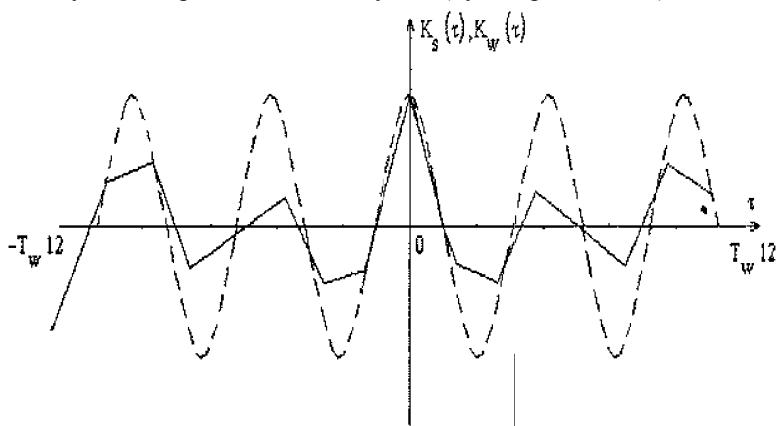


Рисунок 4 – автокорреляционные функции несущих Уолша и гармонических несущих

Таким образом, анализ числовых и функциональных характеристик несущих Уолша показывает, что они относятся к сложным сигналам. Это определяет преимущества несущих Уолша по сравнению с гармоническими несущими при построении помехозащищенных систем связи.

### **Сверхширокополосные сигналы**

Для передачи информации необходимо промодулировать несущую Уолша в соответствии с передаваемым сообщением. Несущую Уолша, модулированную сообщением называют сигналом Уолша. При модуляции непрерывной несущей получим непрерывный сигнал Уолша.

Общее описание модулированного сигнала Уолша при дискретно-кодированной модуляции может быть дано в следующем виде

$$Sw_n(t) = \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{(L_r-1)p} A_{cr} Wal_{nr}\left(T_{wr}, \frac{k}{L_w}\right) \chi(\tau_\phi, t - rT_{wr} - k\tau_{Ur} + \tau_r), \quad (12)$$

где  $p$  - число периодов несущей на один бит сообщения.

При непрерывной (аналоговой) модуляции в выражении (12) необходимо заменить параметры в соответствии с равенствами

$$n_r = n_o; \quad T_{wr} = T(t); \quad L_r = L_0; \quad \tau_r = \tau(t); \quad A_{cr} = A_c(t); \quad f_w = f_s; \quad p = 1.$$

Таким образом, для сигналов с цифровой несущей применимы все виды модуляции, характерные для сигналов с гармонической несущей. Однако, так как сигналы Уолша имеют 4-е независимых параметра, то при использовании их в качестве несущих возможна еще и кодовая модуляция, т.е. манипуляция по номеру несущей. Естественно, при использовании гармонических несущих такая манипуляция невозможна.

Рассмотрим отдельные виды модуляции.

Общее выражение, описывающее сигнал Уолша с амплитудной манипуляцией, можно получить из (12) при условии манипуляции на одном периоде, положив

$$n_r = n; \quad T_{wr} = T_{w0}; \quad L_r = L_0; \quad \tau_r = 0; \quad p = 1.$$

Тогда получим

$$Sw_n(t) = \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{L_0-1} A_{cr} Wal_{n0}\left(T_{w0}, \frac{k}{L_w}\right) \chi(\tau_\phi, t - rT_0 - kT_0/L_0). \quad (13)$$

Так как амплитуда сигнала  $A_{cr}$  постоянна на интервале  $T_w$ , то спектр сигнала Уолша будет иметь в базисе функций Уолша лишь од-

ну составляющую соответствующую несущей сигнала. При использовании амплитудной модуляции для передачи сообщений в спектре сигнала будет присутствовать лишь одна полоса сообщения. Таким образом, амплитудно-модулированный сигнал Уолша всегда дает однополосную модуляцию.

При модуляции по временному положению выражение для сигнала Уолша, манипулированного на одном периоде, получается из (12), если

$$n_r = n_o ; T_{wr} = T_{w0} ; L_r = L_0 ; A_{cr} = A_c ; p = 1.$$

В результате получаем

$$S_{wn}(t) = \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{L_0-1} A_c Wal_{n0}\left(T_{w0}, \frac{k}{L_w}\right) \chi\left(\tau_\phi, t - rT_0 - kT_0/L_0 + \tau_r\right). \quad (14)$$

При бинарной манипуляции по временному положению сдвиг принимает лишь два значения, например,  $\tau_0$  и 0. Аналоговая модуляция по временному положению в некотором смысле соответствует времени - импульсной модуляции гармонических несущих, если в качестве импульса принять отрезок сигнала Уолша длиной, равной периоду несущей  $T_w$ .

Необходимо учитывать, что при модуляции сигнала Уолша по временному положению имеется наименьший сдвиг  $\tau_0$ , для которого справедливо следующее соотношение

$$S_{wn}(T_w, t - \tau_0) = -S_{wn}(T_w, t). \quad (15)$$

Очевидно, что при бинарной манипуляции следует выбирать сдвиг равным  $\tau_0$ , так как в этом случае достигается максимальная помехоустойчивость. Величина  $\tau_0$  зависит от номера функции и определяется следующим образом. Записав номер  $n$  в двоичном коде, получим, что  $\tau_0 = T_w/2$ , если в младшем разряде номера стоит 1. Далее  $\tau_0 = T_w/4$ , если в младшем разряде стоит 0, а в  $i$  младших разрядах стоят 1. Таким образом, при использовании бинарной манипуляции сигналов Уолша целесообразно выбирать функции с нечетными номерами, так как в этом случае противоположные сигналы отстоят максимально друг от друга по временному сдвигу  $\tau_0$ .

При манипуляции по временному положению нецелесообразно использовать отрезки сигнала Уолша длительностью, меньшей  $T_w$ .

При модуляции сигналов Уолша по частоте необходимо учитывать, что в отличие от гармонических сигналов временное положение

сигнала Уолша и его частота не связаны мультиплексивно (несправедливо привычное соотношение  $\omega t$ ). Поэтому аналитическая запись частотно-модулированного (ЧМ) сигнала Уолша отличается от записи частотной модуляции гармонических сигналов, где полная фаза сигнала есть интеграл по времени от частоты. Выражение для ЧМ сигнала Уолша получим из выражения (12) при следующих условиях

$$n_r = n_o; \tau_r = 0; L_r = L_0; A_{cr} = A_c; p = 1.$$

При этом получаем

$$Sw_n(t) = \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{L_r-1} A_c Wal_{n0} \left( T_w(t), \frac{k}{L_w} \right) \chi(\tau_\phi, t - rT_w(t) - kT_w(t)/L_0), \quad (16)$$

где обычно  $T(t) = T_w + M_T \lambda(t)$ ;  $M_T$  - коэффициент модуляции по периоду;  $\lambda(t)$  - аналоговое сообщение.

Таким образом, при представлении записи ЧМ сигнала Уолша в виде (15) модулируемым параметром является по существу период сигнала, который связан с частотой зависимостью

$$T_w(t) = \left\lceil \frac{n+1}{2} \right\rceil / f_w(t).$$

Отсюда легко получить следующее выражение для частоты ЧМ сигнала

$$f(t) = f_{w0} T_w / [T_w + M_T \lambda(t)]. \quad (17)$$

Такое представление ЧМ сигнала Уолша удобнее для анализа, хотя можно было бы использовать запись в виде

$$f_w(t) = f_{w0} + M_f \lambda(t).$$

Тогда выражение для периода сигнала имело бы следующий вид

$$T_u(t) = T_{w0} f_{w0} / [f_{w0} + M_f \lambda(t)]. \quad (18)$$

При дискретной частотной модуляции один или несколько периодов сигнала Уолша скачкообразно изменяются по закону некоторой периодической многоуровневой числовой последовательности. При бинарной частотной манипуляции следует положить  $T_w(t) = T_{wr}$ , где  $T_{wr}$  равно  $T_{w1}$  или  $T_{w0}$  в соответствии с модулирующей функцией  $g(t)$ .

Так как сигнал Уолша является цифровым сигналом, то он допускает кодовую модуляцию, которая заключается в модуляции сигнала по номеру функции Уолша. При кодовой модуляции на одном периоде аналитическая запись сигнала Уолша получается из выражения (12) при условиях

$$\tau_r = 0; T_r = T_0; A_{cr} = A_c; p = 1.$$

Отсюда имеем

$$S_{W_n}(t) = \sum_{r=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{L_0-1} A_c Wal_{nr} \left( T_{w0}, \frac{k}{L_w} \right) \chi(\tau_\phi, t - rT_{w0} - kT_{w0}/L_r). \quad (19)$$

Естественно, номер функции, в соответствии с которой строится сигнал Уолша, может изменяться лишь дискретно и принимать целые значения, принадлежащие выбранной диаде  $m$ . В принципе можно выбирать функции из различных диад, однако при этом необходимо учитывать, что энергия сигнала может определяться номером диады. Таким образом, модуляция по номеру может быть лишь дискретной, что отличает ее от модуляции по временному положению, амплитуде и частоте. Необходимо также отметить, что кодовая модуляция из-за соотношения (5) является одновременно и частотной манипуляцией, так как изменение номера функции влечет за собой изменение частоты сигнала при постоянном периоде.

### Характеристики сигналов Уолша

Числовые и функциональные характеристики сигналов Уолша определяются в соответствии с теоремой о модуляции, справедливой для преобразования Фурье в гармоническом базисе. На основании принятых обозначений (см. формулы (9), (13), (14)) сигнал Уолша при амплитудной и фазовой манипуляции можно записать в следующем виде

$$S_{wn}(T_w, t) = C_{wn}(T_w, t) g_m(T_w, t), \quad (20)$$

где  $g_m(T_w, t)$  – модулирующая функция – числовая последовательность информационных символов, имеющих длительность  $T_u$  и период  $T_g$ .

В выражении (20) выполняется естественное условие  $T_u \geq T_g$ . Обозначим спектр амплитуд несущей Уолша  $A_{cw}(k)$ , а спектр модулирующей функции  $G_g(j\omega)$ .

Тогда на основании теоремы о модуляции находим модуль спектра сигнала Уолша

$$|G_{sw}(j\omega)| = A_{cw}(k) \left| G_g \left[ \gamma \left( \omega - \frac{2\pi k}{T_w} \right) \right] \right|. \quad (21)$$

Так как наименьшее расстояние по оси частот между составляющими спектра несущей равно  $2/T_w$ , то спектральные составляющие в выражении (21) не перекрываются, если  $T_u \geq T_w$ . Если обозначить период числовой последовательности информативных импульсов  $T_g$ , то в спектре сигнала Уолша, описываемого выражением (20), отдельные составляющие будут отстоять друг от друга на расстоянии  $1/T_g$ . Таким образом, спектр сигнала Уолша будет равномерно заполнен составляющими в полосе несущей.

Спектр частотно и кодо-манипулированных сигналов Уолша определяется зависимостью, аналогичной (21), где вместо спектра модулирующей функции необходимо взять соответствующий спектр ДЧМ сигнала.

Таким образом, спектральные характеристики сигналов Уолша (сверхшироколосных сигналов) отличаются от спектральных характеристик аналого-цифровых сигналов только свойствами несущей, приведёнными ранее.

Для определения корреляционных свойств сигналов Уолша воспользуемся следующим соотношением  $T_u \geq T_w \gg \tau_u$ , справедливым для выражения (20). Пусть также период модулирующей последовательности  $T_g = xT_w$ , где  $x$  - целое число, причем  $T_g/T_u = L_g$ . Можно показать, что автокорреляционная функция сигнала Уолша имеет вид

$$K_{sv}(k\tau_u) = K_g(k\tau_u)K_w(k\tau_u). \quad (22)$$

Таким образом, автокорреляционная функция сигнала Уолша определяется произведением автокорреляционных функций несущей и модулирующей функций. Полученный результат аналогичен для гармонических сигналов и является одним из основных способов борьбы с боковыми лепестками корреляционных функций. Однако, так как корреляционная функция несущей Уолша обладает лучшими характеристиками по сравнению с гармонической несущей, то при одинаковых модулирующих последовательностях в целом сигнал Уолша будет обладать лучшими по сравнению с гармоническим сигналом корреляционными свойствами.

Для примера на рисунке 5 представлены автокорреляционные функции сигнала Уолша, образованного манипуляцией несущей Уолша ( $n=10$ ) по временному положению М-последовательностью, причем  $T_u = 2T_w$ ;  $L_r = 7$ , (сплошная линия) и фазоманипулированного сигнала с гармонической несущей при  $f_s = f_w$  (пунктирная линия).

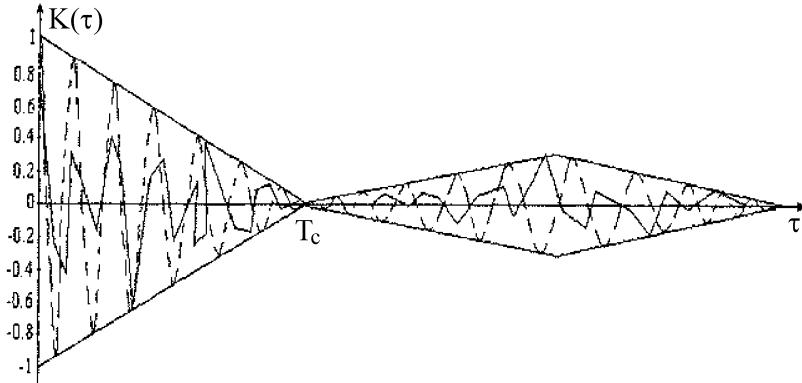


Рисунок 5 – Автокорреляционные функции сигнала Уолша и фазоманипулированного сигнала

Видно, что у сигнала Уолша с манипуляцией по временному положению существенно меньше боковые лепестки автокорреляционной функции.

### Модели линий связи

Описание линий связи является некоторой идеализацией, отражающей лишь наиболее существенные их свойства. Эта идеализация является математической моделью линии, так как определяет математическую взаимосвязь между входными и выходными сигналами, т.е. определяет оператор линии  $L_{\text{л}}$ .

При моделировании линий связи наряду с описанием реального механизма распространения сигнала большое применение находит феноменологический подход, связанный с представлением линии в виде "черного ящика", внутренняя структура которого неизвестна. В этом случае линии можно рассматривать как некоторую динамическую систему (фильтр), описываемую системными характеристиками. Тогда оператор линии может быть представлен в интегральной форме или в форме дифференциальных уравнений. Описание линии интегральным оператором проще, так как базируется на знании хотя бы одной системной характеристики (переходной либо импульсной характеристики или комплексной либо операторной передаточной функции), поскольку они связаны друг с другом известными соотношениями.

Системные характеристики линий связи, основанные на интегральных отображениях вход-выход при временном методе, а также на алгебраических отображениях вход-выход при частотном методе, отличаются простотой и позволяют определить выходной сигнал в явном виде. Это определило их широкое распространение при описании линий различных видов.

Таким образом, для вычисления сигнала на выходе линии связи необходимо знать хотя бы одну из системных характеристик, которые рассчитываются путем решения различных электродинамических задач.

В настоящее время имеются наиболее полные результаты по решению электродинамических задач для моногармонических сигналов. Поэтому частотный метод для стационарных линий связи будет предпочтителен.

Методика расчета установившегося сигнала на выходе линии включает три основных этапа:

- определение спектра сигнала на входе;
- определение спектра на выходе линии связи;
- определение сигнала на выходе, путем суммирования спектральных составляющих при дискретном спектре или путем интегрирования при непрерывном спектре.

### **Модели недисперсионных радиолиний**

Рассмотрим вначале частный, но важный для практики случай расчета радиоканалов, когда радиолиния имеет полосу гораздо шире, чем спектр сигнала. Очевидно, в этом случае можно пренебречь дисперсионными свойствами радиолинии. Тогда в пределах полосы спектра сигнала справедливо соотношение (для однолучевой радиолинии)

$$K_{\text{пл}}(j\omega) = K_{\text{пл}}(\omega_0) \exp(j\omega\tau_3), \quad (23)$$

где частота  $\omega_0$  соответствует средней частоте сигнала на входе радиолинии, а  $\tau_3$  - запаздывание.

Используя формулу (23), находим

$$G_{\text{c\_вых}}(j\omega) = K_{\text{пл}}(\omega_0) G_{\text{c\_вх}}(j\omega) \exp(j\omega\tau_3). \quad (24)$$

Далее, используя обратное преобразование Фурье, получим

$$S_{\text{вых}}(t) = K_{\text{пл}}(\omega_0) S_{\text{вх}}(t - \tau_3). \quad (25)$$

Таким образом, в такой радиолинии сигнал на выходе прямо пропорционален сигналу на входе. Поэтому расчет радиолинии сво-

дится к определению коэффициента пропорциональности  $K_{\text{пл}}(\omega_0)$ , так как запаздывание  $\tau_3 = D/c$  определяется дальностью связи и скоростью распространения радиоволн и не вносит искажений в радиосигнал. Коэффициент  $K_{\text{пл}}(\omega_0)$  является основным параметром радиолинии и характеризует величину ослабления сигнала на ее выходе. Обычно рассчитывают не величину этого коэффициента, а амплитуду сигнала на выходе радиолинии (или другую, связанную с ней характеристику) при заданной мощности сигнала на входе радиолинии.

Рассмотрим кратко, как производятся расчеты в зависимости от диапазона радиосигнала при условии широкополосности и однолучевости радиолинии.

Корректные расчеты параметров радиолинии могут быть осуществлены только при учете особенностей процессов распространения радиоволн. Так как в радиоканалах связи используются различные диапазоны радиоволн и различные механизмы их распространения, то при расчетах напряженности волновых полей необходимо учитывать особенности распространения каждого диапазона радиоволн.

При расчетах напряженности поля низкочастотных диапазонов радиоволн необходимо учитывать, что основное значение имеет электрическое поле вертикальной поляризации с "земным" механизмом распространения радиоволн. В случае распространения радиоволн этого диапазона в пределах нескольких сот километров можно записать значение напряженности поля, создаваемого земной волной, в виде

$$E_3 = 245 \frac{\sqrt{P_{\text{пред}} G_A}}{D} W, \left( \frac{\text{мВ}}{\text{м}} \right), \quad (26)$$

где  $P_{\text{пред}}$  — мощность передатчика радиоканала, измеряемая в [кВт];  $G_A$  - коэффициент усиления антенно-фидерного устройства передатчика;  $P_{\text{пред}} G_A = P_i$  - излучаемая мощность;  $D$  - расстояние, измеряемое в [км];  $W$  - функция ослабления поля над земной поверхностью.

В практических расчетах обычно пользуются модулем величины  $W$ , который определяют приближенной зависимостью

$$|W| = (2 + 0.3\beta) / (2 + \rho + 0.6\rho^2), \quad (27)$$

где  $\rho = 0.5 \cdot 10^{-2} D / (\sigma_3 \lambda^2)$ , причём  $60\lambda\sigma_3 \gg \epsilon$ ;  $\sigma_3$  - проводимость почвы;  $\lambda = c/f$  - длина волны;  $\epsilon$  - относительная диэлектрическая

проницаемость почвы,  $D$  - расстояние связи;  $c$  - скорость распространения радиоволн в вакууме.

Одним из основных типов приемных антенн, нашедших широкое применение в низкочастотных радиоканалах, является несимметричный вертикальный диполь. Для действующей высоты диполя можно записать

$$h_d = \frac{\lambda}{2\pi} \operatorname{tg}\left(\frac{\pi l}{\lambda}\right) \approx l/2, \quad (28)$$

где  $l$  - геометрическая длина диполя и  $l/\lambda \ll 1$ .

Если приемная антенна лежит в плоскости постоянной фазы волнового поля и параллельна вектору поля, то для наведенной в ней ЭДС сигнала можно записать

$$U_c = E_3 h_d [mB], \quad (29)$$

где  $E_3$  - напряженность поля, определяемая формулой (26).

Для случая, когда сопротивление антенны меньше входного со-противления приемника радиоканала, выражение (29) определяет напряжение сигнала на входе приемника в низкочастотных диапазонах радиоволн.

В диапазоне метровых волн необходимо учитывать, что радиоволны слабо дифрагируют вокруг выпуклой поверхности Земли и распространяются по прямой видимости, дальность которой с учетом атмосферной рефракции определяется формулой

$$D_{\text{пр}} = 4.12 \sqrt{h_{\text{пред}} + h_{\text{прем}}}, \text{ км}, \quad (30)$$

где  $h_{\text{пред}}$  и  $h_{\text{прем}}$  - высота антенн приемника и передатчика в [м].

Результирующее поле электромагнитной волны может быть рассчитано по формуле

$$E_{\text{пр}} = \frac{2,18 \sqrt{P_{\text{пред}} G_a} h_{\text{пред}} h_{\text{прем}}}{\lambda D^2}, \left[ \frac{\text{мВ}}{\text{м}} \right], \quad (31)$$

где параметры соответствуют формуле (30). Напряжение на входе приемника рассчитывается по формуле (31), если известна действующая высота антенны.

При использовании более коротких волн, распространяющихся одним лучом прямой волны, рассчитывают мощность сигнала на входе приемника по следующей формуле

$$P_c = \frac{P_{\text{пред}} G_{a1} G_{a2} \lambda^2}{(4\lambda D)^2} |W|^2, [\text{Вт}], \quad (32)$$

где  $P_{\text{пред}}$  - мощность передатчика в [Вт],  $G_{a1}$ ,  $G_{a2}$  -коэффициенты усиления передающего и приемного антенно-фидерного устройства;  $D$  - дальность связи [м],  $\lambda$  - длина волны в [м];  $|W|$  - модуль коэффициента ослабления, характеризующий дополнительные потери при распространении радиоволн в атмосфере. Обычно в нормальных условиях можно считать  $|W| \approx 1$ .

### **Модели дисперсионных линий связи**

К таким линиям относятся линии связи, параметры которых зависят от частоты. Наиболее существенной является зависимость скорости распространения сигнала по линии связи от частоты. Однако на качество передачи сигналов существенно влияют и другие параметры линии связи. Далее рассмотрим только одну дисперсионную линию связи – проводную линию абонентского доступа.

### **Модель проводных линий абонентского доступа**

Проводные линии в коммутируемых соединениях абонентов обладают низкими начальными затратами при организации широкополосного доступа. Сверхширокополосный сигнал занимает всю физическую полосу частот проводной линии, что существенно усложняет расчет сигнала на входе абонентского модема. При этом линия связи будет обладать существенной дисперсионностью.

Основными электрическими параметрами проводных линий являются километрические емкость  $C_0$  и сопротивление  $R_0$ . Таким образом, проводные линии можно отнести к резистивно-емкостным однородным длинным линиям. Коэффициент распространения резистивно-емкостной линии определяется следующим выражением

$$\gamma = \sqrt{\omega R_0 C_0 / 2} + j \sqrt{\omega R_0 C_0 / 2}, \quad (33)$$

где  $\omega$  - частота гармонического колебания.

Таким образом, коэффициент ослабления  $\alpha$  и коэффициент фазы  $\beta$  будут равны  $\sqrt{\omega R_0 C_0 / 2}$ . Тогда фазовая скорость равна

$$V_\phi = \omega / \beta = \sqrt{2\omega / (R_0 C_0)}. \quad (34)$$

Из выражения (33) следует, что проводная линия является дисперсионной линией передачи сигнала, поскольку колебания различных частот распространяются в ней с различными скоростями.

Операторная передаточная функция проводной линии определяется решением телеграфных уравнений в операторной форме, когда граничные условия заданы на конце линии.

Имеем

$$U_1(p) = U_2(p)ch[\gamma(p)l] + I_2(p)Z_{\text{в}}(p)sh[\gamma(p)l], \quad (35)$$

где  $Z_{\text{в}}(p)$  - операторное волновое сопротивление линии,  $l$  - длина линии.

Обозначив операторное сопротивление нагрузки (входное сопротивление модема) как  $Z_{\text{н}}(p) = U_2(p)/I_2(p)$  находим

$$K(p) = \frac{U_2(p)}{U_1(p)} = \frac{1}{ch[\gamma(p)l] + \frac{Z_{\text{в}}(p)}{Z_{\text{н}}(p)}sh[\gamma(p)l]}. \quad (36)$$

Для резистивно-емкостной линии получим

$$Z_{\text{в}}(p) = \sqrt{R_{\text{л}}/(pC_{\text{л}})}; \quad \gamma(p)l = \sqrt{pR_{\text{л}}C_{\text{л}}}. \quad (37)$$

где  $R_{\text{л}}$  и  $C_{\text{л}}$  - параметры линии длиной равной  $l$ .

При согласованной нагрузке ( $Z_{\text{в}}(p) = Z_{\text{н}}(p)$ ) находим из (36)

$$K(j\omega) = \exp(-j\omega l) = \{\exp[-\alpha(\omega)l]\}\exp[-j\beta(\omega)l], \quad (38)$$

где  $\alpha(\omega)$  и  $\beta(\omega)$  определяются формулой (33).

При выполнении условия  $|\gamma(p)l| \leq 1$  можно воспользоваться приближением

$$ch(l) = 1 + 0,5\gamma^2 l^2; \quad sh(l) \approx \gamma l.$$

Тогда из формулы (36) при условии активного сопротивления нагрузки  $R_{\text{н}}$ , получим

$$K(p) \approx \frac{1}{1 + R_{\text{л}}/R_{\text{н}} + pR_{\text{л}}C_{\text{л}}}. \quad (39)$$

Если  $R_{\text{н}} \gg R_{\text{л}}$ , то из формулы (39) получается известная низкочастотная модель проводной линии связи

$$K(p) \approx \frac{1}{1 + \tau_{\text{л}}p}, \quad (40)$$

где  $\tau_{\text{л}} = R_{\text{л}}C_{\text{л}}$

Из выражений (38), (39) и (40) легко получить АЧХ и ФЧХ различных моделей проводной линии  $K(\omega)$  и  $\phi(\omega)$ .

## Оценка искажений сверхширокополосных сигналов на выходе линий связи

При прохождении сверхширокополосных сигналов через радиолинии, обладающие дисперсионными свойствами, возникают искажения формы сигнала. Эти искажения могут существенно ухудшать качество приема цифровых сигналов и тем самым снижать помехоустойчивость радиоканала связи. Определим количественную меру искажений сигнала и найдем зависимость показателя качества радиоканала от искажений формы сигнала.

При определении количественной меры искажения сигнала учитывают, что используемые в СС радиосигналы принадлежат метрическому пространству, в котором определено расстояние  $\rho$  между сигналами, удовлетворяющее следующим условиям:

$$\begin{aligned}\rho(s_i, s_j) &= 0 \text{ при } s_i = s_j ; \\ \rho(s_i, s_j) &= d(s_i, s_j) ; \\ \rho(s_i, s_j) + d(s_i, s_j) &\geq (s_i, s_j) ,\end{aligned}\quad (41)$$

где  $s_i(t)$  - сигнал, соответствующий  $i$ -му символу;  $t \in 0, T_c$ ;  $i \in \overline{1, m}$ .

Для гильбертова пространства расстояние между  $i$  и  $j$  сигналами определяется следующим образом

$$\rho(s_i, s_j) = \sqrt{\int_0^{T_c} [s_i(t) - s_j(t)]^2 dt} . \quad (42)$$

Только при условии  $\rho(s_i, s_j) \neq 0$  удается в решающем устройстве различить символы передаваемой информации.

Поэтому логично искажения сигнала характеризовать расстоянием между неискаженным  $s_i$  и искаженным  $\dot{s}_i$  сигналами. Для упрощения расчетов используем квадрат расстояния, так как монотонное преобразование не изменяет количественную меру. Имеем из (60)

$$\rho^2(s_i, \dot{s}_i) = E_c + \dot{E}_c - 2\sqrt{E_c \dot{E}_c} R_i , \quad (43)$$

где  $E_c = \int_0^{\infty} s_i^2(t) dt$  - энергия неискажённого сигнала;

$\dot{E}_c$  - энергия искажённого сигнала;

$\dot{R}_i$  - коэффициент взаимной корреляции (нормированное скалярное произведение) искаженного и неискаженного сигналов.

Введем обозначение для случайных искажений сигнала

$$\Delta s(t) = \dot{s}_i(t) - s_i(t). \quad (44)$$

В связи с тем, что при наличии в канале связи шума и помех, расстояние между сигналами будет величиной случайной, определим среднее значение квадрата расстояния между искажённым и неискажённым сигналами. Можно показать, что оно равно

$$\rho_{\text{cp}}\left(s_i, \dot{s}_i\right) = \sqrt{E_c} \sigma_{\text{ис}}, \quad (45)$$

где  $\sigma_{\text{ис}}^2 = \int_0^{T_c} \Delta s^2(t) dt / P_c$  - нормированное среднеквадратическое значение искажения сигнала на входе приёмника;  $P_c = E_c / T_c$  - средняя за время  $T_c$  мощность неискажённого сигнала на входе приёмника.

Таким образом, отклонение сигнала в гильбертовом пространстве от истинного значения, вызванного вредным влиянием дисперсионных свойств радиолинии, прямо пропорционально величине среднеквадратического искажения этого сигнала  $\sigma_{\text{ис}}$ .

Рассмотрим в качестве приемного устройства оптимальный приемник дискретных сигналов, при посимвольном приеме, состоящий из коррелятора или согласованного фильтра. Сигнал с выхода оптимального приемника поступает на решающее устройство, где идентифицируется принимаемый символ информации. Тогда для оценки максимального значения сигнальной функции (полезного сигнала на выходе i-го канала оптимального приемника при передаче i-го сигнала) необходимо знать скалярное произведение искаженного и неискаженного сигналов в гильбертовом пространстве. После ряда преобразований можно получить, что оно равно

$$\left( s_i, \dot{s}_i \right) = E_c (1 - \sigma_{\text{ис}}). \quad (46)$$

Таким образом, в качестве показателя искажений сигнала можно принять параметр  $\sigma_{\text{ис}}$  определяющий среднеквадратические искажения сигнала в гильбертовом пространстве. Если не конкретизировать тип метрического пространства, в котором заданы сигналы ра-

диоканала, то  $\rho$  в этом общем случае можно принять показателем искажений между искаженным и неискаженным сигналом  $\rho\left(s_i, \overset{\bullet}{s}_i\right)$ .

Скалярное произведение (64) является полезным сигналом на входе решающего устройства. Если вместе с искаженным сигналом на входе оптимального приемника действует нормальный белый аддитивный шум, то шумовая составляющая на выходе решающего устройства будет скалярным произведением  $(n, s_i)$  где  $n = n(t)$  - реализация шума. Как известно, мощность этой составляющей будет определяться следующим выражением  $P_{швых} = E_c N_0$ , где  $N_0$  - спектральная плотность белого шума.

Тогда отношение сигнал-шум на выходе приёмника равно

$$q = \left( \frac{P_c}{P_{ш}} \right)_{вых} = q_{\max} (1 - \sigma_{ic})^2. \quad (47)$$

Увеличение искажений сигнала  $\sigma_{ic}$  уменьшает отношение сигнал-шум на выходе оптимального приёмника, т.е. ухудшает качество радиоприёма.

Отношение сигнал-шум (47) непосредственно влияет на основную характеристику системы связи – зависимость вероятности ошибочного приёма от уровня шума.

### **Сверхширокополосный доступ по проводным линиям**

Для аналитических расчетов примем модель линии в виде следующей простой передаточной функции по напряжению (40)

$$K(p) \approx \frac{1}{1 + \tau_L p},$$

где  $\tau_L = lR_0C_0$  - постоянная времени,  $l$  - длина линии;  $p$  - комплексная переменная.

Для совмещения с частотным диапазоном телефонной сети общего пользования необходимо освободить низкие частоты в линии от цифрового сигнала. Для этого достаточно воспользоваться простым предыскажающим фильтром в виде дифференцирующей цепи, имеющим следующую передаточную функцию

$$K_u(p) = \frac{\tau_u}{1 + \tau_u p}, \quad (48)$$

где  $\tau_u$  - постоянная времени предыскажающей цепи.

Расчеты показывают, что для достижения необходимого эффекта достаточно выполнить условие  $\tau_u \ll \tau_L$ .

В результате предыскажения форма элементарного символа цифровой несущей будет определяться следующей передаточной функцией

$$K_\gamma(p) = K_L(p)K_u(p) = \frac{\tau_u p}{(1 + \tau_u p)(1 + \tau_L p)}. \quad (49)$$

Введение предварительного дифференцирования позволяет существенно уменьшить длительность элементарного символа  $\tau_a$  нестационарной несущей, тем самым увеличив скорость передачи информации. Наблюдаемое при этом существенное снижение энергии сигнала на входе линии можно скомпенсировать увеличением длительности сигнала  $T_c$  путем увеличения временной базы.

### Задание

Рассчитать характеристики сверхширокополосной системы абонентского доступа на основе проводной линии связи с использованием сигналов Уолша в соответствии с перечисленными ниже задачами. Варианты заданий для расчёта выбрать в соответствии с номером по журналу группы из таблицы 1.

#### **Задача 1. Формирование функций Уолша и сигналов Уолша.**

Смоделировать заданные в таблице 1 функции Уолша и сигналы Уолша на их основе. Проиллюстрировать временными диаграммами этапы формирования по классической формуле (4) и реккурентной формуле (7). Привести временные диаграммы функций Радемахера, Уолша, бимпульсной функции. Проконтролировать спектр и корреляционную функцию. Рассмотреть особенности формирования сигналов и сделать выводы.

#### **Задача 2. Формирование модулированных сигналов Уолша.**

Сформировать сигналы Уолша с заданными в таблице 1 методами модуляции, изучить их спектры и корреляционные функции. Привести графики промодулированных функций Уолша, спектров и корреляционных функций и сделать выводы.

Таблица 1

Номер по журналу	Номера функций Уолша	Вид модуляции	Длина линии связи, км
1	11, 13	АМ	1
2	17, 19	ФМ	1,5
3	9, 13	ЧМ	2,5
4	19, 23	КМ	3
5	9, 15	АМ	1
6	17, 25	ФМ	1,5
7	21, 27	ЧМ	2
8	19, 29	КМ	2,5
9	17, 23	АМ	3
10	25, 31	ФМ	1
11	33, 41	ЧМ	1,5
12	35, 55	КМ	2,5
13	37, 61	АМ	3
14	39, 63	ФМ	1
15	33, 59	ЧМ	2

**Задача 3. Оценка искажений сигналов Уолша в линии связи.**

Разработать программу формирования частотных характеристик канала связи, изучить влияние его параметров на форму одного периода заданных сигналов Уолша и оценить величину искажений формы сигналов при различных сочетаниях параметров. При этом считать, что система синхронизации работает идеально. Исходным значением для выбора длительности единичного элемента и постоянной времени цепи предискажений считать постоянную времени линии. Построить график зависимости величины искажений от соотношения постоянных времени цепи коррекции и линии связи с длительностью элементарного символа для разных отношений сигнал-шум (10 дБ...40 дБ). Определить наилучшие и наихудшие значения параметров линии связи и цепи предискажений.

**Задача 4. Модель приёма сверхширокополосных сигналов Уолша и оценка их помехоустойчивости.**

Разработать программу формирования кодовых комбинаций дискретных сигналов, модуляции сверхширокополосных сигналов, передачи сигналов по каналу связи, приёма сигналов, их демодуляции, приёма решения о виде передаваемого символа, подсчёта ошибок. При этом также считать, что система синхронизации работает идеально.

Изучить влияние уровня шума и соотношения постоянных времени цепи предсказаний и линии связи к длительности единичного элемента сигнала Уолша на величину вероятности ошибки при изменении уровня шума от -50 дБ до +50 дБ. Вычислить графики зависимости вероятности ошибки от отношения сигнал-шум для наилучших соотношений параметров и двух крайних значений, вызывающих повышенные искажения сигнала.

### **Содержание пояснительной записки**

1. Основные теоретические сведения по всем исследуемым характеристикам.
2. Результаты расчётов в графической форме (в зависимости от типа характеристик) с пояснениями и выводами.
3. Полный текст программы с комментариями.

### **Требования к выполнению курсового проекта**

Данные для выполнения задачи следует выбирать из соответствующей таблицы согласно своему варианту, указанному преподавателем.

1. Все задания должны быть выполнены самостоительно после изучения соответствующего раздела курса.
2. Задания выполняются на стандартных листах писчей бумаги формата А4 (297x210 мм).
3. Пояснительная записка к курсовой работе выполняется либо чернилами, либо печатным способом, записи ведутся только на одной стороне листа.
4. Все листы пояснительной записки нумеруются.
5. Графическая часть задания выполняется в масштабе с использованием чертежного инструмента либо печатным способом.
6. Работы, выполненные с нарушением этих указаний, не рассматриваются.

### **Библиографический список**

1. Урядников Ю.Ф., Аджемов С.С. Сверхширокополосная связь. Теория и применение. М.: СОЛООН-пресс, 2005 г.
2. Марпл-мл. С.Л. Цифровой спектральный анализ и его приложения. М.: Мир, 1990. 584 с.
3. Сергиенко А.Б. Цифровая обработка сигналов. – СПб.: Питер, 2002.

## **Оглавление**

Общее понятие о сверхширокополосной связи. . . . .	1
Функции Уолша. . . . .	1
Свойства функций Уолша. . . . .	3
Характеристики несущих Уолша. . . . .	4
Сверхширокополосные сигналы. . . . .	7
Характеристики сигналов Уолша. . . . .	10
Модели линий связи. . . . .	12
Модели недисперсионных радиолиний. . . . .	13
Модели дисперсионных линий связи. . . . .	16
Модель проводных линий абонентского доступа. . . . .	16
Оценка искажений сверхширокополосных сигналов на выходе линий связи. . . . .	18
Сверхширокополосный доступ по проводным линиям. . . . .	20
Задание. . . . .	21
Содержание пояснительной записки . . . . .	23
Требования к выполнению курсовой работы . . . . .	23
Библиографический список. . . . .	23