МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ В.Ф. УТКИНА»

Кафедра «Государственного, муниципального и корпоративного управления»

# ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

## «Математика»

Направление подготовки
38.03.04 «Государственное и муниципальное управление»

Направленность (профиль) подготовки – Информационные технологии в государственном и муниципальном управлении

Квалификация выпускника - бакалавр

Формы обучения – очная

Рязань

## 1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

*Оценочные материалы* – это совокупность учебно-методических материалов (контрольных заданий, описаний форм и процедур, оцениваемых ресурсов в дистанционных учебных курсах), предназначенных для оценки качества освоения обучающимися дисциплины ***«Математика»*** как части основной образовательной программы.

Цель – оценить соответствие знаний, умений и уровня приобретённых компетенций, обучающихся целям и требованиям основной образовательной программы в ходе проведения текущего контроля и промежуточной аттестации.

Основная задача – обеспечить оценку уровня сформированности общекультурных и профессиональных компетенций, приобретаемых обучающимся в соответствии с этими требованиями.

Контроль знаний, обучающихся проводится в форме текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль успеваемости проводится с целью определения степени усвоения учебного материала, своевременного выявления и устранения недостатков в подготовке обучающихся и принятия необходимых мер по совершенствованию методики преподавания учебной дисциплины (модуля), организации работы обучающихся в ходе учебных занятий и оказания им индивидуальной помощи.

К контролю текущей успеваемости относятся проверка знаний, умений и навыков обучающихся: на занятиях; по результатам выполнения РГР; по результатам проверки качества конспектов лекций и иных материалов. При оценивании (определении) результатов освоения дисциплины применяется традиционная шкала оценивания («отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно» на экзамене или «зачтено», «незачтено» на зачете).

Текущая аттестация студентов проводится на основании результатов выполнения ими расчетных графических работ (РГР) и оформляется в виде ведомостей по системе 0-1-2.

По итогам изучения разделов дисциплины **«Математика»** обучающиеся в конце каждого учебного семестра проходят промежуточную аттестации. Форма проведения аттестации – экзамен в устной, письменной формах или тест: электронный билет, формируемый случайным способом. Экзаменационные билеты и перечни вопросов, задач, примеров, выносимых на промежуточную аттестацию, составляются с учётом содержания тем учебной дисциплины и подписываются заведующим кафедрой.

В экзаменационный билет, билет для зачета или вариант теста включаются два теоретических вопроса и до четырёх практических задач по темам дисциплины (Протокол заседания кафедры Высшей математики №10 от от 26 апреля 2017г.).

## 2. ПАСПОРТ ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

***Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине (модулю)***

| № | Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам) | Код контролируемой компетенции (или её части) | Вид, метод, форма оценочного мероприятия |
|---|---|---|---|
| **Семестр 1** | | | |

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1 | Введение в курс математики | УК-2.2. –З<br>УК-2.2. –У<br>УК-2.2. –В | РГР<br>Зачёт |
| 2 | Линейная алгебра | УК-2.2. –З<br>УК-2.2. –У<br>УК-2.2. –В | РГР<br>Зачёт |
| 3 | Векторная алгебра и аналитическая геометрия | УК-2.2. –З<br>УК-2.2. –У<br>УК-2.2. –В | РГР<br>Зачёт |
| **Семестр 2** | | | |
| 4 | Введение в математический анализ | УК-2.2. –З<br>УК-2.2. –У<br>УК-2.2. –В | РГР<br>Экзамен |
| 5 | Дифференциальное исчисление функций одной переменной | УК-2.2. –З<br>УК-2.2. –У<br>УК-2.2. –В | РГР<br>Экзамен |
| 6 | Неопределенный интеграл | УК-2.2. –З<br>УК-2.2. –У<br>УК-2.2. –В | РГР<br>Экзамен |
| 7 | Определенный интеграл и его приложения | УК-2.2. –З<br>УК-2.2. –У<br>УК-2.2. –В | РГР<br>Экзамен |
| 8 | Числовые и функциональные ряды | УК-2.2. –З<br>УК-2.2. –У<br>УК-2.2. –В | РГР<br>Экзамен |

## 3. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

**Критерии оценивания компетенций (результатов)**

1) Уровень усвоения материала, предусмотренного программой.
2) Умение анализировать материал, устанавливать причинно-следственные связи.

3) Качество ответа на вопросы: полнота, аргументированность, убежденность, логичность.

4) Содержательная сторона и качество материалов, приведенных в отчетах студента по типовым расчетам, практическим занятиям.

5) Использование дополнительной литературы при подготовке ответов.

Уровень освоения сформированности знаний, умений и навыков по дисциплине оценивается в форме бальной отметки. Критерии оценивания промежуточной аттестации представлены в таблице.

| Шкала оценивания | Критерии оценивания |
|---|---|
| **«отлично»** | **студент должен**: продемонстрировать глубокое и прочное усвоение знаний материала; исчерпывающе, последовательно, грамотно и логически стройно изложить теоретический материал; правильно формулировать определения; уметь сделать выводы по излагаемому материалу; безупречно ответить не только на вопросы билета, но и на дополнительные вопросы в рамках рабочей программы дисциплины; продемонстрировать умение правильно выполнять практические задания, предусмотренные программой; |
| **«хорошо»** | **студент должен:** продемонстрировать достаточно полное знание материала; продемонстрировать знание основных теоретических понятий; достаточно последовательно, грамотно и логически стройно излагать материал; уметь сделать достаточно обоснованные выводы по излагаемому материалу; ответить на все вопросы билета; продемонстрировать умение правильно выполнять практические задания, предусмотренные программой, при этом возможно допустить непринципиальные ошибки. |
| **«удовлетворительно»** | **студент должен:** продемонстрировать общее знание изучаемого материала; знать основную рекомендуемую программой дисциплины учебную литературу; уметь строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; показать общее владение понятийным аппаратом дисциплины; уметь устранить допущенные погрешности в ответе на теоретические вопросы и/или при выполнении практических заданий под руководством преподавателя, либо (при неправильном выполнении практического задания) по указанию преподавателя выполнить другие практические задания того же раздела дисциплины. |
| **«неудовлетворительно»** | **ставится в случае:** а) если студент выполнил не все задания, предусмотренного учебным графиком (не зачтен хотя бы один РГР);<br>б) если студент после начала экзамена отказался его сдавать |

| | |
|---|---|
| | или нарушил правила сдачи экзамена (списывал, подсказывал, обманом пытался получить более высокую оценку и т.д.);<br>в) незнания значительной части программного материала; не владения понятийным аппаратом дисциплины; существенных ошибок при изложении учебного материала; неумения строить ответ в соответствии со структурой излагаемого вопроса; неумения делать выводы по излагаемому материалу. |

## 4. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

**Фонд оценочных средств дисциплины «Математика» включает**

– задачи для практических занятий;
– варианты РГР;
– оценочные средства промежуточной аттестации;
– варианты тестовых заданий в дистанционных учебных курсах;
– задачи для проверки остаточных знаний.

### Задачи для практических занятий.

В ходе практических занятий происходит решение задач, представленных в сборниках задач для практических занятий и самостоятельной работы, которые доступны для скачивания в электронном виде.

1. Комплексные числа. Линейная алгебра. Аналитическая геометрия. Введение в анализ: задачи для практ. занятий и самост. работы (1-й семестр) / А. В. Дубовиков [и др.]; РГРТУ. – Рязань, 2009. – 68с. URL: http://rsreu.ru/component/docman/doc_download/1155-1-j-semestr-zadachi
2. Интеграл. Основы линейной алгебры. Функции многих переменных. Обыкновенные дифференциальные уравнения: задачи для практ. занятий и самост. работы (2-й семестр) / А. В. Дубовиков [и др.]; РГРТУ. – Рязань, 2009. – 60с. URL: http://rsreu.ru/component/docman/doc_download/1156-2-j-semestr-zadachi
3. Элементы операционного исчисления. Ряды. Двойные, тройные и криволинейные интегралы. Элементы теории поля. Уравнения в частных производных: за-дачи для практ. занятий и самост. работы / А. В. Дубовиков [и др.]; РГРТУ. – Рязань, 2009. – 40с. URL: http://rsreu.ru/component/docman/doc_download/1157-3-j-semestr-zadachi
4. Теория функций комплексного переменного. Теория вероятностей и элементы математической статистики. Дискретная математика: задачи для практ. занятий и самост. работы (4-й семестр) / М. Е. Ильин [и др.]; РГРТУ. – Рязань, 2009. – 76с. URL: http://rsreu.ru/component/docman/doc_download/1158-4-yj-semestr-zadachi

### Варианты расчетно-графических работ (РГР).

В процессе изучения каждой темы студенты обязаны самостоятельно выполнить РГР по отдельным темам.

РГР реализуется в виде типовых вариантов РГР по отдельным темам, которые выполняются студентами самостоятельно во внеаудиторное время. Контрольные опросы при защите РГР производятся на основании соответствующих типовых вопросов промежуточной аттестации.

- 1 семестр

  РГР 1 «Линейная алгебра».

  РГР 2 «Векторная алгебра и аналитическая геометрия».

- 2 семестр

  РГР 1 «Введение в математический анализ. Дифференциальное исчисление функций одной переменной».

  РГР 2 «Интегральное исчисление».

  РГР 3 «Числовые и функциональные ряды».

Все задания типовых расчетов представлены в электронном виде и доступны для скачивания. URL: http://rsreu.ru/faculties/faitu/kafedri/vm/menu-1193

**Оценочные средства промежуточной аттестации**

Фонд оценочных средств промежуточной аттестации, проводимой в форме экзамена или теста, включает

1. типовые теоретические вопросы;
2. дополнительные вопросы;
3. типовые практические задачи.

Оценочные средства приведены ниже для каждого из семестров обучения. Разрешается и иная формулировка вопроса или примера, без изменения его смысла или содержания, например, дробление, изменение условий или иное.

**Примеры типовых теоретических вопросов**

**1 семестр**

1. Комплексные числа, действия с ними в алгебраической форме.
2. Модуль и аргумент комплексного числа. Тригонометрическая и показательная форма записи комплексного числа. Формула Эйлера.
3. Матрицы, линейные операции над матрицами и их свойства.
4. Определители второго и третьего порядка. Миноры, алгебраические дополнения.
5. Свойства определителей.
6. Обратная матрица: определение, теорема о существовании единственности обратной матрицы. Вычисление обратной матрицы.
7. СЛАУ: скалярная и матричная формы записи. Виды СЛАУ.
8. Линейная зависимость строк матрицы и её свойства.
9. Ранг матрицы.
10. Решение матричных уравнений с помощью обратной матрицы.
11. Формулы Крамера.
12. Теорема Кронеккера – Капелли.
13. Решение и исследование СЛАУ методом Гаусса.
14. Скалярные и векторные величины. Линейные операции над векторами и их свойства.
15. Условие коллинеарности двух векторов. Проекции вектора на ось. Свойства проекций.

16. Линейная зависимость векторов. Теоремы о линейной зависимости векторов н6а плоскости и в пространстве.
17. Базис. Ортогональные и ортонормированные системы векторов. Разложение вектора по базису. Декартова прямоугольная система координат.
18. Скалярное произведение векторов: определение, свойства. Скалярное произведение
в координатной форме. Условие ортогональности двух векторов.
19. Векторное произведение двух векторов: определение, свойства. Векторное произведение в координатной форме.
20. Смешанное произведение векторов: определение, свойства. Геометрический смысл определителя третьего порядка. Смешанное произведение в координатной форме.
21. Прямая на плоскости, различные виды уравнений прямой на плоскости.
22. Взаимное расположение прямых на плоскости. Расстояние от точки до прямой.
23. Различные виды задания уравнений плоскости в пространстве.
24. Взаимное расположение плоскостей в пространстве.
25. Уравнения прямой в пространстве.
26. Взаимное расположение прямых в пространстве.
27. Взаимное расположение прямой и плоскости в пространстве.
28. Расстояние от точки до плоскости.
29. Эллипс и его свойства.
30. Гипербола и её свойства.
31. Парабола и её свойства.
32. Понятие функции. Область определения, способы задания, ограниченные, монотонные.
33. Числовые последовательности: определение, способы задания, ограниченные, монотонные. Предел числовой последовательности.
34. Свойства сходящихся последовательностей.
35. Бесконечно малые последовательности и их свойства. Бесконечно большие последовательности и их свойства. Связь бесконечно малых и бесконечно больших последовательностей.
36. Свойства пределов суммы, произведения и частного.
37. Второй замечательный предел. Число $e$.
38. Предел функции в точке. Односторонние пределы функции в точке.
39. Бесконечно малые и бесконечно большие функции и их свойства.
40. Эквивалентные бесконечно малые функции в пределах. Таблица эквивалентных бесконечно малых функций.
41. Первый замечательный предел.
42. Непрерывность функции.
43. Точки разрыва и их классификация.

**2 семестр**

1. Производная функции, её геометрический и механический смысл.
2. Уравнения касательной и нормали к графику функции.
3. Производная обратной и сложной функции.
4. Таблица производных основных элементарных функций.
5. Производная суммы, произведения и частного двух функций.
6. Односторонние и бесконечные производные.
7. Дифференцируемость функции, связь между дифференциалом и производными.
8. Дифференциал функции, его геометрический смысл. Инвариантность формы первого дифференциала.
9. Применение дифференциала для приближённых вычислений.

10. Первая и вторая производные функций, заданных параметрически.
11. Производные и дифференциалы высших порядков.
12. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Ферма, Ролля и их применение.
13. Основные теоремы дифференциального исчисления: теоремы Лагранжа, Коши и их применение.
14. Правило Лопиталя.
15. Формула Тейлора. Представление функций $e^x$, $\sin(x)$, $\cos(x)$, $(1\pm x)^a$.
16. Условия монотонности функции.
17. Экстремумы функции. Необходимые и достаточные условия локального экстремума.
18. Отыскание наибольшего и наименьшего значений функции на отрезке.
19. Исследования функции на выпуклость и вогнутость. Точки перегиба.
20. Асимптоты функции.
21. Общая схема исследования функции и построения её графика.
22. Основные элементарные функции и их свойства.
23. Первообразная. Неопределённый интеграл и его свойства.
24. Методы интегрирования (простейшие приёмы интегрирования, замена переменной и интегрирование по частям).
25. Простейшие рациональные дроби и интегрирование.
26. Разложение многочлена с действительными коэффициентами на неприводимые множители. Разложение рациональных дробей на простейшие. Интегрирование рациональных функций.
27. Интегрирование иррациональных функций.
28. Интегрирование тригонометрических функций.
29. Задачи, приводящие к понятию определённого интеграла. Определение интеграла Римана.
30. Свойства интеграла Римана.
31. Основные классы интегрируемых функций.
32. Определённый интеграл с переменным верхним пределом и его свойства.
33. Формула Ньютона-Лейбница. Замена переменной и интегрирование по частям в определённом интеграле.
34. Вычисление определённого интеграла от чётных, нечётных и периодических функций.
35. Приложение определённого интеграла к вычислению площади.
36. Приложение определённого интеграла к вычислению объёма.
37. Определение длины дуги. Приложение определённого интеграла к вычислению длины дуги.
38. Числовые ряды. Ряды с положительными членами. Общий член ряда.
39. Сумма ряда. Необходимый признак сходимости числового ряда.
40. Теоремы сравнения числового ряда.
41. Теорема Даламбера сходимости числового ряда.
42. Интегральный признак Коши сходимости числового ряда.
43. Радикальный признак Коши сходимости числового ряда.
44. Функциональные ряды.
45. Степенные ряды. Теорема Лейбница.
46. Ряды Тейлора и Маклорена.
47. Разложение в ряд Тейлора некоторых элементарных функций.
48. Условная и абсолютная сходимость рядов.
49. Радиус сходимости.
50. Область сходимости.
51. Теорема Абеля.

## Варианты тестовых заданий в дистанционных учебных курсах

Текущий контроль знаний студентов в может проводится в виде компьютерного тестирования по различным модулям (темам) программы.

Компьютерные тесты представлены в дистанционных учебных курсах на базе системы управления обучением Moodle: http://cdo.rsreu.ru/

Доступ к курсам предоставляется по паролю из внутренней информационной системы организации и из глобальной сети Интернет.

Внутри каждой учебной темы сформирован обширный банк разнообразных вопросов, которые разбиты на категории. Каждая категория содержит однотипные задачи, объединенные одним учебным вопросом. Тест формируется на основе выбора случайного вопроса из каждой указанной категории.

## Тесты для проверки остаточных знаний

При проверке остаточных знаний студентам разрешается использовать конспекты лекций и справочную литературу.

| **Код и наименование компетенции** | **Код и наименование индикатора достижения компетенции** |
|---|---|
| УК-2: Способен определять круг задач в рамках поставленной цели и выбирать оптимальные способы их решения, исходя из действующих правовых норм, имеющихся ресурсов и ограничений | УК-2.2. Выбирает оптимальный способ решения профессиональных задач, учитывая ресурсы и ограничения в сфере профессиональной деятельности, действующие правовые нормы |

***а) типовые тестовые вопросы закрытого типа:***

1. Какой вид имеет алгебраическая форма записи комплексного числа?

а) $z = r \cdot e^{i \cdot \varphi}$,

б) $z = r \cdot (\cos\varphi + i \cdot \sin\varphi)$,

в) $z = x + i \cdot y$.

2. Какая матрица называется невырожденной?

а) если среди её элементов нет нулей,

б) если её определитель равен нулю,

в) если её определитель не равен нулю.

3. Найти вектор $\overline{AB}$, если: $A(1,2,-3)$, $B(0,2,1)$.

а) $(-1,0,4)$;

б) $(-1,2,4)$;

в) $(1,0,-4)$

4. Найти $\lim\limits_{x\to 7} \dfrac{7 \cdot x + 5}{x - 5}$

а) 27

б) не существует,

в) $0$.

5. Производная суммы двух функций равна:

а) $(u+v)' = u' + v'$;

б) $(u+v)' = u'v + uv'$

в) $(u+v)' = \dfrac{u'v + v'u}{uv}$.

6. Интеграл $\int (2x+1)e^{3x}dx$ находится интегрированием по частям. Укажите $v$.

а) $e^{3x}$,
б) $2x+1$,
в) $\frac{1}{3}e^{3x}$.

7. Необходимое условие сходимости числового ряда $\sum_{n=1}^{\infty} a_n$:

а) $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$,

б) $\lim_{n\to\infty} a_n = \infty$,

в) $\lim_{n\to 0} a_n = \infty$.

8. Уравнение плоскости, записанное в виде: $A\cdot x + B\cdot y + C\cdot z + D = 0$, называется:
а) нормированное;
б) параметрическое;
в) общее.

9. Дан вектор $(-1,8,4)$. Найти $4\cdot(-1,8,4)$.
а) $44$;
б) $(-4,8,4)$;
в) $(-4,32,16)$.

10. Чему эквивалентно выражение $arctg(x)$ при $x \to 0$?

а) $\dfrac{1}{x}$,
б) $1+x$,
в) $x$.

11. $\lim_{x\to 2} \dfrac{x^2 - 2\cdot x}{x^2 - 4}$ равен:
а) не существует,
б) $0$,
в) $\dfrac{1}{2}$.

12. Какой вид имеет тригонометрическая форма записи комплексного числа?
а) $z = r\cdot e^{i\cdot\varphi}$,
б) $z = r\cdot(\cos\varphi + i\cdot\sin\varphi)$,
в) $z = x + i\cdot y$

13. Матрицы $A$ и $B$ называются равными, если:

а) если они одинакового размера,

б) если они одинакового размера и элементы, стоящие на одинаковых местах, равны между собой $a_{ij} = b_{ij}$,

в) если число строк матрицы $A$ равно числу строк матрицы $B$.

14. Общее уравнение прямой на плоскости имеет вид:

а) $A \cdot x + B \cdot y + C = 0$;

б) $A \cdot x + B \cdot y + C \cdot z = 0$;

в) $A \cdot x_0 + B \cdot y_0 + C \cdot z_0 + D = 0$.

15. Значение предела $\lim\limits_{x \to -2} \frac{7 \cdot x^2 + 4 \cdot x - 3}{2 \cdot x^2 + 3 \cdot x + 1}$ равно:

а) $\frac{17}{3}$,

б) $\frac{17}{32}$,

в) $0$.

17. Вертикальные асимптоты (асимптота) графика функции $y = \frac{3x}{x-9}$ имеют вид:

а) не существуют,

б) $x = \pm 3$,

в) $x = 9$.

18. Производная частного двух дифференцируемых функций равна:

а) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'}{v'}$,

б) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{u^2 \cdot v^2}$,

в) $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$.

19. Интеграл от функции $\int f(k \cdot x)$ равен:

а) $\frac{1}{k} \cdot F(k \cdot x) + c$,

б) $F(k \cdot x) + c$,

в) $F\left(\frac{1}{k} \cdot x\right) + c$.

20. Ряд $\sum\limits_{n=1}^{\infty} a_n$ с положительными членами и существует $\lim\limits_{n \to \infty} \sqrt[n]{a_n} = l$. Ряд сходится, если:

а) $l < 1$,

б) $l = 1$,

в) 0.

21. Производная произведения двух функций равна:

а) $(u + v)' = u' + v'$;

б) $(u \cdot v)' = u'v + uv'$

в) $(u+v)' = \frac{u'v+v'u}{uv}$

22. Функцией двух переменных $z = f(x, y)$ называют:

а) такую зависимость переменной $y$ от переменной $x$, что каждому значению $x$ соответствует единственное значение $y$.

б) такую зависимость переменной $z$ от переменных $x$ и $y$, что каждой паре значений $x$ и $y$ соответствует единственное значение $z$.

в) зависимость переменной $y$ от переменных $x$ и $z$.

23. Полный дифференциал функции двух переменных находится по формуле:

а) $dz = \left(z'_x + z'_y\right)dxdy$,

б) $dz = z'_x dx + z'_y dy$,

в) $dz = z'_x dy + z'_y dx$.

24. Производная функции $f(x) = 15 \cdot x^2 - x + 1$ равна:

а) $y' = 30 \cdot x - 1$,

б) $y' = 15 \cdot x - 1$,

в) $y' = x - 1$.

25. Если производная положительная, то функция:

а) возрастает на этом промежутке,

б) убывает на этом промежутке,

в) постоянная.

| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ответ | в | в | а | а | а | в | а | в | в | в |

| № | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ответ | в | б | в | а | а | в | в | б | а | а |

| № | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 |
|---|---|---|---|---|---|
| ответ | б | б | а | а | а |

***б) типовые тестовые вопросы открытого типа:***

1. Даны $z_1 = 2+5i$ и $z_2 = 3+i$, $z = z_1 - z_2$. Найти $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$, $|z|^2$.

Решение:

$$z_1 - z_2 = (2+5i)-(3+i) = (2-3)+(5i-i) = -1+4i\,; \operatorname{Re} z = -1; \operatorname{Im} z = 4;$$

$$|z|^2 = \left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^2 = (-1)^2 + 4^2 = 17.$$

2. Даны матрицы $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -6 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$. Найти: $A^T + B$. В ответ указать $a_{21}$.

Решение:

$$A^T=\begin{pmatrix}2 & 3\\ -1 & 5\end{pmatrix};\ A^T+B=\begin{pmatrix}2 & 3\\ -1 & 5\end{pmatrix}+\begin{pmatrix}-6 & 1\\ -3 & -2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}-4 & 4\\ -4 & 3\end{pmatrix};\ a_{21}=-4.$$

3. Дано уравнение плоскости $5x-3y+2z-30=0$. Найти точку пересечения плоскости с осью $Ox$.

Решение:

Точка пересечения плоскости с осью $Ox$ находится на оси $Ox$. Значит, координаты:

$y=0$ и $z=0$. Тогда: $5\cdot x-3\cdot 0+2\cdot 0-30=0$; $5\cdot x=30$; $x=6$.

Следовательно, $(6,0,0)$-точка пересечения плоскости с осью $Ox$.

4. Найти предел функции $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sin 3x}{\ln(1+5x)}$.

Решение:

$$\lim_{x\to 1}\frac{\sin 3x}{\ln(1+5x)}=\begin{vmatrix}\sin 3x:\ 3x & \\ \ln(1+5x):\ 5x\end{vmatrix}=\lim_{x\to 1}\frac{3x}{5x}=\lim_{x\to 1}\frac{3}{5}=0,6.$$

5. Дана функция $f(x)=(2x+1)\cdot e^x$. Найти $f'(0)$.

Решение:

$$f'(x)=(2x+1)'\cdot e^x+(2x+1)(e^x)'=2\cdot e^x+(2x+1)\cdot e^x=2xe^x+3e^x;\ f'(0)=3.$$

6. Дана функция $f(x)=x^3+1{,}5x^2-6x+9$. Найти точку максимума функции.
Решение:

$$f'(x)=(x^3+1{,}5x^2-6x+9)'=3x^2+3x-6;\ f'(x)=0;\ 3x^2+3x-6=0;\ x^2+x-2=0;$$

$x=-2$; $x=1$. В точке $x=-2$ производная меняет свой знак с минуса на плюс. Значит, $x=-2$ - точка минимума.

7. Найти площадь фигуры, ограниченной параболой $y=x^2-4x+3$ и прямой $y=x-3$.

Решение:
Площадь искомой фигуры найдём как интеграл разности между площадями, ограниченными прямой и параболой. Найдём пределы интегрирования. Для этого приравняем правые части исходных функций:

$$x^2-4x+3=x-3;\ x^2-5x+6=0;\ x_1=2;\ x_2=3.$$

$$S=\int_2^3\left(x-3-(x^2-4x+3)\right)dx=\int_2^3(-x^2+5x-6)\,dx=\left(-\frac{x^3}{3}+\frac{5x^2}{2}-6x\right)\Bigg|_2^3=\frac{1}{6}.$$

8. Найти произведение первого и четвёртого членов ряда: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{3\cdot n-1}{2\cdot n+3}$.

Решение:

$$a_n = \frac{3\cdot n-1}{2\cdot n+3}$$ - общий член ряда, тогда $a_1 = \frac{3\cdot 1-1}{2\cdot 1+3} = \frac{2}{5}$; $a_4 = \frac{3\cdot 4-1}{2\cdot 4+3} = 1$.

Тогда произведение первого и четвёртого членов равно: $a_1 \cdot a_4 = \frac{2}{5}\cdot 1 = \frac{2}{5} = 0,4$.

9. Если $f'(x) = \cos(x)$, то функция $f(x)$ имеет вид:

Решение:

$$f(x) = \int f'(x)dx = \int(\cos(x))dx = \sin(x) + c.$$

10. Даны $z_1 = 2i$ и $z_2 = 6-8i$, $z = z_1 + z_2$. Найти: $\mathrm{Re}\, z$, $\mathrm{Im}\, z$, $|z|^2$.

Решение:

$$z = z_1 + z_2 = 2i + 6 - 8i = 6 - 6i;\ \mathrm{Re}\, z = 6;\ \mathrm{Im}\, z = -6;$$

$$|z|^2 = \left(\sqrt{x^2+y^2}\right)^2 = \left(\sqrt{(-6)^2+6^2}\right)^2 = 72.$$

11. Результатом произведения чисел $(3+6\cdot i)\cdot(3-6\cdot i)$ является число:

Решение:

$$.(3+6\cdot i)\cdot(3-6\cdot i) = 3^2 - (6\cdot i)^2 = 9 - 36\cdot i^2 = \left|i^2 = -1\right| = 9 + 36 = 45.$$

1 2. Матрица, транспонированная к матрице $\begin{pmatrix} 5 & 4 & -7 \\ 1 & 2 & 3 \\ 4 & -3 & 1 \end{pmatrix}$, имеет вид:

Решение:

Транспонированную матрицу получим из исходной, меняя местами строки и столбцы

$$A^T = \begin{pmatrix} 5 & 1 & 4 \\ 4 & 2 & -3 \\ -7 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

13. Даны два вектора $\vec{a} = (2,1,2)$ и $\vec{b} = (1,0,2)$. Вычислите $\vec{a} + \vec{b}$.

Решение:

$$\vec{a} + \vec{b} = (2+1, 1+0, 2+2) = (3,1,4).$$

14. Найти предел функции $\lim\limits_{x\to 1}\frac{2x^2+5x-7}{x^2-3}$

Решение:

$$\lim_{x\to 1}\frac{2x^2+5x-7}{x^2-3} = \frac{2\cdot 1+5\cdot 1-7}{1-3} = \frac{0}{-2} = 0.$$

15. Дана функция $f(x) = (4x+3)\cdot\sin x$. Найти $f'(0)$.

Решение:

0

$$f'(0) = 3.$$

16. Найти промежуток возрастания функции $y = x^2 - 4\cdot x + 3$.

Решение:

Найдём производную функции: $y' = \left(x^2 - 4\cdot x + 3\right)' = 2\cdot x - 4$. Найдём критические точки функции. Для этого приравняем производную к нулю: $2\cdot x - 4 = 0$, $x = 2$. Она разбивает всю числовую ось на два промежутка: $\left(-\infty, 2\right)$ и $\left(2, +\infty\right)$. На промежутке $\left(2, +\infty\right)$ производная функции возрастает. Значит, функция на этом промежутке возрастает.

17. Интеграл $\int\left(4\cdot x^3 + 4\right)\cdot dx$ равен:

Решение:

$$\int\left(4\cdot x^3 + 4\right)\cdot dx = \frac{4x^4}{4} + 4x + C = x^4 + 4x + C.$$

18. Разложение функции $f\left(x\right) = e^x$ в ряд Маклорена имеет вид:

Решение:

$$e^x = 1 + \frac{x}{1!} + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \ldots + \frac{x^n}{n!} + \ldots + \sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!} + \ldots .$$

19. Сумма частных производных первого порядка функции $f\left(x, y\right) = x\cdot y + 2\cdot x - 2\cdot y$ равна:

Решение:

$$\frac{\partial f}{\partial x} = y + 2;\ \frac{\partial f}{\partial y} = x - 2;\ \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{\partial f}{\partial y} = y + 2 + x - 2 = x + y.$$

20. Дана матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$. Найти: $3A$. В ответ указать $a_{22}$

Решение:

$$3A = 3\cdot\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 6 & -3 \\ 9 & 15 \end{pmatrix};\ 15.$$

21. Даны матрицы $\mathrm{A} = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 5 \\ 0 & 3 & 1 \\ -4 & 6 & 2 \end{pmatrix}$ и $B = \begin{pmatrix} -7 & 3 & 0 \\ 4 & 1 & -1 \\ 2 & -3 & 1 \end{pmatrix}$. Найти: $A + B$. В ответ указать $a_{12}$ Решение.

$$A + B = \begin{pmatrix} 2+(-7) & -1+3 & 5+0 \\ 0+4 & 3+1 & 1+(-1) \\ -4+2 & 6+(-3) & 2+1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 2 & 5 \\ 4 & 4 & 0 \\ -2 & 3 & 3 \end{pmatrix};\ a_{12} = -5$$

22. Вычислить определитель $\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -4 \end{vmatrix}$.

Решение.

$$\begin{vmatrix} 3 & -1 \\ 2 & -4 \end{vmatrix} = 3\cdot\left(-4\right) - 2\cdot\left(-1\right) = -10.$$

23. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}2&-1&5\\0&3&1\\-4&6&2\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}-7&3&0\\4&1&-1\\2&-3&1\end{pmatrix}$. Найти: $A-B$. В ответ указать $a_{11}$.

Решение.

$$A-B=\begin{pmatrix}2-(-7)&-1-3&5-0\\0-4&3-1&1-(-1)\\-4-2&6-(-3)&2-1\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}2&-4&5\\-4&2&2\\-6&9&1\end{pmatrix};\ a_{11}=2.$$

24. Вычислить определитель $\begin{vmatrix}3&1&2\\6&5&-3\\-1&2&-4\end{vmatrix}$.

Решение.

$$\begin{vmatrix}3&1&2\\6&5&-3\\-1&2&-4\end{vmatrix}=3\cdot5\cdot(-4)+6\cdot2\cdot2+1\cdot(-3)\cdot(-1)-(-1)\cdot5\cdot2-2\cdot(-3)\cdot3-6\cdot1\cdot(-4)=19$$

25. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}2&-1\\3&5\end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix}-6&1\\-3&-2\end{pmatrix}$. Найти: $A-B$. В ответ указать $a_{11}$.

Решение.

$$A-B=\begin{pmatrix}2&-1\\3&5\end{pmatrix}-\begin{pmatrix}-6&1\\-3&-2\end{pmatrix}=\begin{pmatrix}8&2\\6&7\end{pmatrix}.$$

26. Даны два вектора $\vec{a}=(1,3,-1)$ и $\vec{b}=(-1,-4,0)$. Найти вектор $\vec{c}=(c_1,c_2,c_3)=2\vec{a}+\vec{b}$. В ответ указать $|\vec{c}|^2$.

Решение.

$$\vec{c}=(c_1,c_2,c_3)=2\vec{a}+\vec{b}=(2,6,-2)+(-1,-4,0)=(1,2,-2);$$

$$\vec{c}=(c_1,c_2,c_3)=2\vec{a}+\vec{b}=(2,6,-2)+(-1,-4,0)=(1,2,-2);|\vec{c}|^2=\left(\sqrt{1^2+2^2+(-2)^2}\right)^2=9.$$

27. Дано уравнение плоскости $5x-3y+2z-30=0$. Найти точку пересечения плоскости с осью $Oz$.

Решение.

$$x=0;\ y=0;\ 2z-30=0;\ z=15.$$

28. Даны два вектора $\vec{a}=(1,3,-2)$ и $\vec{b}=(-1,4,0)$. Найти вектор $\vec{c}=(c_1,c_2,c_3)=2\vec{a}+\vec{b}$. В ответ указать $c_1$.

Решение.

$$2\vec{a}+\vec{b}=(1,10,-4).$$

29. Даны два вектора $\vec{a}=(1,3,-2)$ и $\vec{b}=(-7,4,0)$. Найти $\vec{a}\cdot\vec{b}$.

Решение.

$$\vec{a}\cdot\vec{b}=1\cdot(-7)+3\cdot4+(-2)\cdot0=5.$$

30. Найти предел последовательности $\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{5n^2-n+6}{3n+4}$.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{5n^2-n+6}{3n+4}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{5n^2}{n^2}-\frac{n}{n^2}+\frac{6}{n^2}}{\frac{3n}{n^2}+\frac{4}{n^2}}=\lim_{n\to\infty}\frac{5-\frac{1}{n}+\frac{6}{n^2}}{\frac{3}{n}+\frac{4}{n^2}}=\left|\begin{array}{l} n\to\infty; 5\to 5 \\ \frac{1}{n}\to 0; \frac{6}{n^2}\to 0 \\ \frac{3}{n}\to 0; \frac{4}{n^2}\to 0 \end{array}\right|=\infty.$$

*Ответ:* $\infty$.

31. Модуль комплексного числа $7+4\cdot i$ равен:

Решение.

$$|z|=\sqrt{x^2+y^2}=\sqrt{7^2+4^2}=\sqrt{65}.$$

32. Сумма двух чисел $(3+6\cdot i)+(3-4\cdot i)$ равна:

Решение.

$$(3+6\cdot i)+(3-4\cdot i)=3+3+6\cdot i-4\cdot i=6+2\cdot i.$$

33. Даны $z_1=2+5i$ и $z_2=3+i$, $z=z_1\cdot z_2$. Найти $\operatorname{Re} z$, $\operatorname{Im} z$, $|z|^2$.

Решение.

$$z=z_1\cdot z_2=(2+5i)\cdot(3+i)=6+15i+2i+5i^2=6+17i-5=1+17i;\ \operatorname{Re} z=1;\ \operatorname{Im} z=17;$$

$$|z|^2=1+289=290.$$

34. Определитель основной матрицы системы $\begin{cases} 2\cdot x+y=3, \\ x+2\cdot y-z=0, \\ 3\cdot x-y+4\cdot z=0 \end{cases}$ равен:

Решение.

$$\begin{vmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & -1 \\ 3 & -1 & 4 \end{vmatrix}=2\cdot 2\cdot 4+1\cdot(-1)\cdot 0+1\cdot(-1)\cdot 3-3\cdot 2\cdot 0-(-1)\cdot(-1)\cdot 2-1\cdot 1\cdot 4=16-3-2-4=7.$$

35. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}$ и $B=\begin{pmatrix} -6 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}$. Найти: $A+B$. В ответ указать $a_{12}$.

Решение.

$$A+B=\begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 3 & 5 \end{pmatrix}+\begin{pmatrix} -6 & 1 \\ -3 & -2 \end{pmatrix}=\begin{pmatrix} -4 & 0 \\ 0 & 3 \end{pmatrix};\ a_{12}=0.$$

36. Даны матрицы $A=\begin{pmatrix}2&-1&5\\0&3&1\\-4&6&2\end{pmatrix}$. Найти: $3A$. В ответ указать $a_{23}$.

Решение.

$$3\cdot A=\begin{pmatrix}6&-3&15\\0&9&3\\-12&18&6\end{pmatrix};\ a_{23}=3.$$

37. Решить систему линейных алгебраических уравнений $\begin{cases}2x+3y=7\\3x-y=5\end{cases}$. В ответ указать сумму решений системы $x+y$.

Решение.

$$A=\left(\begin{array}{cc|c}2&3&7\\3&-1&5\end{array}\right);\Delta=\begin{vmatrix}2&3\\3&-1\end{vmatrix}=2\cdot(-1)-3\cdot3=-2-9=-11;\Delta_1=\begin{vmatrix}7&3\\5&-1\end{vmatrix}=-7-15=-22;$$

$$\Delta_2=\begin{vmatrix}2&7\\3&5\end{vmatrix}=10-21=-11;\ x=\frac{-22}{-11}=2;\ y=\frac{-11}{-11}=1;\ x+y=2+1=3.$$

38. Коллинеарны ли векторы $\vec{a}=(1,1,1)$ и $\vec{b}=(0,2,1)$ ?

Решение.

$$\frac{0}{1}\neq\frac{2}{1}\neq\frac{1}{1}.\text{ Не коллинеарны.}$$

39. Даны два вектора $\vec{a}=(3,2,-4)$ и $\vec{b}=(-1,4,0)$. Найти вектор $\vec{c}=(c_1,c_2,c_3)=2\vec{a}-\vec{b}$.

Решение.

$$2\vec{a}=(6,4,-8);\ \vec{c}=2\vec{a}-\vec{b}=(7,0,-8);\ \vec{c}_3=-8.$$

40. Вектор нормали плоскости $x-2\cdot y-3\cdot z-4=0$ имеет координаты

Решение.

Общее уравнение плоскости имеет вид: $Ax+By+Cz+D=0$, где $A,B,C$ - координаты вектора нормали. Значит, $(1,-2,-3)$-координаты вектора нормали.

41. Даны уравнения двух плоскостей $6x-4y+2z-3=0$ и $3x-2y+\alpha z+8=0$. При каком $\alpha$ они будут параллельны?

Решение.

$$\frac{6}{3}=\frac{-4}{-2}=2;\ \frac{2}{\alpha}=2;\alpha=1.$$

42. Найти предел последовательности $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{3n+5}{9n^2+n-4}$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{3n+5}{9n^2+n-4}=\lim_{n\to\infty}\frac{\frac{3n}{n^2}+\frac{5}{n^2}}{\frac{9n^2}{n^2}+\frac{n^2}{n^2}-\frac{4}{n^2}}=0.$$

43. Производная функции $f(x)=15\cdot x^2+7\sin(x)+5$ равна:

Решение.

$$f'(x)=30\cdot x+7\cos(x).$$

44. Интеграл $\int 5\cdot\cos(x)\cdot dx$ равен:

Решение.

$$\int 5\cdot\cos(x)\cdot dx=5\cdot\sin(x)+C.$$

45. Результат вычисления интеграла $\int\limits_0^{\pi}\cos(x)\,dx$ равен:

Решение.

$$\int\limits_0^{\pi}\cos(x)\,dx=\sin(x)\Big|_0^{\pi}=\sin\pi-\sin 0=0.$$

46. Определить сходимость ряда: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-2}{n!}$.

Решение.

$$\lim_{n\to\infty}\frac{a_{n+1}}{a_n}=\lim_{n\to\infty}\frac{\dfrac{(n+1)-2}{(n+1)!}}{\dfrac{n-2}{n!}}=\lim_{n\to\infty}\frac{(n-1)\cdot n!}{(n+1)!\cdot(n-2)}=\lim_{n\to\infty}\frac{(n-1)\cdot n!}{(n+1)\cdot n!\cdot(n-2)}=\lim_{n\to\infty}\frac{(n-1)}{(n+1)\cdot(n-2)}=0<1$$

.

По признаку Даламбера ряд сходится.

47. Проверить выполнение необходимого признака сравнения ряда: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{n-2}{n^2+3}$.

Решение.

$a_n=\lim\limits_{n\to\infty}\dfrac{n-2}{n^2+3}=0$. Выполняется.

48. Найти сумму первого и четвёртого членов ряда: $\sum\limits_{n=1}^{\infty}\dfrac{3\cdot n-1}{2\cdot n+3}$.

Решение.

$$a_1=\frac{3\cdot1-1}{2\cdot1+3}=\frac{2}{5}=0,4;\ a_4=\frac{3\cdot4-1}{2\cdot4+3}=\frac{11}{11}=1;\ a_1+a_4=0.4+1=1,4.$$

49. Для функции $z=2x^2-4xy+4y^3+4$ найти $\dfrac{\partial z}{\partial x}(M_0)$, где $M_0(1;1)$.

$$\frac{\partial z}{\partial x}=4x-4y;\ \frac{\partial z}{\partial x}(M_0)=0.$$

50. Для функции $z=5x^2+14xy-3y^3+7$ найти $\dfrac{\partial z}{\partial y}(M_0)$, где $M_0(1;-1)$.

$$\frac{\partial z}{\partial y}=14x-9y^2;\ \frac{\partial z}{\partial y}(M_0)=14-9=5.$$

Ответы

| № | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ответ | $\operatorname{Re} z=-1$; $\operatorname{Im} z=4$; $\lvert z\rvert^2=17$. | -4 | $(6,0,0)$ | 0,6 | 3 | -2 | $\frac{1}{6}$ | 0,4 | $\sin(x)+c$ | 72 |

| № | 11 | 12 | 13 | 14 | 15 | 16 | 17 | 18 | 19 | 20 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ответ | 45 | $\begin{pmatrix}5 & 1 & 4\\ 4 & 2 & -3\\ -7 & 3 & 1\end{pmatrix}$ | $(3,1,4)$ | 0 | 3 | $(2;\infty)$ | $x^4+4\cdot x+c$ | $\sum_{n=0}^{\infty}\frac{x^n}{n!}$ | $x+y$ | 15 |

| № | 21 | 22 | 23 | 24 | 25 | 26 | 27 | 28 | 29 | 30 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ответ | -5 | -10 | 2 | 19 | 8 | 9 | $(0,0,15)$ | 1 | 5 | $\infty$ |

| № | 31 | 32 | 33 | 34 | 35 | 36 | 37 | 38 | 39 | 40 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| ответ | $\sqrt{65}$ | $6+2\cdot i$ | 1,17,290 | 7 | 0 | 3 | 3 | нет | $-8$ | $(1,-2,-3)$ |

| № | 41 | 42 | 43 | 44 | 45 | 46 |
|---|---|---|---|---|---|---|
| ответ | 1 | 0 | $f'(x)=30\cdot x+7\cos(x)$ | $5\cdot\sin(x)+C$ | 0 | сходится |

| № | 47 | 48 | 49 | 50 |
|---|---|---|---|---|
| ответ | выполняется | 1, 4 | 0 | 5 |

Составила
ст. преп. кафедры ВМ С.Н. Машнина

Заведующий кафедрой ВМ
к.ф.-м.н., доцент К.В. Бухенский