

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ  
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ИМЕНИ В.Ф. УТКИНА»

Кафедра «Автоматика и информационные технологии в управлении»

## **ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ**

по дисциплине

**Б1.0.ДВ.01.01 «Вариационное исчисление и оптимальное управление»**

Направление 01.03.02  
«Прикладная математика и информатика»

ОПОП  
«Программирование и анализ данных»

Квалификация выпускника – бакалавр

Формы обучения – очная

Рязань 2024 г.

Оценочные материалы – это совокупность учебно-методических материалов (контрольных заданий, описаний форм и процедур), предназначенных для оценки качества освоения обучающимися данной дисциплины как части основной образовательной программы.

Цель – оценить соответствие знаний, умений и уровня приобретенных компетенций обучающимися целям и требованиям основной образовательной программы в ходе проведения текущего контроля и промежуточной аттестации.

Основная задача – обеспечить оценку уровня сформированности общекультурных и профессиональных компетенций, приобретаемых обучающимся в соответствии с этими требованиями.

Контроль знаний проводится в форме текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль успеваемости проводится с целью определения степени усвоения учебного материала, своевременного выявления и устранения недостатков в подготовке обучающихся и принятия необходимых мер по совершенствованию методики преподавания учебной дисциплины (модуля), организации работы обучающихся в ходе учебных занятий и оказания им индивидуальной помощи.

К контролю текущей успеваемости относятся проверка знаний, умений и навыков, приобретённых обучающимися на лабораторных работах. При выполнении лабораторных работ применяется система оценки «зачтено – не зачтено».

Промежуточный контроль по дисциплине осуществляется проведением экзамена. Форма проведения экзамена – устный ответ по утвержденным экзаменационным билетам, сформулированным с учетом содержания учебной дисциплины. В экзаменационный билет включается два теоретических вопроса и одна задача. В процессе подготовки к устному ответу экзаменуемый может составить в письменном виде план ответа, включающий в себя определения, выводы формул, рисунки и т.п. Решение задачи также предоставляется в письменном виде.

#### **Паспорт оценочных материалов по дисциплине**

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Код контролируемой компетенции (или её части)	Вид, метод, форма оценочного мероприятия
1	Введение, постановка задачи оптимального управления	ПК-2.1, ПК-2.2	Зачет по лаб. работе, экзамен
2	Математический аппарат теории оптимального управления, вариационные задачи	ПК-2.1, ПК-2.2	Зачет по лаб. работе, экзамен
3	Метод динамического программирования	ПК-2.1, ПК-2.2	Зачет по лаб. работе, экзамен
4	Применение динамического программирования к экономическим задачам оптимального управления	ПК-2.1, ПК-2.2	Зачет по лаб. работе, экзамен
5	Принцип максимума Понтрягина	ПК-2.1, ПК-2.2	Зачет по лаб. работе, экзамен
6	Применение принципа максимума к экономическим задачам оптимального управления	ПК-2.1, ПК-2.2	Зачет по лаб. работе, экзамен

#### **Критерии оценивания компетенций (результатов)**

- 1). Уровень усвоения материала, предусмотренного программой.
- 2). Умение анализировать материал, устанавливать причинно-следственные связи.
- 3). Качество ответа на вопросы: полнота, аргументированность, убежденность, логичность.
- 4). Содержательная сторона и качество материалов, приведенных в отчетах студента по лабораторным работам, практическим занятиям.
- 5). Использование дополнительной литературы при подготовке ответов.

Уровень освоения знаний, умений и навыков по дисциплине оценивается в форме бальной отметки:

**«Отлично»** заслуживает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «отлично» выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.

**«Хорошо»** заслуживает студент, обнаруживший полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка «хорошо» выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

**«Удовлетворительно»** заслуживает студент, обнаруживший знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «удовлетворительно» выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

**«Неудовлетворительно»** выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

**Оценка «зачтено»** выставляется студенту, который прочно усвоил предусмотренный программный материал; правильно, аргументировано ответил на все вопросы, с приведением примеров; показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов; без ошибок выполнил практическое задание.

Обязательным условием выставленной оценки является правильная речь в быстром или умеренном темпе. Дополнительным условием получения оценки «зачтено» могут стать хорошие успехи при выполнении самостоятельной и контрольной работы, систематическая активная работа на семинарских занятиях.

**Оценка «не зачтено»** выставляется студенту, который не справился с 50% вопросов и заданий билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем. Целостного представления о взаимосвязях, компонентах, этапах развития культуры у студента нет. Оценивается качество устной и письменной речи, как и при выставлении положительной оценки.

## **Типовые контрольные задания или иные материалы**

### **Вопросы к экзамену**

1. Два типа оптимизационных задач в экономике.
2. Математическое описание экономических объектов в задачах оптимального управления.

3. Постановка задачи оптимального управления (непрерывный вариант).
4. Классификация задач оптимального управления по виду критерия оптимальности.
5. Классификация задач оптимального управления по времени управления и конечному состоянию объекта управления.
6. Постановка задачи о рекламной деятельности.
7. Постановка задачи оптимального управления ( дискретный вариант).
8. Вариационное исчисление: задача о брахистохроне.
9. Простейшая вариационная задача и уравнение Эйлера.
10. Вариационная задача с несколькими неизвестными функциями и уравнениями связей, неопределенные множители Лагранжа.
11. Применение вариационных методов к задаче оптимального управления.
12. Пример применения вариационных методов к задаче о рекламной деятельности.
13. Метод динамического программирования: постановка задачи, принцип оптимальности Беллмана.
14. Дискретный вариант динамического программирования.
15. Оптимизация распределения капиталовложений между предприятиями.
16. Задача о замене производственного оборудования.
17. Задача оптимальной загрузки транспортного средства.
18. Непрерывный вариант динамического программирования, уравнение Беллмана.
19. Применение уравнения Беллмана к задаче о рекламной деятельности.
20. Решение непрерывной задачи оптимального управления с помощью дискретного варианта динамического программирования.
21. Схема решения задачи оптимального управления с помощью уравнения Беллмана.
22. Принцип максимума Понтрягина: игольчатая вариация и условие оптимальности.
23. Принцип максимума Понтрягина: система уравнений для нахождения вектора  $P(t)$ .
24. Схема решения задачи оптимального управления с помощью принципа максимума Понтрягина.
25. Применение принципа максимума в задаче о рекламной деятельности.
26. Принцип максимума в задаче с фиксированным временем управления и закрепленным правым концом траектории.
27. Принцип максимума в задаче с нефиксированным временем управления и свободным правым концом траектории
28. Принцип максимума в задаче с нефиксированным временем управления и закрепленным правым концом траектории
29. Принцип максимума Понтрягина и условия трансверсальности.
30. Задача о рекламной деятельности фирмы в форме Больца.

### Перечень практических занятий и вопросов для контроля

№	Раздел дисциплины	Название темы практического занятия и вопросы для контроля
1	Введение, постановка задачи оптимального управления	<p><b>Задача о рекламной деятельности: исследование дифференциального уравнения, описывающего поведение фирмы.</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Какие требования предъявляются к математическому описанию объектов управления в теории оптимальных систем?</li> <li>2. Какой экономический смысл носят переменные состояния в задаче о рекламной деятельности?</li> <li>3. Охарактеризуйте тип дифференциального уравнения (ДУ), описывающего поведение фирмы.</li> <li>4. Приведите решение ДУ при отсутствии рекламы. Как ведет себя объем продаж в этом случае?</li> <li>5. Приведите решение ДУ при постоянных затратах на рекламу. Как ведет себя объем продаж в этом случае?</li> </ol>

		<p>6. Как происходит «сшивание» решений ДУ при изменении затрат на рекламу в пределах интервала управления?</p> <p>7. В чем вы видите ограниченный характер данной математической модели, описывающей поведение фирмы?</p>
2	Математический аппарат теории оптимального управления, вариационные задачи	<p><b>Применение вариационных методов к задаче с квадратичным критерием качества.</b></p> <p>1. Приведите классификацию задач оптимального управления по виду критериев оптимальности.</p> <p>2. Какова идея применения вариационного исчисления к задаче оптимального управления?</p> <p>3. Перечислите все неизвестные функции, которые появляются при переходе от задачи оптимального управления к вариационной задаче на условный экстремум.</p> <p>4. Запишите уравнение Эйлера для каждой неизвестной функции.</p> <p>5. В чем состоит ограниченный характер вариационных методов?</p>
3	Применение динамического программирования к экономическим задачам оптимального управления	<p><b>Оптимизация распределения капиталовложений между предприятиями.</b></p> <p>1. Сформулируйте задачу оптимального распределения капиталовложений в терминах задачи конечномерной оптимизации.</p> <p>2. В чем состоит метод перебора для решения данной задачи?</p> <p>3. Сформулируйте задачу оптимального распределения капиталовложений в терминах динамического программирования.</p> <p>4. Назовите этапы решения оптимизационной задачи на основе дискретного варианта динамического программирования.</p> <p>5. В чем состоит физический смысл функции Беллмана?</p> <p>6. Каковы преимущества метода динамического программирования по сравнению с методом перебора?</p>
4	Применение динамического программирования к экономическим задачам оптимального управления	<p><b>Задача о замене производственного оборудования.</b></p> <p>1. Сформулируйте принцип оптимальности Беллмана, дайте его геометрическую интерпретацию в пространстве состояний.</p> <p>2. Сформулируйте задачу оптимальной замены производственного оборудования в терминах динамического программирования.</p> <p>3. Объясните на физическом уровне разностное уравнение, описывающее поведение объекта управления.</p> <p>4. Назовите этапы решения оптимизационной задачи на основе дискретного варианта динамического программирования.</p> <p>5. Охарактеризуйте начальное и конечное состояния объекта управления; приведите классификацию задач оптимального управления по виду конечных параметров объекта управления.</p>
5	Применение динамического программирования к экономическим задачам оптимального управления	<p><b>Оптимальная производственная программа предприятия.</b></p> <p>1. Охарактеризуйте объект управления в данной задаче с точки зрения управляющего воздействия и выходного сигнала.</p> <p>2. Сформулируйте задачу составления оптимальной производственной программы предприятия в терминах динамического программирования.</p> <p>3. Объясните на физическом уровне разностное уравнение, описывающее поведение объекта управления.</p> <p>4. Сформулируйте принцип оптимальности Беллмана, дайте его геометрическую интерпретацию в пространстве состояний.</p> <p>5. Назовите этапы решения оптимизационной задачи на основе</p>

		дискретного варианта динамического программирования.
6	Применение динамического программирования к экономическим задачам оптимального управления	<p><b>Задача оптимального складирования.</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Охарактеризуйте объект управления в данной задаче с точки зрения управляющего воздействия и выходного сигнала.</li> <li>2. Объясните на физическом уровне разностное уравнение, описывающее поведение объекта управления.</li> <li>3. Сформулируйте задачу оптимального складирования в терминах динамического программирования.</li> <li>4. Назовите этапы решения оптимизационной задачи на основе дискретного варианта динамического программирования.</li> <li>5. Какую оптимизационную задачу приходится решать на каждом шаге попятного движения?</li> </ol>
7	Применение принципа максимума к экономическим задачам оптимального управления	<p><b>Применение принципа максимума в задаче о рекламной деятельности фирмы.</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Приведите классификацию задач оптимального управления по виду критериев оптимальности.</li> <li>2. Охарактеризуйте начальное и конечное состояния объекта управления в данной задаче; приведите классификацию задач оптимального управления по виду конечных параметров объекта управления.</li> <li>3. Какова особенность принципа максимума Понтрягина в задаче со свободным правым концом траектории и фиксированным временем управления?</li> <li>4. Как вводится дополнительная переменная состояния?</li> <li>5. Каким образом ограничение затрат на рекламу влияет на процесс решения и окончательные результаты?</li> </ol>
8	Применение принципа максимума к экономическим задачам оптимального управления	<p><b>Задача о рекламной деятельности фирмы в форме Больца.</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Приведите классификацию задач оптимального управления по виду критериев оптимальности.</li> <li>2. Охарактеризуйте экономический смысл критерия оптимальности в данной задаче.</li> <li>3. Какова особенность принципа максимума Понтрягина в данной задаче?</li> <li>4. На каком этапе решения задачи используется терминальная составляющая?</li> <li>5. Каким образом соотношение между интегральной и терминальными составляющими влияет на окончательные результаты решения задачи?</li> </ol>

### Индивидуальные задания к самостоятельной работе

Количество часов, отводимое на самостоятельные занятия по дисциплине в соответствии с учебным планом – 39 часов.

1. Сформулируйте требования к математическому описанию непрерывных объектов управления в задачах оптимального управления.
2. Сформулируйте требования к математическому описанию дискретных объектов управления в задачах оптимального управления.
3. Поведение экономической системы описывается дифференциальным уравнением  $\dot{y}(t) + a_1 y(t) + a_2 y(t) = b_0 u(t)$ ,

где  $u(t)$  – управляющее воздействие,  $y(t)$  – выходной сигнал. Перейдите от исходного уравнения к уравнениям в переменных состояния.

4. Поведение экономической системы описывается разностным уравнением  
$$y[n+2] + a_1 y[n+1] + a_2 y[n] = b_0 u[n],$$

где  $u[n]$  – управляющее воздействие,  $y[n]$  – выходной сигнал. Перейдите от исходного уравнения к уравнениям в переменных состояния.

5. Приведите классификацию задач оптимального управления по виду критериев оптимальности (задачи Лагранжа, Больца, Майера).
6. Охарактеризуйте начальное и конечное состояния объекта управления; приведите классификацию задач оптимального управления по виду конечных параметров объекта управления.
7. Приведите схему решения задачи оптимального управления с помощью вариационных методов.
8. Сформулируйте принцип оптимальности Беллмана, дайте его геометрическую интерпретацию в пространстве состояний.
9. Запишите уравнение Беллмана для задачи с фиксированным временем управления. Какова последовательность решения этого уравнения?
10. Запишите уравнение Беллмана для задачи с нефиксированным временем управления. Какова последовательность решения этого уравнения?
11. Принцип максимума Понтрягина: как вводится дополнительная переменная состояния?
12. Принцип максимума Понтрягина: запишите функцию Гамильтона в векторной и скалярной формах.
13. Приведите схему решения задачи оптимального управления с помощью принципа максимума Понтрягина.
14. Объект управления описывается уравнениями состояния:  
$$\dot{x}_1(t) = -a_1 x_1(t) + u(t), \quad \dot{x}_2(t) = a_1 x_1(t) - a_2 x_2(t).$$

Критерий оптимальности имеет вид:

$$I = \int_0^{\infty} [x_2^2(t) + u^2(t)] dt \xrightarrow{u(t)} \min.$$

Сведите задачу оптимального управления к вариационной задаче на условный экстремум, составьте систему дифференциальных уравнений Эйлера для нахождения всех неизвестных функций.

15. Какова особенность принципа максимума Понтрягина в задаче со свободным правым концом траектории и фиксированным временем управления?
16. Какова особенность принципа максимума Понтрягина в задаче с закрепленным правым концом траектории и фиксированным временем управления?
17. Какова особенность принципа максимума Понтрягина в задаче со свободным правым концом траектории и нефиксированным временем управления?
18. Какова особенность принципа максимума Понтрягина в задаче с закрепленным правым концом траектории и нефиксированным временем управления?
19. Какова особенность принципа максимума Понтрягина в задаче Больца?
20. Объект управления описывается уравнениями состояния:  
$$\dot{x}_1(t) = -a_1 x_1(t) + u(t), \quad \dot{x}_2(t) = a_1 x_1(t) - a_2 x_2(t).$$

Критерий оптимальности имеет вид:

$$I = \int_0^{\infty} [x_2^2(t) + u^2(t)] dt \xrightarrow{u(t)} \min.$$

Составьте уравнение Беллмана для задачи с фиксированным временем управления, найдите структуру оптимального управления.

21. Объект управления описывается уравнениями состояния:

$$\dot{x}_1(t) = -a_1x_1(t) + u(t), \quad \dot{x}_2(t) = a_1x_1(t) - a_2x_2(t).$$

Критерий оптимальности имеет вид:

$$I = \int_0^T [x_2^2(t) + u^2(t)] dt \xrightarrow{u(t)} \min.$$

Введите дополнительную переменную состояния, запишите функцию Гамильтона, найдите структуру оптимального управления, составьте систему дифференциальных уравнений для нахождения неизвестных функций  $p_i(t)$ ,  $i = 1, 2$ .

Оценочные материалы составлены в соответствии с рабочей программой дисциплины Б1.0.ДВ.01.01 «Вариационное исчисление и оптимальное управление» по направлению подготовки 01.03.02 «Прикладная математика и информатика»

Составил  
доцент кафедры АИТУ к.т.н., доцент

В.П. Кузнецов

Оператор ЭДО ООО "Компания "Тензор"

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

СОГЛАСОВАНО

**ФГБОУ ВО "РГРТУ", РГРТУ**, Бабаян Павел Варданович,  
Заведующий кафедрой АИТУ

**12.08.24** 13:34 (MSK)

Простая подпись