

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ В.Ф. УТКИНА»

Кафедра «Государственного, муниципального и корпоративного
управления»

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«Экономико-математическое моделирование»

Направление подготовки
38.04.04 «Государственное и муниципальное управление»

Направленность (профиль) подготовки – Информационные технологии
в государственном и муниципальном управлении

Квалификация выпускника - магистр

Формы обучения – очно-заочная, заочная

Рязань

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Оценочные материалы – это совокупность учебно-методических материалов (контрольных заданий, описаний форм и процедур), предназначенных для оценки качества освоения обучающимися данной дисциплины как части ОПОП ВО.

Цель – оценить соответствие знаний, умений и уровня приобретенных компетенций обучающимся целям и требованиям основной образовательной программы в ходе проведения промежуточной аттестации.

Промежуточная аттестация проводится в форме зачета.

Формой аттестации является зачет. При оценивании результатов освоения дисциплины применяется балльно-рейтинговая система. Итоговый балл студента определяется путем суммирования оценок, полученных студентом на всех текущих и промежуточной аттестациях, проводимых в течение семестра согласно учебному графику.

Оценка на зачете выставляется комплексно по итогам ответа на все вопросы и выполненного практического задания. На зачете студент получает тест, 2 практических контрольных вопроса, 3 задачи и 3 теоретический вопрос.

2. ПАСПОРТ ОЦЕНОЧНЫХ МАТЕРИАЛОВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части)	Вид, метод, форма оценочного мероприятия
1	2	3	4
1	Тема 1 . Предмет и метод курса.	ПК-1.1	Зачет
2	Тема 2. Проблема верификации моделей	ПК-1.1	Зачет
3	Тема 3. Статистические модели	ПК-1.1	Зачет
4	Тема 4. Модели национальной экономики.	ПК-1.1	Зачет
5	Тема 5. Решение эколого-экономических проблем при помощи экономико-математического моделирования.	ПК-1.1	Зачет
6	Тема 6. Оптимизационные модели.	ПК-1.1	Зачет
7	Тема 7. Моделирование транспортных систем.	ПК-1.1	Зачет
8	Тема 8. Использование моделей в прогнозировании социально-экономических показателей региона	ПК-1.1	Зачет

3. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Сформированность каждой компетенции в рамках освоения данной дисциплины оценивается по трехуровневой шкале:

1) пороговый уровень является обязательным для всех обучающихся по завершении освоения дисциплины;

2) продвинутый уровень характеризуется превышением минимальных характеристик сформированности компетенций по завершении освоения дисциплины;

3) эталонный уровень характеризуется максимально возможной выраженностью компетенций и является важным качественным ориентиром для самосовершенствования.

а) описание критериев и шкалы оценивания теоретических вопросов (контрольных вопросов):

Шкала оценивания	Критерий
5 балла (эталонный уровень)	<i>выставляется студенту, который дал полный ответ на вопрос, показал глубокие систематизированные знания, смог привести примеры, ответил на дополнительные вопросы преподавателя.</i>
4 балла (продвинутый уровень)	<i>выставляется студенту, который дал полный ответ на вопрос, но на некоторые дополнительные вопросы преподавателя ответил только с помощью наводящих вопросов.</i>
3 балл	<i>выставляется студенту, который дал неполный ответ на вопрос и</i>

(пороговый уровень)	<i>смог ответить на дополнительные вопросы только с помощью преподавателя.</i>
0 баллов	<i>выставляется студенту, который не смог ответить на вопрос</i>

б) описание критериев и шкалы оценивания практико-ориентированного задания открытого типа:

Шкала оценивания	Правильность (ошибочность) решения
10 <i>(эталонный уровень)</i>	Полное верное решение. В логическом рассуждении и решении нет ошибок, задача решена рациональным способом. Получен правильный ответ. Ясно описан способ решения.
9 <i>(продвинутый уровень)</i>	Верное решение, но имеются небольшие недочеты, в целом не влияющие на решение, такие как небольшие логические пропуски, не связанные с основной идеей решения. Решение оформлено не вполне аккуратно, но это не мешает пониманию решения.
8 <i>(пороговый уровень)</i>	Решение в целом верное. В логическом рассуждении и решении нет существенных ошибок, но задача решена неоптимальным способом или допущено не более двух незначительных ошибок. В работе присутствуют арифметическая ошибка, механическая ошибка или описка при переписывании выкладок или ответа, не исказившие экономическое содержание ответа.
7	В логическом рассуждении и решении нет ошибок, но допущена существенная ошибка в математических расчетах. При объяснении сложного экономического явления указаны не все существенные факторы.
6	Имеются существенные ошибки в логическом рассуждении и в решении. Рассчитанное значение искомой величины искажает экономическое содержание ответа. Доказаны вспомогательные утверждения, помогающие в решении задачи.
5	Рассмотрены отдельные случаи при отсутствии решения. Отсутствует окончательный численный ответ (если он предусмотрен в задаче). Правильный ответ угадан, а выстроенное под него решение - безосновательно.
0	Решение неверное или отсутствует.

в) описание критериев и шкалы оценивания тестирования:

Шкала оценивания	Критерий
20 баллов <i>(эталонный уровень)</i>	– студент демонстрирует высокий уровень знаний по темам дисциплины 80 – 100% правильных ответов
15 баллов <i>(продвинутый уровень)</i>	– студент демонстрирует достаточный уровень знаний по темам дисциплины 70 – 79 % правильных ответов
10 баллов <i>(пороговый уровень)</i>	– студент демонстрирует допустимый уровень знаний по темам дисциплины 60 – 69 % правильных ответов
5 баллов	– студент показал недостаточный уровень знаний по темам дисциплины 50 – 59 % правильных ответов
0 баллов	0 – 49 % правильных ответов. Задание не выполнено

На зачете выносятся тест, 2 практических контрольных вопроса, 3 задачи и 2 теоретический вопрос. Студент может набрать максимум 35 баллов. Итоговый суммарный балл студента, полученный при прохождении промежуточной аттестации, переводится в традиционную форму по системе «зачтено» / «не зачтено».

Шкала оценивания	Критерий	
зачтено	8 – 20 баллов	Обязательным условием является выполнение всех предусмотренных в течение семестра заданий (на практических и лабораторных работах и при самостоятельной работе)
Не зачтено	0 – 7 баллов	Студент не выполнил всех предусмотренных в течение семестра текущих заданий (на практических и лабораторных работах и при самостоятельной работе)

4. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

Код компетенции	Содержание компетенции
ПК-1.1	Использует современные методы диагностики и анализа социально-экономических проблем

а) типовые тестовые вопросы:

1. Модель – это:

- а) Искусственно созданный образец в виде схемы, физических конструкций, знаковых форм или формул, который отображает свойства объекта;
- б) Алгоритм, предназначенный для реализации некоторых процессов;
- в) Изображение объекта, передающее его параметры;
- г) Совокупность взаимосвязанных элементов.

2. К методам моделирования макропроцессов относится:

- а) Модель простого и расширенного производства;
- б) Дисперсионный анализ;
- в) Кластерный анализ;
- г) Регрессионный анализ.

3. К моделям национальной экономики относится _____ (система национального счетоводства).

4. Модели межотраслевого баланса предназначены:

- а) Для установления соответствия между ресурсами и их использованием;
- б) Для организации уборки твердых бытовых отходов;
- в) Для привязки маршрутов общественного транспорта к транспортным депо;
- г) Для оптимального планирования многошаговых управляемых процессов.

5. Дерево целей – это:

- а) Схематичное представление процесса принятия решения;
- б) Граф с сильными связями (структурированная, построенная по иерархическому принципу (распределенная по уровням) совокупность целей экономической системы);
- в) Организационная структура;
- г) Средство передачи информации.

6. В зависимости от степени организованности все системы делятся на:

- а) Открытые и закрытые
- б) Хорошо организованные и плохо организованные
- в) Малые и большие;
- г) Простые и сложные.

7. К моделям целеполагания относится _____ (дерево целей).

- б) Модель межотраслевого баланса;
- в) Система национального счетоводства;
- г) Имитационная модель Лозе.

8. Суть метода выделения множества Парето заключается:

- а) В предположении, что из всех имеющихся критериев можно выделить один главный;
- б) В попарном сравнении альтернатив на основе выборного бинарного отношения;
- в) Во введении скалярной функции векторного аргумента;
- г) В выделении нового множества.

9. Методика построения дерева целей получила название:

- а) PATTERN;
- б) TRANSNET;
- в) BAHN;
- г) EMME – 2.

10. Инструментальную базу моделей ограниченного роста представляет метод _____ (системной динамики).

11. Имитационная модель Лозе была разработана под руководством:

- а) Создателя теории межотраслевого анализа В.В. Леонтьева;
- б) Создателя линейного программирования Л.В. Канторовича;
- в) Создателя метода системной динамики Дж. Форестера;
- г) Профессора Дрезденского технического университета Д. Лозе.

12. К методам моделирования макропроцессов относится:

- а) Модель простого и расширенного производства;
- б) Дисперсионный анализ;
- в) Кластерный анализ;
- г) Регрессионный анализ.

13. Для оценки степени влияния двух случайных величин X и Y друг на друга используется коэффициент _____ (парной корреляции).

14. Средняя относительная ошибка показывает:

- а) Рассеяние случайной величины относительно уравнения регрессии;
- б) Пределы возможных значений;
- в) На сколько процентов расчетные значения в среднем отклоняются от фактических;
- г) Степень связи между ранжированными величинами.

15. Коэффициент корреляции – это:

- а) Среднее арифметическое квадратов отклонения наблюдаемых значений от их среднего значения;
- б) Безразмерный индекс в интервале от -1 до +1, характеризующий наличие линейной связи;

- в) Среднее значение разных переменных за один и тот же временной период;
- г) Корректирующий множитель, который отражает воздействие на уровень жизни населения.

16. Автокорреляционная функция - это:

- а) Функция между значениями двух временных рядов;
- б) Табличная функция пропорциональных значений двух разных рядов;
- в) Табличная функция значений одного временного ряда;
- г) Табличная функция значений коэффициентов корреляции между частями одного временного рядов.

18. Для оценки точности и адекватности регрессионной модели используют:

- а) Три вида дисперсий: общую, остаточную и дисперсию, обусловленную регрессией;
- б) Метод наименьших квадратов;
- в) Коэффициенты ранговой корреляции;
- г) Коэффициенты парной корреляции.

19. Метод наименьших квадратов заключается:

- а) В минимизации суммы квадратов отклонения фактических значений от теоретических значений;
- б) В расчете коэффициентов;
- в) В процентном отклонении расчетных значений от фактических;
- г) В уменьшении числа степеней свободы

20. Схема построения регрессионных моделей включает в себя следующий этап:

- а) Этап сбора информации из документации предприятия;
- б) Этап оценки эффективности и риска инвестиционного проекта;
- в) Этап оценки адекватности регрессионной модели;
- г) Этап создания прогноза по производительности труда.

21. Модель, представляющая собой объект, который ведет себя как реальный объект, но не выглядит как таковой — это _____ (физическая) модель

22. Если в прямой задаче целевая функция максимизируется, то знак функциональных ограничений _____ ($\leq$)

23. Если в прямой задаче целевая функция минимизируется, то знак функциональных ограничений _____ ($\geq$)

24. Если в прямой задаче целевая функция (ЦФ) максимизируется, то в двойственной задаче _____ минимизируется, знак функциональных ограничений $\leq$

25. Метод взаимного сопоставления имеющихся материальных, трудовых и финансовых ресурсов и потребностей в них называется _____ (балансовым)

26. Модели, выражающие требование соответствия наличия ресурсов и их использования, называются _____ (балансовыми).

27. Матрица $B = (E - A)^{-1}$ называется матрицей _____ (полных затрат)

28. _____ (Система национальных счетов) - это адекватный рыночной экономики национальный учет, завершаемый на макроуровне системой взаимосвязанных статистических показателей, построенных в виде определенного набора счетов и балансовых таблиц, характеризующих результаты экономической деятельности, структуру экономики и важнейшие взаимосвязи в национальном хозяйстве.

29. Из каких этапов состоит методика PATTERN?

- а) разработка политической картины мира на прогнозируемый период;
- б) прогнозирование развития науки и техники;
- в) разработка дерева целей;
- г) оценка составляющих дерева путем определения коэффициентов относительной важности;
- д) обработку результатов оценки.

ж) все ответы верны

30. Дерево целей социально-экономического развития страны разбиваются на блоки:

- а) здравоохранение, социальное обеспечение, охрана окружающей среды;
- б) блок культуры;
- в) блок развития курортов.
- д) все ответы верны

б) практико-ориентированные задания открытого типа:

1. Из представленной матрицы коэффициентов парной корреляции, отобрать факторы, для включения их в модель.

Для оценки уровня производительности труда и его динамики используют факторы: уровень фондовооруженности; уровень технологии; коэффициент текучести; удельный вес материальных затрат; средний возраст оборудования; индекс товарной продукции; удельный вес новой продукции; удельный вес продукции, сдаваемой с первого предъявления; уровень коэффициента ритмичности и другие. Производительность труда - результативный признак, а показатели, от которых зависит производительность труда (фондовооруженность, энерговооруженность, коэффициент специализации и т.д.), - факторными признаками.

	Y	X ₁	X ₂	X ₃	X ₄	X ₅	X ₆	X ₇	X ₈	X ₉
Y	1	0,32	0,01	0,1	-0,07	0,53	0,18	-0,28	0,5	0,62
X ₁	0,32	1	0,11	0,1	-0,52	0,65	0,58	0,11	-0,04	0,05
X ₂	0,01	0,11	1	-0,21	0,05	0,19	0,37	0,38	0,39	-0,27
X ₃	0,1	0,1	-0,21	1	0,23	0,12	0,08	-0,36	0,63	-0,08
X ₄	-0,07	-0,52	0,05	0,23	1	-0,01	0,13	0,21	-0,11	-0,05
X ₅	0,53	0,65	0,19	0,12	-0,01	1	0,65	0,05	-0,09	0,31
X ₆	0,18	0,58	0,37	0,08	0,13	0,65	1	0,5	0,17	-0,1
X ₇	-0,28	0,11	0,38	-0,36	0,21	0,05	0,5	1	0,42	-0,43
X ₈	0,5	-0,04	0,39	0,63	-0,11	-0,09	0,17	0,42	1	-0,27
X ₉	0,62	0,05	-0,27	-0,08	-0,05	0,31	-0,1	-0,43	-0,27	1

Ответ.

1. Факторы, для которых $|r_{yxj}| > 0,2 \div 0,3$, в модель включаются, остальные факторы не

включаются. На основании этого выделяются 3 фактора: $X_1=0,32$; $X_5=0,53$; $X_9=0,62$.

2. Если $r_{xj_{жк}} > 0,8 \div 0,9$, то факторы тесно связаны между собой и один из них в модель включать нецелесообразно. В модель включается фактор, у которого больше коэффициент корреляции с результативным признаком или который более значим для практического применения модели.

3. Проверяем соотношение между объемом выборки m и числом факторных признаков n . По эмпирическому правилу необходимо, чтобы $m/n > 5$, данное условие выполняется при 3-х факторах. $18 / 3 = 6$.

Вывод: на основании этого выделяем 3 фактора: X_1 – фондовооруженность труда, р./чел., ($r=0,32$), X_5 – уровень коэффициента ритмичности, %, ($r=0,53$), X_9 – удельный вес продукции, сдаваемой с первого предъявления, %. ($r=0,62$)

2. На основе полученных результатов парной корреляции, дисперсий, критерию Фишера, коэффициента детерминации линейной модели сделать анализ и вывод о выборе наиболее точной и адекватной модели, табличным критерия Фишера для 3 факторов составляет 3,63.

X1	X5	X9
Парная корреляция Уравнения регрессии Линейная модель: $Y = 119,61296 + 0,00137 \cdot X_1$ $D_0 = 5,00110$ $D_y = 5,22771$ $D_p = 8,95346$ $R^2 = 0,31563$ $F = 1,77038$ $R = 0,26820$	Парная корреляция Уравнения регрессии Линейная модель: $Y = -389,55313 + 5,12697 \cdot X_5$ $D_0 = 3,99463$ $D_y = 5,22771$ $D_p = 24,95697$ $R^2 = 0,52993$ $F = 6,24763$ $R = 0,48567$	Парная корреляция Уравнения регрессии Линейная модель: $Y = -2109,27600 + 22,35200 \cdot X_9$ $D_0 = 3,38599$ $D_y = 5,22771$ $D_p = 34,69527$ $R^2 = 0,62482$ $F = 10,24671$ $R = 0,59355$

Ответ.

Фактор X_9 обладает наибольшим влиянием (на результативный признак) на производительность труда, т.к.:

1) его коэффициент корреляции с результативным признаком самый высокий; $X_1=0,32$; $X_5=0,53$; $X_9=0,62$.

2) при сравнении с другими факторами (X_1 и X_5), X_9 имеет наименьшую остаточную дисперсию, которая определяется по остаточной дисперсии (D_0) линейной модели: $D_0X_1=5,00110$; $D_0X_5=3,99463$; $D_0X_9=3,38599$

Исходя из этого, можно утверждать, что однофакторная модель на основе X_9 является наилучшей моделью.

3) теперь проведем проверку адекватности линейной модели и выводы о влиянии факторов на рост производительности труда. Адекватность линейной модели проверяется по критерию Фишера. Вычисленное значение F линейной однофакторной модели каждого фактора сравнивается с табличным значением $F_{табл} = 3,63$. Значение F линейной модели каждого нашего фактора больше $F_{табл}$, как нам известно, Если $F > F_{табл}$, то результативный признак у линейно зависит от факторного признака X_9 .

$$F = D_p / D_0$$

$$F = 34,69527 / 3,38599 = 10,24671$$

$$F = 10,24671$$

$$F > F_{табл}$$

Вывод: фактор X_9 обладает наибольшим влиянием на производительность труда (результативный признак).

3. Построить модель оптимизации производственной программы предприятия.

Предприятие выпускает два вида продукции и использует для этого два вида ресурсов. Цена единицы продукции каждого вида равна 6 и 4 соответственно. Себестоимость каждого вида продукции 3 и 2 соответственно. Расход первого ресурса на единицу продукции первого вида равен 0,5, на единицу продукции второго вида равен 0,3. Расход второго ресурса на единицу продукции первого вида равен 0,1, на единицу продукции второго вида равен 0,2. Первый ресурс имеется в количестве 6, второй ресурс имеется в количестве 5.

Ответ:

Модель оптимизации производственной программы предприятия имеет вид:

$$3x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$$

$$0.5x_1 + 0.3x_2 \leq 6$$

$$0.1x_1 + 0.2x_2 \leq 5$$

4. Построить оптимизационную модель прикрепления транспортных единиц из депо к маршрутам. Расстояние от начальной точки маршрута 1 до депо 1 составляет 2 км, а до депо 2 составляет 2,5 км. Расстояние от начальной точки маршрута 2 до депо 1 составляет 1,5 км, а до депо 2 составляет 3 км. Количество транспортных единиц на маршруте 1 составляет 15 ед., на маршруте 2 составляет 25 ед. Вместимость депо 1 составляет 20 ед., вместимость депо 2 составляет 20 ед.

Ответ:

$$2x_{11} + 2,5x_{12} + 1,5x_{21} + 3x_{22} \rightarrow \min$$

$$x_{11} + x_{12} = 15$$

$$x_{21} + x_{22} = 25$$

$$x_{11} + x_{21} = 20$$

$$x_{12} + x_{22} = 20$$

5. Построить оптимизационную модель прикрепления районов города к полигонам твердых бытовых отходов.

Объем твердых бытовых отходов в двух районах города составляет 30 и 15 соответственно. Мощность двух полигонов твердых бытовых отходов составляет 20 и 25 соответственно. Матрица затрат по перевозкам от каждого района к каждому полигону имеет вид

5	8
6	2

Ответ:

$$5x_{11} + 8x_{12} + 6x_{21} + 2x_{22} \rightarrow \min$$

$$x_{11} + x_{12} = 30$$

$$x_{21} + x_{22} = 15$$

$$x_{11} + x_{21} = 20$$

$$x_{12} + x_{22} = 25$$

6. Построить функцию и ограничения с помощью метода линейного программирования. Предприятие производит два вида продукции X и Y. 1 кг. X приносит прибыль 5 рублей, требует 2 кг. ресурса A и 3 кг. ресурса B. 1 кг. Y приносит прибыль 10 рублей, требует 7 кг. ресурса A и 9 кг. ресурса B. Суммарный запас ресурсов 70 кг (A) и 50 кг (B). При каком объеме производства прибыль будет максимальна?

Ответ:

Пусть предприятие производит x кг продукции X и y кг продукции Y. Тогда общая прибыль $Z = 5x + 10y$ (целевая функция). Мы хотим найти максимум целевой функции при ограничениях $2x + 7y \leq 70$ (ресурс A) и $3x + 9y \leq 50$ (ресурс B). Конечно, x и $y \geq 0$. Получаем задачу линейного

программирования: $Z = 5x + 10y \rightarrow \max$ при ограничениях:
$$\begin{cases} 2\tilde{d} + 7\tilde{o} \leq 70 \\ 3\tilde{d} + 9\tilde{o} \leq 50 \\ \tilde{d}, \tilde{o} \geq 0. \end{cases}$$

7. Транспортная задача. Свести открытую модель к закрытой модели с помощью фиктивного потребителя по данным в таблице.

	30	40	60
40	7	8	6
60	6	5	10
50	4	3	9

Ответ:

Закрытая модель транспортной задачи – это модель, в которой суммарная мощность поставщиков равна суммарному спросу потребителей. В противном случае модель называется *открытой*.

Если суммарная мощность поставщиков больше суммарного спроса потребителей, то вводится фиктивный потребитель, которому приписывается спрос, равный разнице между суммарной мощностью поставщиков и суммарным спросом потребителей. Стоимость перевозки единицы груза от поставщиков до фиктивного потребителя полагается равной нулю. Полученная закрытая модель решается. Груз, предназначенный фиктивному потребителю, остается у поставщика.

Суммарная мощность поставщиков $40+60+50=150$, суммарный спрос потребителей $30+40+60=130$. Это открытая модель. Вводим фиктивного потребителя, которому припишем спрос $150-130=20$. Стоимость перевозки единицы груза до фиктивного потребителя равна нулю. Получаем следующую закрытую модель.

	30	40	60	20
40	7	8	6	0
60	6	5	10	0
50	4	3	9	0

8. Транспортная задача. Свести открытую модель к закрытой модели с помощью фиктивного поставщика по данным в таблице.

	20	30	50
10	6	7	5
40	7	6	11
30	3	2	8

Ответ:

Закрытая модель транспортной задачи – это модель, в которой суммарная мощность поставщиков равна суммарному спросу потребителей. В противном случае модель называется *открытой*.

Если суммарная мощность поставщиков больше суммарного спроса потребителей, то вводится фиктивный поставщик, которому приписывается спрос, равный разнице между суммарной мощностью потребителей и суммарным спросом поставщиков. Стоимость перевозки единицы груза от фиктивного поставщика до фиктивного потребителя полагается равной нулю. Полученная закрытая модель решается. Потребитель, приписанный к фиктивному поставщику, просто не получает соответствующего груза.

Суммарная мощность поставщиков $10+40+30=80$, суммарный спрос потребителей $20+30+50=100$. Модель - открытая. Вводим фиктивного поставщика, которому припишем мощность $100-80=20$. Стоимость перевозки единицы груза до фиктивного поставщика до потребителей равна нулю. Получаем следующую закрытую модель.

	20	30	50
10	6	7	5
40	7	6	11
30	3	2	8
20	0	0	0

9. Задача о диете (задача о составлении кормовой смеси). Построить функцию и ограничения с помощью метода линейного программирования.

Бройлерное хозяйство птицеводческой фермы насчитывает 20 000 цыплят, которые выращиваются до 8-недельного возраста и после соответствующей обработки поступают в продажу. Недельный расход корма в среднем (за 8 недель) составляет 500 г = 0,5 кг. Для того, чтобы цыплята достигли к 8-й неделе необходимого веса, кормовой рацион должен удовлетворять определённым требованиям по питательности. Этим требованиям могут соответствовать смеси различных видов кормов, или ингредиентов. В табл. приведены данные, характеризующие содержание (по весу) питательных веществ в каждом из ингредиентов и удельную стоимость каждого ингредиента. Смесь должна содержать: не менее 0,8% кальция (от общего веса смеси) не

менее 22% белка (от общего веса смеси) не более 5% клетчатки (от общего веса смеси). Требуется определить количество (в кг) каждого из трёх ингредиентов, образующих смесь минимальной стоимости, при соблюдении требований к общему расходу кормовой смеси и её питательности.

Данные, характеризующие содержание питательных веществ в каждом из ингредиентов и удельную стоимость каждого ингредиента.

Ингредиент	Содержание питательных веществ (кг/ингредиента)			Стоимость (руб./кг)
	Кальций	Белок	Клетчатка	
Известняк	0,38	-	-	0,40
Зерно	0,001	0,09	0,02	0,15
Соевые бобы	0,002	0,002	0,08	0,40

Ответ:

Математическая формулировка задачи. Введём следующие обозначения: x_1 - содержание известняка в смеси (кг); x_2 - содержание зерна в смеси (кг); x_3 - содержание соевых бобов в смеси (кг); общий вес смеси, еженедельно расходуемый на кормление цыплят: $20000 \cdot 0,5 = 10000$ кг. Ограничения, связанные с содержанием кальция, белка и клетчатки в кормовом рационе, имеют

$$\text{вид: } \begin{cases} 0.38x_1 + 0.001x_2 + 0.002x_3 \geq 0.008 \cdot 10000 \\ 0.09x_2 + 0.022x_3 \geq 0.22 \cdot 10000 \\ 0.02x_2 + 0.08x_3 \leq 0.05 \cdot 10000 \end{cases}$$

Окончательный вид математической формулировки задачи:

$$\min \rightarrow f(x) = 0.04 \cdot x_1 + 0.15 \cdot x_2 + 0.40 \cdot x_3$$

при ограничениях

$$\begin{cases} x_1 + x_2 + x_3 = 10000 \\ 0.38x_1 + 0.001x_2 + 0.002x_3 \geq 80 \\ 0.09x_2 + 0.022x_3 \geq 2200 \\ 0.02x_2 + 0.08x_3 \leq 500 \\ x_i > 0, i = 1, 2, 3 \end{cases}$$

10. Построить оптимизационную транспортную модель с помощью метода линейного программирования.

Два производителя производят одинаковую продукцию, объемом 15 и 19 соответственно. Три потребителя потребляют эту продукцию с потребностями 10, 11 и 13 соответственно. Матрица затрат по перевозкам от каждого производителя к каждому потребителю имеет вид

$$\begin{matrix} & \begin{matrix} 2 & 3 & 5 \end{matrix} \\ \begin{matrix} 2 \\ 3 \end{matrix} & \begin{matrix} 3 & 1 & 3 \end{matrix} \end{matrix}$$

Ответ:

Оптимизационная транспортная модель имеет вид:

$$2 \cdot x_{11} + 3 \cdot x_{12} + 5 \cdot x_{13} + 3 \cdot x_{21} + x_{22} + 3 \cdot x_{23} \rightarrow \min$$

$$x_{11} + x_{12} + x_{13} = 15$$

$$x_{21} + x_{22} + x_{23} = 19$$

$$x_{11} + x_{21} = 10$$

$$x_{12} + x_{22} = 11$$

$$x_{13} + x_{23} = 13$$

11. Задача об оптимальном использовании ресурсов при производственном планировании. Требуется составить такой план выпуска продукции, при реализации которого прибыль предприятия была бы наибольшей.

Компания специализируется на выпуске хоккейных клюшек и наборов шахмат. Каждая клюшка приносит компании прибыль в размере 2 у.е, а каждый шахматный набор - в размере 4 у.е. На изготовление одной клюшки требуется четыре часа работы на участке А и два часа работы на участке В. Шахматный набор изготавливается с затратами шести часов на участке А, шести часов на участке В и одного часа на участке С. Доступная производственная мощность участка А

составляет 120 н/часов в день, участка В - 72 н/часа и участка С - 10 н/часов.

Сколько клюшек и шахматных наборов должна выпускать компания ежедневно, чтобы получать максимальную прибыль?

Исходные данные задачи об использовании производственных ресурсов.

Производственные участки	Затраты времени на единицу продукции, н/час		Доступный фонд времени, н/час
	клюшки	Наборы шахмат	
А	4	6	120
В	2	6	72
С	-	1	10
Прибыль на единицу продукции, у.е	2	4	

Ответ:

По данному условию сформулируем задачу линейного программирования.

Обозначим x_1 – количество выпускаемых ежедневно хоккейных клюшек, x_2 – количество выпускаемых ежедневно шахматных наборов.

Формулировка ЗЛП:

$$f(x) = 2x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 4x_1 + 6x_2 \leq 120 \\ 2x_1 + 6x_2 \leq 72 \\ x_2 \leq 10 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

Каждое неравенство в системе функциональных ограничений соответствует в данном случае тому или иному производственному участку, а именно: первое - участку А, второе - участку В, третье - участку С.

12. Задача о смесях (планирование состава продукции). Составьте ежедневный рацион кормления птицы так, чтобы обеспечить наиболее дешевый рацион. Построить функцию и ограничения с помощью метода линейного программирования.

На птицеферме употребляются два вида кормов - I и II. В единице массы корма I содержатся единица вещества А, единица вещества В и единица вещества С. В единице массы корма II содержатся четыре единицы вещества А, две единицы вещества В и не содержится вещество С. В дневной рацион каждой птицы надо включить не менее единицы вещества А, не менее четырех единиц вещества В и не менее единицы вещества С. Цена единицы массы корма I составляет 3 руб, корма II - 2 руб.

Исходные данные задачи о смесях.

Питательные вещества	Содержание веществ в единице массы корм, ед.		Требуемое количество в смеси, ед.
	клюшки	Наборы шахмат	
А	1	4	1
В	1	2	4
С	1	-	1
Прибыль на единицу продукции, у.е	2	4	

Ответ:

Сформулируем задачу линейного программирования.

Обозначим: x_1 – количество корма I в дневном рационе птицы, x_2 – количество корма II в дневном рационе птицы.

Формулировка ЗЛП:

$$f(x) = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$$

$$\begin{cases} \tilde{d}_1 + 4x_2 \geq 1 \\ \tilde{d}_1 + 2x_2 \geq 4 \\ x_1 \geq 1 \\ x_1 \geq 0, x_2 \geq 0 \end{cases}$$

13. Производственная задача. Построить функцию и ограничения с помощью метода линейного программирования.

Цех может производить стулья и столы. На производство стула идет 5 единиц материала, на производство стола – 20 единиц (футов красного дерева). Стул требует 10 человеко-часов, стол – 15. Имеется 400 единиц материала и 450 человеко-часов. Прибыль при производстве стула – 45 долларов, при производстве стола - 80 долларов. Сколько надо сделать стульев и столов, чтобы получить максимальную прибыль?

Ответ:

Обозначим: X_1 – число изготовленных стульев, X_2 – число сделанных столов. Задача оптимизации имеет вид:

$$f(x) = 45 \cdot x_1 + 80 \cdot x_2 \rightarrow \max$$

$$\begin{cases} 5\tilde{d}_1 + 20x_2 \leq 400 \\ 10\tilde{d}_1 + 15x_2 \leq 450 \\ x_1 \geq 1 \\ x_2 \geq 0 \end{cases}$$

В первой строке выписана целевая функция – прибыль при выпуске X_1 стульев и X_2 столов. Ее требуется максимизировать, выбирая оптимальные значения переменных X_1 и X_2 . При этом должны быть выполнены ограничения по материалу (вторая строчка) - истрачено не более 400 футов красного дерева. А также и ограничения по труду (третья строчка) – затрачено не более 450 часов.

Число столов и число стульев неотрицательны. Если $X_1 = 0$, то это значит, что стулья не выпускаются. Если же хоть один стул сделан, то X_1 положительно. Но невозможно представить себе отрицательный выпуск - X_1 не может быть отрицательным с экономической точки зрения, хотя с математической точки зрения такого ограничения усмотреть нельзя. В четвертой и пятой строчках задачи и констатируется, что переменные неотрицательны.

14. Найти оптимальный ассортимент продукции, максимизирующий общую прибыль за месяц. Получить функцию и ограничения.

Предприятие по производству мебели производит мебель трёх типов: наборы пристенной мебели (далее «стенки»), шкафы для одежды (далее «шкафы») и кухонные гарнитуры (далее «гарнитуры»). Для их производства в основном используются три типа сырья: древесина, стекло, зеркала. Удельные коэффициенты расхода сырья, а также трудозатраты на единицу каждого типа мебели приведены в таблице.

	Древесина, м ²	Стекло, м ²	Зеркала, м ²	Трудозатраты, чел.-дней
«Стенка»	4	4	3	10
«Шкаф»	2	0	2	7
«Гарнитур»	2	5	1	8

Запасы сырья на складе обновляются ежемесячно и составляют 70 м² древесины, 90 м² стекла и 45 м² зеркал. Трудозатраты в месяц не должны превышать 200 человеко-дней. Чистая прибыль от продажи одной «стенки», «шкафа» и «гарнитура» составляет соответственно 2000 руб., 1250 руб. и 1500 руб.

Ответ:

Математическая постановка задачи. Пусть X_1, X_2, X_3 — месячный выпуск продукции соответственно: «стенок», «шкафов» и «гарнитуров» ($x_i \geq 0, x_i$ — целые, $i=1,2,3$). Тогда должно быть:

$$\begin{cases} 4\tilde{d}_1 + 2\tilde{d}_2 + 2\tilde{d}_3 \leq 70 \\ 4\tilde{d}_1 + 2\tilde{d}_2 + \tilde{d}_3 \leq 90 \\ 3\tilde{d}_1 + 2\tilde{d}_2 + \tilde{d}_3 \geq 45 \\ 10\tilde{d}_1 + 7\tilde{d}_2 + 8\tilde{d}_3 \geq 200 \end{cases}$$

При этом линейная функция - $F = 2000 x_1 + 1250 x_2 + 15000 x_3 \rightarrow \max$

В результате получены ограничения:

1) $4x_1 + 0,4x_2 + 2x_3 + x_4 = 70$

2) $4x_1 + 2x_2 + x_3 + x_4 = 90$

3) $3x_1 + 2x_2 + x_3 + x_5 = 45$

4) $10x_1 + 7x_2 + 8x_3 + x_6 = 200$

- $F = -2000 x_1 - 1250 x_2 - 15000 x_3 \rightarrow \min$

15. Задача о плане производства, предварительно построив модель и приведя ее к специальному виду.

Для изготовления изделий A и B склад может отпустить сырья не более 80 единиц. Причем на изготовление изделия A расходуется две единицы, а изделия B - одна единица сырья. Требуется спланировать производство так, чтобы была обеспечена наибольшая прибыль, если изделий A требуется изготовить не более 50 шт., а изделий B - не более 40 шт. Причем, прибыль от реализации одного изделия A - 5 руб., а от B - 3 руб.

Ответ:

Построим математическую модель, обозначив за x_1 количество изделий A в плане, за x_2 - количество изделий B . тогда система ограничений будет выглядеть следующим образом:

$$x_1 \leq 50$$

$$x_2 \leq 40$$

$$2x_1 + x_2 \leq 80$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$5x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

Приведем задачу к каноническому виду, введя дополнительные переменные:

$$x_1 + x_3 = 50$$

$$x_2 + x_4 = 40$$

$$2x_1 + x_2 + x_5 = 80$$

$$x_1 \geq 0, x_2 \geq 0$$

$$5x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$$

$$-F = -5x_1 - 3x_2 \rightarrow \min.$$

16. Какие используются модели для анализа экономической системы или процесса?

Ответ:

Анализ созданной модели позволяет делать качественные и количественные выводы о характере экономического процесса или объекта. Качественный анализ выявляет неизвестные ранее свойства объекта, а количественный анализ — соотношение различных характеристик объекта.

По виду модели бывают:

- физические (макет предприятия);
- структурные (структурная схема управления);
- функциональные (модели, описывающие функции, которые выполняет система);
- аналоговые (графики, колебательные маятники);
- математические (система представлений об объекте на формальном языке: формулы, алгоритмы);

- имитационные (модели, содержащие формулы, которые решить аналитически нельзя, а нужно использовать специальные методы). Имитационные модели бывают динамические и статистические, когда входные параметры – случайные величины и необходимо узнать выходной параметр.

17. Что понимается под процессом проверки адекватности модели и точности полученных результатов?

Ответ:

Методы проверки адекватности – методы верификации. Самый простой метод – проведение эксперимента на модели и объекте. Если полученные результаты совпадают, то модель адекватна. Такой метод не всегда получается реализовать. Существует другой подход, когда используются две модели. Создается простая модель и сложная теоретическая, которую на практике использовать дорого. Если они дают одинаковые результаты с определенной степенью точности, то модель адекватна.

18. Как можно классифицировать методы анализа и прогнозирования социально-экономических процессов?

Ответ:

Методы можно классифицировать следующим образом:

1. Методы моделирования макропроцессов. К ним относится система воспроизводства (простого и расширенного), модель Леонтьева, межотраслевой баланс, национальные счета, производственные функции;
2. Методы экономико-статистические: корреляционный, регрессионный, дисперсионный, кластерный анализ, метод Монте-Карло, статистические игры (где второй игрок – природа);
3. Исследование операций: линейное, нелинейное, математическое программирование, теория игр (аналитические, стратегические игры), теория управления запасами, теория массового обслуживания.

19. Когда возникает потребность в применении системном анализе?

Ответ:

Потребность в системном анализе возникает, когда задача или проблема настолько усложняется, что для её постановки и решения не может быть сразу определен подходящий аппарат формализации, когда требуется участие специалистов различных областей знаний. Это ведет к тому, что постановка задачи становится проблемой, для решения которой нужно разрабатывать специальные подходы и приемы, получить выражения, связывающие цель со средствами её достижения. Эти выражения носят различные названия, например целевая функция, критерий функционирования, показатель эффективности и т.д.

20. Чем отличаются «грубым» и «точным» моделям и какие критерии используются для проверки статистических гипотез?

Ответ:

Проверка статистических гипотез используется в статистических моделях, когда применяются статистические критерии, такие как критерий Стьюдента, критерий Фишера и так далее. В общем случае используется сравнение результатов применения «точных» и «грубых» моделей. «Точные» модели представляют собой сложные теоретические модели. Они являются дорогими и трудоемкими в использовании. «Грубые» модели представляют собой рабочие модели, более простые и дешевые. Если результаты расчетов по «грубым» и «точным» моделям близки, то в качестве рабочих можно использовать «грубые» модели. Если есть возможность провести эксперимент на реальной системе, то в качестве верификации можно использовать сравнение результатов моделирования с экспериментом на реальной системе.

21. В каких случаях имеет место многокритериальный выбор альтернатив при разработке управленческих решений?

Ответ:

Многокритериальный выбор альтернатив при разработке управленческих решений имеет место в следующих случаях:

- система, являющаяся объектом рассмотрения, характеризуется набором критериев, большинство которых противоречивы;
- имеется один глобальный критерий – цель. Как правило, это неколичественный критерий, сравнение и выбор альтернатив по которому затруднены. Вследствие чего производится декомпозиция, т.е. разбиение глобального критерия на локальные, по которым сравниваются альтернативы;
- при кооперативном принятии решений, когда каждый субъект пользуется своим критерием.

22. Какие основные направления использования дерева целей вы знаете?

Ответ:

Деревом целей называется граф с сильными связями, т.е. вершина нижнего уровня имеет связь только с одной вершиной верхнего уровня. Дерево целей, для которого приведены оценки (либо на ветвях, либо на вершинах), используется для определения приоритета различных направлений развития. Структуризация выполнения с помощью дерева целей позволяет упростить решение сложной проблемы, т.е. свести сложную проблему к набору нескольких простых.

Основные направления использования дерева целей: 1) качественный анализ сложных проблем; 2) количественная оценка различных вариантов.

23. Из каких этапов состоит методика PATTERN?

Ответ:

Методика PATTERN предполагает следующие основные этапы:

- 1) разработку политической картины мира на прогнозируемый период;
- 2) прогнозирование развития науки и техники;
- 3) разработку дерева целей;
- 4) оценку составляющих дерева путем определения коэффициентов относительной важности;
- 5) обработку результатов оценки.

24. В чем суть концепции двойственного определения системы?

Ответ:

Концепция двойственного определения системы предполагает два способа представления системы управления:

- а) процедурное представление, т.е. структуризация проводится по функциям управления;
- б) факторное представление, т.е. выделяются подсистемы, такие как основное и вспомогательное производство, трудовые ресурсы и т.д.

Два способа построения дерева: сначала 1-е представление, потом 2-е и наоборот.

25. Какие основные уровни дерева соответствуют основным этапам развития производства?

Ответ:

Основные уровни дерева соответствуют основным этапам развития производства.

0-й уровень – глобальная цель.

1-й уровень – конечные продукты.

2-й уровень – пространство инициирования целей. Выделяют четыре элемента, которые соответствуют субъектам инициации: вышестоящая система; подведомственная система; существенная среда; исследуемая система (т.е. собственные цели).

3-й уровень – жизненный цикл конечного продукта.

4-й уровень – состав системы. Такие элементы, как кадры, средства деятельности,

предметы деятельности, отношения.

5-й уровень – управленческий цикл. Включает в себя прогнозирование, планирование, организацию, контроль, анализ проблемных ситуаций.

6-й уровень – делегирование полномочий. Элементы уровня: исполнение, соисполнение, согласование, утверждение.

Поскольку эта концепция связана с развитием производства, она может использоваться как методика инновационного управления, т.е. под конечным продуктом понимается инновационный продукт.

26. На что ориентируется концепция деятельности?

Ответ:

Концепция деятельности ориентирована на перспективные научные исследования. Выделяют два основных этапа:

- 1) реформирование первоначальных вариантов дерева. Он использует два подхода:
 - целевой, т.е. структуризация сверху, при которой используются такие признаки, как сфера, структура, виды деятельности;
 - морфологический, т.е. структуризация снизу, когда предложения формулируются самими исполнителями.
- 2) оценку и анализ первоначальной структуры, её корректировку, проводящуюся экспертными методами аналогично методике PATTERN.

27. На какие блоки можно разбить дерево целей социально-экономического развития страны?

Ответ:

Дерево целей социально-экономического развития страны разбивалось на несколько блоков:

- 1) здравоохранение, социальное обеспечение, охрана окружающей среды;
- 2) блок культуры;
- 3) блок развития курортов.

В настоящее время в государственном и муниципальном управлении наиболее актуальным является построение дерева целей социально-экономического развития страны в целом, муниципального образования, территориального образования, что связано с необходимостью разработки стратегии развития соответствующих систем.

28. Для чего применяются макромодел и микромодел транспортнх потоков?

Ответ:

Модел, предназначенные для анализа транспортнх потоков в транспортной сети города, можно условно разделить на макромодел и микромодел.

Макромодел применяются для прогноза корреспонденции и загрузки сети, возникающие в результате развития, как самой сети, так и города в целом (строительство и улучшение дорог, строительство новых и изменение функциональной структуры существующих районов города).

Микромодел применяются для анализа задержек и пропускных способностей отдельных элементов и участков сети. Эти модел используют более детальную информацию о геометрии дорог и пересечений, особенностях разметки и светофорного регулирования, чем макромодел.

Макромодел (градостроительные) предназначены для прогноза корреспонденции, транспортнх потоков и основных усредненных характеристик движения в сети города.

29. Опишите особенности применения динамических модел транспортнх потоков.

Ответ:

Математические модел транспортнх потоков можно разделить на динамические модел, целью создания которых является моделирование движения транспорта на отдельных участках дорог, и на модел загрузки транспортнх систем городов, использующихся для определения загрузки на дорожную сеть.

Динамические модели, в свою очередь, делятся на макромоделли и микромоделли. В макромоделлях транспортный поток рассматривается как течение «сжимаемой жидкости» со специфическими свойствами, образованной движущимися автомобилями. При этом движение отдельных автомобилей явно не описывается.

В динамических микромоделлях транспортного потока описывается движение отдельных автомобилей. Транспортный поток представляется в этих моделях потоком взаимодействующих частиц.

30. В чем особенности построения эконометрических моделей социально-экономических систем?

Ответ:

Сложность построения эконометрических моделей связана с выбором экзогенных и эндогенных параметров, установления типа взаимосвязей, а также оценкой адекватности построенной модели. С другой стороны данные методы прогнозирования должны являться приоритетными для прогнозирования развития экономических систем. Это связано с тем, что любая экономическая система является открытой и сложной, её развитие обусловлено как внутренними изменениями, так и внешними. В связи с этим при прогнозировании социально-экономического развития региона не должны игнорироваться взаимосвязи между отдельными экономическими показателями, а также влияние различных внешних факторов.

31. Что понимается под имитационным моделированием экономических процессов и в каких случаях оно используется?

Ответ:

Имитационное моделирование - это распространенная разновидность аналогового моделирования, реализуемого с помощью набора математических инструментальных средств, специальных имитирующих компьютерных программ и технологий программирования, позволяющих посредством процессов-аналогов провести целенаправленное исследование структуры и функций реального сложного процесса в памяти компьютера в режиме «имитации», выполнить оптимизацию некоторых его параметров.

Имитационное (компьютерное) моделирование экономических процессов обычно применяется в двух случаях: для управления сложным бизнес-процессом, когда имитационная модель управляемого экономического объекта используется в качестве инструментального средства в контуре адаптивной системы управления, создаваемой на основе информационных (компьютерных) технологий; при проведении экспериментов с дискретно-непрерывными моделями сложных экономических объектов для получения и отслеживания их динамики в экстренных ситуациях, связанных с рисками, натурное моделирование которых нежелательно или невозможно.

32. При каких условиях применяются методы стохастического программирования?

Ответ:

Для нахождения оптимума в условиях неполной информации о параметрах используются методы стохастического программирования. Экономические параметры могут быть случайными либо в силу неопределенности, либо в силу недостаточности информации о них, поэтому задачи стохастического программирования делятся на задачи риска и задачи неопределенности.

Задачи риска чаще всего используются при моделировании работы НИИ и КБ, а задачи неопределенности при перспективном планировании. Если коэффициенты модели зависят от некоторых параметров, то подобные задачи решаются методами параметрического программирования.

33. Выделить множество Парето. Имеется множество альтернатив $X = \{x_1, x_2, \dots, x_m\}$, оцениваемых по набору критериев $F = \{f_1, \dots, f_m\}$ с помощью единой шкалы (более предпочтительной считается более высокая оценка).

	F1	F2	F3	F4
X1	4	5	2	2

X2	3	7	3	1
X3	3	5	1	6
X4	6	8	3	2

Ответ:

Проводим сравнение критериев попарно. Так сравниваем критерии X1 и X4.

	F1	F2	F3	F4
X1	4	5	2	2
X4	6	8	3	2

6 больше 4, 8 больше 5, 3 больше 2, 2 равно 2.

Видим, что по всем критериям альтернатива X4 не хуже альтернативы X1 (по 3 критериям лучше, а по 1 равна), это значит, что альтернатива X4 доминирует над альтернативой X1. Исключаем X1 из множества Парето.

	F1	F2	F3	F4
X2	3	7	3	1
X3	3	5	1	6
X4	6	8	3	2

Аналогично сравнивая X2 и X4, исключаем X2.

	F1	F2	F3	F4
X3	3	5	1	6
X4	6	8	3	2

А вот X3 и X4 между собой не доминируют, поэтому эти альтернативы и входят в множество Парето.

Оператор ЭДО ООО "Компания "Тензор"

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

СОГЛАСОВАНО

ФГБОУ ВО "РГРТУ", РГРТУ, Перфильев Сергей Валерьевич,
Заведующий кафедрой ГМКУ

Простая подпись