

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«Рязанский государственный радиотехнический университет»

Кафедра «Космические технологии»

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по дисциплине

Б1.О.24 «Теория принятия решений»

Направление подготовки — 02.03.00 «Компьютерные и информационные
науки» Направленность – 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Квалификация выпускника –

бакалавр Форма обучения - очная

Нормативный срок обучения - 4

Оценочные материалы – это совокупность учебно-методических материалов (контрольных заданий, описаний форм и процедур), предназначенных для оценки качества освоения обучающимися данной дисциплины как части основной образовательной программы.

Цель – оценить соответствие знаний, умений и уровня приобретенных компетенций, обучающихся целям и требованиям основной образовательной программы в ходе проведения текущего контроля и промежуточной аттестации.

Основная задача – обеспечить оценку уровня сформированности общекультурных и профессиональных компетенций, приобретаемых обучающимися в соответствии с этими требованиями.

Контроль знаний проводится в форме текущего контроля и промежуточной аттестации. Текущий контроль успеваемости проводится с целью определения степени усвоения учебного материала, своевременного выявления и устранения недостатков в подготовке обучающихся и принятия необходимых мер по совершенствованию методики преподавания учебной дисциплины (модуля), организации работы обучающихся в ходе учебных занятий и оказания им индивидуальной помощи.

К контролю текущей успеваемости относятся проверка знаний, умений и навыков, приобретённых обучающимися на практических занятиях.

На практических занятиях допускается использование либо системы «зачтено – не зачтено», либо рейтинговой системы оценки, при которой, например, правильно решенная задача оценивается определенным количеством баллов. При поэтапном выполнении учебного плана баллы суммируются. Положительным итогом выполнения программы является определенное количество набранных баллов.

Контроль по дисциплине осуществляется проведением экзамена. Форма проведения экзамена – устный ответ по утвержденным экзаменационным билетам, сформулированным с учетом содержания учебной дисциплины. В экзаменационный билет включается два теоретических вопроса и один практический. В процессе подготовки к устному ответу экзаменуемый может составить в письменном виде план ответа, включающий в себя определения, формулы, алгоритмы, рисунки и т.п. Ответ на практический вопрос, также предоставляется в письменном виде.

Паспорт оценочных материалов по дисциплине

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части)	Вид, метод, форма оценочного мероприятия
1	2	3	4
1	ТЕМЫ 1-3	ПК-3 ПК-7	Зачет Реферат
2	ТЕМЫ 4-6	ПК-7	Зачет Типовой расчет
3	ТЕМЫ 7-9	ПК-3; ПК-7	Зачет
4	ТЕМЫ 10-12	ПК-7	Зачет Коллоквиум
5	ТЕМЫ 13-15	ПК-7	Зачет Задание для сам. работы
6	ТЕМЫ 16-18	ПК-7	Зачет
7	ТЕМЫ 19-23	ПК-3 ПК-7	Контр. раб. Зачет

Критерии оценивания компетенций (результатов)

- 1) Уровень усвоения материала, предусмотренного программой.
 - 2) Умение анализировать материал, устанавливать причинно-следственные связи.
 - 3) Качество ответа на вопросы: полнота, аргументированность, убежденность, логичность.
 - 4) Содержательная сторона и качество материалов, приведенных в отчетах студента по лабораторным работам, практическим занятиям.
 - 5) Использование дополнительной литературы при подготовке ответов.
- Уровень освоения сформированности знаний, умений и навыков по дисциплине оценивается в форме балльной отметки:

«Отлично» заслуживает студент, обнаруживший всестороннее, систематическое и глубокое знание учебно-программного материала, умение свободно выполнять задания, предусмотренные программой, усвоивший основную и знакомый с дополнительной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «отлично» выставляется студентам, усвоившим взаимосвязь основных понятий дисциплины в их значении для приобретаемой профессии, проявившим творческие способности в понимании, изложении и использовании учебно-программного материала.

«Хорошо» заслуживает студент, обнаруживший полное знание учебно-программного материала, успешно выполняющий предусмотренные в программе задания, усвоивший основную литературу, рекомендованную в программе. Как правило, оценка «хорошо» выставляется студентам, показавшим систематический характер знаний по дисциплине и способным к их самостоятельному пополнению и обновлению в ходе дальнейшей учебной работы и профессиональной деятельности.

«Удовлетворительно» заслуживает студент, обнаруживший знания основного учебно-программного материала в объеме, необходимом для дальнейшей учебы и предстоящей работы по специальности, справляющийся с выполнением заданий, предусмотренных программой, знакомый с основной литературой, рекомендованной программой. Как правило, оценка «удовлетворительно» выставляется студентам, допустившим погрешности в ответе на экзамене и при выполнении экзаменационных заданий, но обладающим необходимыми знаниями для их устранения под руководством преподавателя.

«Неудовлетворительно» выставляется студенту, обнаружившему пробелы в знаниях основного учебно-программного материала, допустившему принципиальные ошибки в выполнении предусмотренных программой заданий. Как правило, оценка «неудовлетворительно» ставится студентам, которые не могут продолжить обучение или приступить к профессиональной деятельности по окончании вуза без дополнительных занятий по соответствующей дисциплине.

Оценка «зачтено» выставляется студенту, который прочно усвоил предусмотренный программный материал; правильно, аргументировано ответил на все вопросы, с приведением примеров; показал глубокие систематизированные знания, владеет приемами рассуждения и сопоставляет материал из разных источников: теорию связывает с практикой, другими темами данного курса, других изучаемых предметов; без ошибок выполнил практическое задание.

Обязательным условием выставленной оценки является правильная речь в быстром или умеренном темпе. Дополнительным условием получения оценки «зачтено» могут стать хорошие успехи при выполнении курсового проекта и контрольной работы, систематическая активная работа на лабораторных, практических и семинарских занятиях.

Оценка «не зачтено» выставляется студенту, который не справился с 50% вопросов и заданий билета, в ответах на другие вопросы допустил существенные ошибки. Не может ответить на дополнительные вопросы, предложенные преподавателем.

Целостного представления о взаимосвязях, компонентах, этапах развития культуры у студента нет.

Оценивается качество устной и письменной речи, как и при выставлении положительной оценки.

Типовые контрольные задания или иные материалы

Вопросы к зачету по дисциплине (модулю)

Вопросы к лекциям

1. <i>Принятие решений в методологии и организации процесса управления. Сущность управленческих решений. Основные понятия.</i>
2. <i>Постановка задачи принятия решения. Классификация задач. Принятие решения в условиях определенности информации.</i>
3. <i>Принятие решений в условиях вероятностной определенности, неопределенности и риска. Методы принятия решений.</i>
4. <i>Концепция принятия решения. Измерения при формировании решения.</i>
5. <i>Процесс разработки принятия решения. Формирование ограничений и критериев принятия решений.</i>
6. <i>Подбор экспертов. Метод «снежного кома». Получение информации о проблемной ситуации.</i>
7. <i>Генерирование альтернативных вариантов решений. Разработка сценариев развития ситуации. Принятие решения.</i>
8. <i>Контроль реализации плана и анализ результатов развития ситуации после управляющих воздействий.</i>
9. <i>Методы разработки и принятия решений. Инструменты принятия решений.</i>
10. <i>Анализ методов принятия решений при разработке сложных технических систем.</i>
11. <i>Системы подготовки принятия решений (СППР). Основные понятия и определения.</i>
12. <i>Корпоративная ИС (КИС). История развития КИС.</i>
13. <i>Классификация СППР. Применение СППР для получения конкурентных преимуществ.</i>
14. <i>Программное обеспечение СППР. Модели данных.</i>
15. <i>Методы анализа данных в СППР. Основные понятия и определения.</i>
16. <i>Основы анализа данных в СППР. Системы основанные на знаниях. Машинное обучение. Описательная статистика.</i>
17. <i>Корреляционный анализ. Коэффициент корреляции Пирсона.</i>
18. <i>Регрессионный анализ. Введение в классификацию и регрессию.</i>
19. <i>Статистические методы. Линейная и логистическая регрессия. Бейсовская классификация.</i>
20. <i>Простая линейная регрессия. Метод наименьших квадратов.</i>
21. <i>Методы классификации и прогнозирования. Деревья решений. Алгоритмы.</i>
22. <i>Методы опорных векторов (Support Vector Machin). Линейный SVM. Метод ближнего соседа.</i>
23. <i>Модели нейронных сетей в программном исполнении для принятия обоснованных решений.</i>

Вопросы к лабораторным работам

Контрольные вопросы к ЛБ 1

1. Какие данные называются структурированными?
2. Является ли обычный текст структурированными данными, почему?
3. Могут ли в одном поле одновременно содержаться строковые и вещественные данные?
4. Должны ли быть строки типизированными?
5. Является ли таблица способом структурированного представления данных?

6. Какова структура текстового файла с разделителями?
7. Можно ли использовать для разделения столбцов одновременно пробелы и запятые?
8. Можно ли использовать в структурированном текстовом файле несколько однотипных символов разделителей подряд?

Контрольные вопросы к ЛБ 3

1. Что понимается под пропусками данных?
2. Идентично ли значение «ноль» в таблице пропуску в данных?
3. В чем опасность пропусков данных?
4. Какие методы обработки пропусков данных вам известны?

Контрольные вопросы к ЛБ 4

1. Какие записи называются противоречивыми? Приведите примеры.
2. Какие записи называются дубликатами? Приведите примеры.
3. Всегда ли дублирующие записи должны удаляться?
4. Какие проблемы при анализе данных вызывают дубликаты?
5. Почему противоречивые записи ухудшают качество анализа данных?

Контрольные вопросы к ЛБ 5

1. В чем заключается принцип табличной подстановки значений?
2. Почему ручная замена значений в аналитических приложениях неэффективна?
3. В каких случаях может потребоваться табличная замена данных?
3. Какова структура таблиц подстановки в аналитическом приложении Deductor Studio?

Контрольные вопросы к ЛБ 6

1. Что такое фильтрация данных, и каковы цели ее использования?
2. Что является результатом фильтрации?
3. Из чего состоит фильтр для данных?
4. Какие типы условий фильтрации вам известны?

Контрольные вопросы к ЛБ 7

1. В чем заключается процедура квантования?
2. Что такое интервал квантования и уровень квантования?
3. Как влияет число интервалов квантования на точность представления данных?
4. Каковы цели и задачи процедуры квантования?
5. В каком случае рекомендуется применять равномерное квантование?

Контрольные вопросы к ЛБ 9

1. Переменные какого типа могут использоваться в регрессионной модели? а) строковые; б) числовые; в) логические; г) любого из перечисленных.
2. Какие виды факторов, описывающие исследуемые бизнес-процессы и объекты, Вы можете указать?
3. Какие из перечисленных признаков Вы бы выбрали в качестве входных при построении модели сельхозпредприятия: а) число работников; б) поголовье КРС; в) площадь земель; г)

средние надои; д) наименование предприятия; е) прибыль предприятия.

4. Какие факторы называют латентными?
5. Влияние какой группы факторов вносит случайность в регрессионную модель: а) входных; б) выходных; в) латентных; г) всех.
6. Запишите уравнение простой линейной регрессии. Как интерпретируются его коэффициенты?
7. Запишите уравнение множественной линейной регрессии. Как интерпретируются его коэффициенты?

Контрольные вопросы к ЛБ 14

1. Что такое нейронная сеть, и какова ее структура?
2. Как работает искусственный нейрон?
3. Какую роль играет активационная функция нейрона?
4. Нарисуйте график и запишите формулу логистической функции.
5. Опишите структуру плоскостной НС.
6. Из каких групп слоев состоит плоскостная НС?
7. В чем заключается процесс обучения НС?
8. Что такое алгоритм обучения НС?
9. Как определяется выходная ошибка НС, и какую роль она играет в процессе ее обучения?

Контрольные вопросы к ЛБ 15

1. Какова структура дерева решений?
2. Из каких объектов состоит дерево решений?
3. В чем отличие узла от листа?
4. Для каких задач Data Mining может использоваться дерево решений?
5. Какой вид правил используется в деревьях решений?
6. Всегда ли дерево, распознавшее все обучающие примеры, является наилучшим?
7. Какие существуют два способа упрощения деревьев решений?
8. Почему узлы и листья, содержащие всего несколько примеров, имеет смысл отсекавать?

Типовые задания для самостоятельной работы

Чтение и анализ научной литературы по темам и проблемам курса.
Конспектирование, аннотирование научных публикаций.

Рецензирование учебных пособий, монографий, научных статей, авторефератов. Анализ нормативных документов и научных отчётов.

Реферирование научных источников.

Сравнительный анализ научных публикаций, авторефератов и др.

Проектирование методов исследования и исследовательских методик и др.

Решение технических задач для принятия оптимальных решений с использованием СППР (DEDUCTOR), MathCad (SMATH STUDIO DESKTOP), LAZARUS.

Подготовка выступлений для коллективной дискуссии.

Критерии оценивания компетенций (результатов)

1. Уровень усвоения материала, предусмотренного программой.
2. Умение анализировать материал, устанавливать причинно-следственные связи.
3. Ответы на вопросы: полнота, аргументированность, убежденность, умение четко формулировать основные выводы.
4. Качество ответа (его общая композиция, логичность, убежденность, общая эрудиция)
5. Использование дополнительной литературы при подготовке ответов.

План практических и лабораторных занятий (48 часов)

Типовые примеры с решениями и задачи для самостоятельной работы

Пример 1. Правила принятия решения без использования численных значений вероятностей исходов.

Максимаксное решение – максимизация максимума доходов.

Максиминное решение – максимизация минимума доходов.

Минимаксное решение – минимизация максимума возможных потерь.

Пример. В начале каждого дня необходимо решить вопрос, сколько товара следует иметь в запасе, чтобы удовлетворить спрос. Единица товара обходится в \$0,7. Продается за \$1,3. Продать невостребованный товар на следующий день невозможно, поэтому остаток распродается в конце дня по \$0,3 за единицу.

Таблица 1.1. Спрос на товар

Спрос на товар в день, шт.	1	2	3	4	5	
Частота	5	10	15	15	5	50
Относительная частота (вероятность)	0,1	0,2	0,3	0,3	0,1	1

В таблице приведены данные по продажам в предыдущие периоды:

Необходимо определить, сколько товара должно быть закуплено в начале каждого дня.

Решение.

Итак, в начале каждого дня можно закупить для последующей продажи от 1 до 5 единиц товара. В общем, решение и его исходы примерно равны. Но, имея возможность принимать решения, нельзя контролировать исходы. Покупатели определяют их сами. Поэтому исходы представляют фактор неопределенности. Чтобы определить вероятность каждого исхода. Составим список возможных решений и соответствующих им исходов. В таблице рассчитаны доходы для любой комбинации решений и исходов.

Таблица 1.2. Доход (прибыль) в день, \$

Возможные исходы: спрос на товар в день	Число закупленного для продажи товара (возможные решения)				
	1	2	3	4	5
1	$1,3 - 0,7 = 0,6$	$1,3 + 0,3 - 0,7 * 2 = 0,2$	$1,3 + 0,3 * 2 - 0,7 * 3 = -0,2$	$1,3 + 0,3 * 3 - 0,7 * 4 = -0,6$	$1,3 + 0,3 * 4 - 0,7 * 5 = -1$
2	0,6	1,2	0,8	0,4	0
3	0,6	1,2	1,8	1,4	1
4	0,6	1,2	1,8	2,4	2
5	0,6	1,2	1,8	2,4	3

Используя каждое из правил, необходимо ответить на вопрос, сколько товара должна закупить фирма в начале каждого дня.

Правило максимакса – максимизация максимума доходов.

Каждому возможному решению в приведенной выше таблице соответствуют максимальные доходы. Сведем их в таблицу.

Таблица 1.3. Максимальные доходы

Количество закупаемого товара в день	Максимальный доход в день
1	0,6
2	1,2
3	1,8
4	2,4
5	3 - максимум

По этому правилу мы закупим в начале дня 5 единиц товара. Это подход карточного игрока: игнорируя возможные потери, рассчитывать на максимально возможный доход.

Правило максимина - максимизация минимального дохода.

Каждому возможному решению соответствуют свои минимальные доходы. Сведем их в таблицу.

Таблица 1.4. Минимальные доходы

Количество закупаемого товара в день	Минимальный доход в день
1	0,6 - максимум
2	0,2
3	-0,2
4	-0,6
5	-1

По этому решению мы закупим 1 единицу товара, чтобы максимизировать минимальный доход. Это очень осторожный подход в принятии решения.

Правило минимакса – минимизация максимально возможных потерь.

В данном случае больше внимания уделяется возможным потерям, чем доходам. Ниже приведена таблица возможных потерь, которая дает представление о прибылях каждого исхода, потерянных в результате неправильно принятого решения. Например, если спрос составляет 2 единицы, и было закуплено 2 единицы, то доход составляет - \$1,2,

Таблица 1.5. Возможные потери в день*

Возможные исходы: спрос на товар в день		Число закупленного для продажи товара (возможные решения)				
		1	2	3	4	5
	Макс доход					
1	<u>0,6</u>	= <u>0,6</u> -0,6** =0	= <u>0,6</u> -0,2* =0,4	= <u>0,6</u> - (-0,2)*=0,8	1,2	1,6
2	<u>1,2</u>	0,6	0	0,4	0,8	1,2
3	<u>1,8</u>	1,2	0,6	0	0,4	0,8
4	<u>2,4</u>	1,8	1,2	0,6	0	0,4
5	<u>3</u>	2,4	1,8	1,2	0,6	0

* - все разности необходимо брать по абсолютной величине, потери не м.б. отрицательными

** - соответствующий реальный доход из табл. 1.2

и максимальный доход равен \$1,2. Если же закупили 3 единицы, а спрос был на 2 единицы, то доход составляет \$0,8 (соответствующее значение из табл. 2), а максимально возможный доход при спросе в 2 единицы - \$1,2, и мы недополучили \$0,4. Это и есть – возможные потери или упущенные доходы.

Теперь для каждого решения выбираем максимально возможные потери.

Таблица 1.6. Максимально возможные потери

Минимальная величина максимальных потерь возникает в результате закупки 3 или 4 единиц товара. Все рассмотренные критерии принятия решения приводят к различным результатам. Поэтому сначала необходимо выбрать тот критерий, который считается приемлемым.

Пример 2. Использование математического ожидания и стандартного отклонения для оценки риска.

В результате использования правила максимизации доходов или минимизации потерь мы получаем оценку для каждого исхода в виде таблицы доходов, чтобы выбрать наилучшее решение. В ней приводится разброс доходов для каждого исхода, анализ которого дает возможность оценить риск каждого решения. Альтернативный подход к оценке риска заключается в вычислении стандартного отклонения доходов. Далее рассмотрим пример оценки альтернативных инвестиционных проектов. Несмотря на то, что в этом случае и в предыдущем примере с закупкой товара арифметически два варианта решаются совершенно одинаково, между ними существует значительная разница. Решение, принимаемое в предыдущем примере, остается неизменным изо дня в день, и идея ожидаемых доходов проста для понимания, тогда как решения об инвестициях принимается лишь однажды, что затрудняет понимание значения ожидаемых доходов на практике.

Пример. Ниже приведены возможные чистые доходы и их вероятности для двух вариантов вложений.

Таблица 2.1. Вероятности возможной чистой прибыли

Варианты решений								
Чистая прибыль, тыс. \$	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
Вероятности:								
Инвестиция 1	0	0	0,1	0,2	0,3	0,2	0,2	0
Инвестиция 2	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,1	0,2	0,2

Ожидаемая прибыль $E = \sum (\text{доход} * \text{вероятность})$

$$E_{11} = (-3*0) + (-2*0) + (-1*0,1) + (0*0,2) + (1*0,3) + (2*0,2) + (3*0,2) + (4*0) = 1,2$$

$$E_{12} = (-3*0,1) + (-2*0,1) + (-1*0,1) + (0*0,1) + (1*0,1) + (2*0,1) + (3*0,1) + (4*0,1) = 1,1$$

Если принимать во внимание только ожидаемую прибыль, то инвестиция 1, безусловно, предпочтительнее. Если бы решение об инвестициях принималось многократно, то прибыль в среднем составляла бы \$1200. Однако правило принятия решения не учитывает риск, связанный с инвестициями, т.е. разброс возможных исходов.

Этот риск может быть определен с помощью дисперсии и стандартного отклонения прибыли. Расчет дисперсии осуществляется по формуле:

$$D = \sum p \times x^2 - (E(x))^2$$

$$E(x) = \sum p \times x$$

где x – прибыль на инвестиции;

p – вероятность получения данной прибыли.

Рассчитаем среднюю прибыль и дисперсию для двух инвестиций.

Таблица 2.2. Расчет средней прибыли и дисперсии для инвестиций.

<i>Прибыль, тыс. \$</i>	<i>Инвестиция 1</i>			<i>Инвестиция 2</i>		
<i>x</i>	<i>p</i>	<i>px</i>	<i>px²</i>	<i>p</i>	<i>px</i>	<i>px²</i>
-3	0	0	0	0,1	-0,3	0,9
-2	0	0	0	0,1	-0,2	0,4
-1	0,1	-0,1	0,1	0,1	-0,1	0,1
0	0,2	0	0	0,1	0	0
1	0,3	0,3	0,3	0,1	0,1	0,1
2	0,2	0,4	0,8	0,1	0,2	0,4
3	0,2	0,6	1,8	0,2	0,6	1,8
4	0	0	0	0,2	0,8	3,2
<i>Всего:</i>	<i>1</i>	<i>1,2</i>	<i>3</i>	<i>1</i>	<i>1,1</i>	<i>6,9</i>

Инвестиция 1: $Du1 = 3 - 1,2^2 = 1,56$ (тыс. \$)

Стандартное отклонение прибыли = 1.56 (тыс.\$)

Инвестиция 2:

$Du2 = 6,9 - 1,1^2 = 5,69$ (тыс. \$)

Стандартное отклонение прибыли = 5.69 (тыс.\$)

Таким образом, риск по инвестиционному проекту 1 меньше, т.к. дисперсия прибыли намного меньше, чем по инвестиционному проекту 2.

Сведем в таблицу ожидаемые прибыли и стандартные отклонения для двух вариантов инвестиционных проектов.

Таблица 2.3. Математическое ожидание и стандартное отклонение для двух вариантов инвестиций.

<i>Проект</i>	<i>Ожидаемая прибыль</i>	<i>Стандартное отклонение</i>
<i>1</i>	<i>1.2</i>	<i>1.56</i>
<i>2</i>	<i>1.1</i>	<i>5.69</i>

Анализируя данные таблицы, можно прийти к выводу, что как большая ожидаемая прибыль, так и меньший разброс говорят в пользу инвестиционного проекта 1.

Пример 3. Дерево решений.

Пример, который рассматривался выше, включал в себя одноэтапное решение. Однако, на практике результат одного решения влечет за собой принятие следующего решения. Для данного случая используется схема «Дерево решений». Ее используют, когда нужно принять несколько решений в условиях неопределенности, при этом каждое следующее решение зависит от исхода предыдущего или исходов испытаний. Составляя дерево, сначала обозначают корень – исходная проблемная ситуация. Ветви обозначают возможные альтернативные решения, которые могут быть приняты и возможные исходы, возникающие в результате этих решений. Пунктирные линии используются для соединения квадратов возможных решений, сплошные линии – для соединения кружков возможных исходов. Квадрат – принятие решения, кружок – исход. Т.к. ЛПР не может влиять на появление исходов, ему необходимо лишь вычислять вероятности их появления. *Пример.* Для финансирования проекта предпринимателю необходимо занять сроком на 1 год 15000\$. Банк может одолжить эти деньги за 15% годовых или вложить в дело со 100% возвратом суммы, но под 9% годовых. Из прошлого опыта банкиру известно, что 4% таких клиентов ссуду не возвращают. Возникает вопрос: давать заем или нет? Это пример задачи с одним решением, поэтому можно воспользоваться как таблицей доходов так и деревом. Рассмотрим оба варианта.

Вариант а) – по таблице доходов.

$$\text{Чистый доход} = ((15000 + 0,15 \cdot 15000) - 15000) = 2250\$$$

Таблица 3.1. Чистый доход в конце года

Возможные исходы	Возможные решения		Вероятность
	Выдавать заем	Не выдавать заем	
Клиент заем возвращает	2250	1350	0,96
Клиент заем не возвращает	-15000	1350	0,04
Ожидаемый чистый доход	1560	1350	

Если банк решает выдать заем, то максимальный ожидаемый чистый доход – 1560\$.

Вариант б) – дерево решений

В данном случае используем также критерий максимизации ожидаемого в конце года чистого дохода. Далее расчет ведется аналогично расчетам по таблице достигаемый чистый доход в точках А и В вычисляется следующим образом:



В точке А:

$$E(\text{давать заем}) = (17250 \cdot 0,96 + 0 \cdot 0,04) - 15000 = 16560 - 15000 = 1560$$



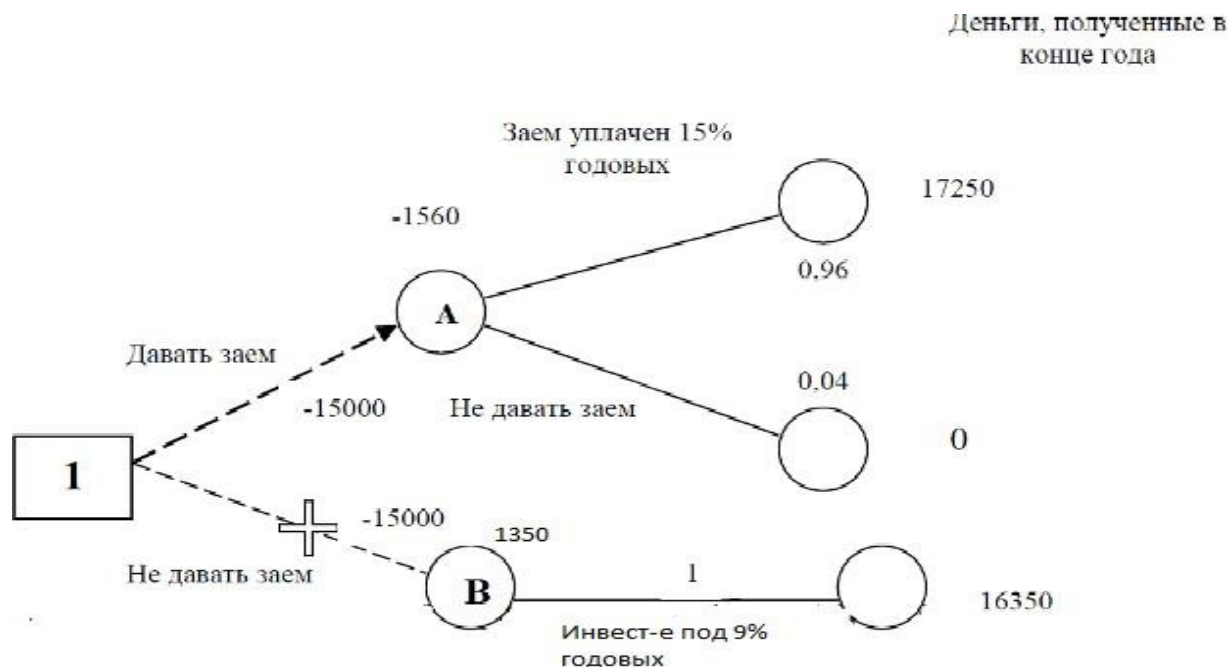
В точке В:

$$E(\text{не давать заем}) = (1350 \cdot 1 - 15000) = 1350$$

Поскольку ожидаемый чистый доход больше в точке А, то принимается решение выдать заем. Рассмотрим ситуацию более сложную, чем в предыдущем примере, а

именно: банк решает вопрос, проверять ли конкурентоспособность клиента перед выдачей ссуды. Аудиторская фирма берет с банка \$80 за каждую проверку. В результате перед банком стоит 2 проблемы:

- Проводить проверку или нет;



- Выдавать после этого заем или нет.

Решая первую проблему, банк проверяет правильность аудиторских сведений. Для этого проводился анализ выборки из 1000 фирм, которые были проверены и которым в последствии выдавались ссуды.

Таблица 3.2. Рекомендации аудиторской фирмы и возврат ссуды

Рекомендации после проверки кредитоспособности	Фактический результат		
	Клиент ссуду вернул(1)	Клиент ссуду не вернул(2)	Всего
Давать ссуду (1)	735	15	750
Не давать ссуду (2)	225	25	250
Всего	960	40	1000

Каково решение банка?

Решение.

Этап 1. Используя данные таблицы вычислим вероятности каждого исхода.

$$P(1,1) = 735/750 = 0,98$$

$$P(1,2) = 15/750 = 0,02$$

$$P(2,1) = 225/250 = 0,9$$

$$P(2,2) = 25/250 = 0,1$$

Этап 2. Строим дерево, проставляя вычисленные вероятности.

Этап 3. На этом этапе проставим денежные исходы каждого из узлов, используя результаты полученные ранее. Любые встречающиеся расходы вычитаем из ожидаемых доходов. Таким образом, подсчитываем все дерево. После того, как пройдены квадраты решений, выбираем ветвь, ведущую к наибольшему ожидаемому доходу из возможных при данном решении. Другая ветвь зачеркивается, а ожидаемый доход проставляется над квадратом решения. Сначала посмотрим на кружки В и С, являющиеся следствием квадрата 2 («выдавать ли заем клиенту?»).

Доход, ожидаемый от исхода В:

$$M(B) = 17250 \cdot 0,98 + 0 \cdot 0,02 = 16905$$

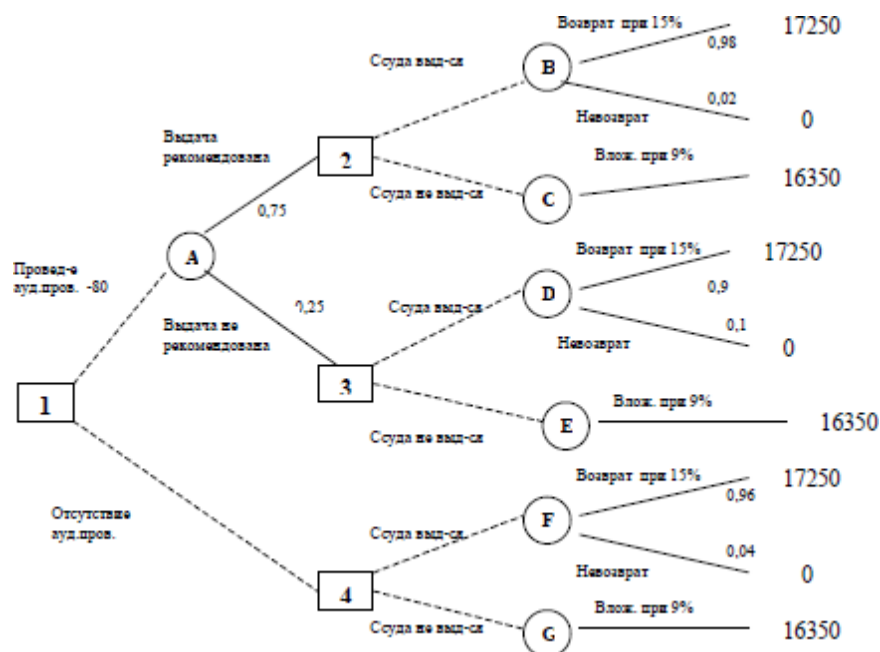
Чистый доход

$$NM(B) = 16905 - 15000 = 1905$$

Доход, ожидаемый от исхода С:

$$M(C) = 16350 \cdot 1 = 16350$$

Чистый доход



$$NM(B) = 16350 - 15000 = 1350$$

Предположим, что мы находимся в квадрате 2. Максимальный ожидаемый доход 1905 в кружке В. Поэтому принимаем решение выдавать заем. Приняв решение, корректируем дерево, проставив чистый ожидаемый доход 1905 над квадратом 2. Ветвь «не выдавать заем» зачеркивается. То же самое с кружками D и E – результатами решения 3.

Доход, ожидаемый от исхода D

$$M(D) = 17250 \cdot 0,9 + 0 \cdot 0,1 = 15525$$

Чистый доход

$$NM(D) = 15525 - 15000 = 525$$

Доход, ожидаемый от исхода E

$$M(E) = 16350 \cdot 1 = 16350$$

Чистый доход

$$NM(E) = 16350 - 15000 = 1350$$

Если бы мы были в квадрате 3, то максимальный ожидаемый доход был бы 1350 и можно принимать решение «не выдавать заем». Таким образом, над квадратом 3 проставляем 1350, и зачеркиваем ветвь «выдавать заем». Приступаем к расчету кружков F и G, которые являются результатами решения 4.

Доход, ожидаемый от исхода F

$$M(F) = 17250 \cdot 0,96 + 0 \cdot 0,04 = 16560$$

Чистый доход

$$NM(F) = 16560 - 15000 = 1560$$

Доход, ожидаемый от исхода G

$$M(G) = 16350 \cdot 1 = 16350$$

Чистый доход

$$NM(G) = 16350 - 15000 = 1350$$

Т.о., над квадратом 4 проставляем доход 1560, а альтернативную ветвь зачеркиваем.

Теперь перейдем к узлам 1 и A.

$$M(A) = (1950 \cdot 0,75) + (1350 \cdot 0,25) = 1766$$

$$NM(A) = 1766 - 80 = 1686$$

Следовательно, над квадратом 1 проставляем максимум из 1686 и 1560 и перечеркиваем альтернативную ветвь «не проводить аудиторскую проверку».

Таким образом, последовательность решений, ведущих к максимальному ожидаемому доходу, будет следующая:

- воспользуемся результатами аудиторской проверки в квадрате 1;
- выдавать заем в квадрате 2;
- или не выдавать с вложением под 9% годовых в квадрате 3.

Пример 4. Максимизация (минимизация) целевой функции при ограничениях.

Для принятия обоснованного решения необходимо определить максимум функции $f(x)$ при ограничении $a \leq x \leq b$, где a и b – границы изменения значений переменной x . Так как функция исследуется на заданном интервале, проверку наличия локального оптимума необходимо проводить не только в стационарных точках, но и в граничных точках интервала.

Последовательность действий

1. Приравнять $df/dx = 0$ и найти все стационарные точки.
2. Выбрать все стационарные точки, расположенные в интервале $[a, b]$ и точки a и b на границах интервала.
3. Найти наибольшее значение функции в точках, определенных в п. 2. Данное значение соответствует глобальному максимуму.

Для поиска глобального минимума алгоритм остается тем же, но в п. 3 находится минимум функции.

Пример 4.1. Исследовать целевую функцию вида:

$$f(x) = 5x^6 - 36x^5 + \frac{165}{2}x^4 - 60x^3 + 36,$$

определенную на всей оси. Найти стационарные точки и классифицировать их.

Ход решения.

$$\frac{df(x)}{dx} = 30x^5 - 180x^4 + 330x^3 - 180x^2 = 30x^2(x-1)(x-2)(x-3).$$

Первая производная исследуемой функции.

Первая производная обращается в ноль в точках: $x^0 = 0$, $x_1 = 1$, $x_2 = 2$, $x_3 = 3$, следовательно, эти точки можно классифицировать как стационарные.

Вторая производная функции равна

$$\frac{d^2 f(x)}{dx^2} = 150x^4 - 720x^3 + 990x^2 - 360x.$$

Значения функции и второй производной в стационарных точках приведены в табл. 4.1.

Таблица 4.1. Значения функции и второй производной в стационарных точках

Стационарные точки x	Функция $f(x)$	Вторая производная $\frac{d^2 f(x)}{dx^2}$
0	36	0
1	27,5	60
2	44	-120
3	5,5	540

Из табл. 4.1 следует вывод, что $x^1 = 1$, $x_3 = 3$ – точки локальных минимумов, а $x_2 = 2$ – точка локального максимума. Чтобы идентифицировать точку $x^0 = 0$, вычислим третью производную:

$$\frac{d^3 f(x)}{dx^3} = (600x^3 - 2160x^2 + 1980x - 360) \Big|_{x=0} = -360.$$

Так как данная производная отлична от нуля и имеет нечетный порядок, то точка $x^0 = 0$ является не точкой оптимума, а точкой перегиба.

Листинг программы в пакете MathCAD 15 приведен в [2] (см. прил. А – рис. А1).

При выполнении примера студент должен знать следующие разделы MathCAD 15:

- Ввод переменных, переменных с нижним индексом, сопроводительного текста.
- Размещение переменных в сопроводительном тексте.
- Просмотр результатов расчета и редактирование числа выводимых десятичных знаков.
- Определение однострочной функции и ее вызов.
- Символьное решение уравнения.
- Операции с матрицами, доступ к элементам матрицы.
- Решение уравнения с помощью функции root(f, x).
- Векторизация.

- Комплексные переменные.
 - Символьное и численное дифференцирование выражений.
 - Символьное разложение на множители.
 - Дискретный аргумент.
 - Построение и редактирование двумерных графиков. Нанесение на один график нескольких кривых.
- Для получения графика в виде, приведенном на листинге программы, необходимо настроить вкладки диалогового окна (вызывается двойным щелчком мышки на графике) Formatting Currently Selected X–Y Plot, как показано на рис. 4.1–4.4.

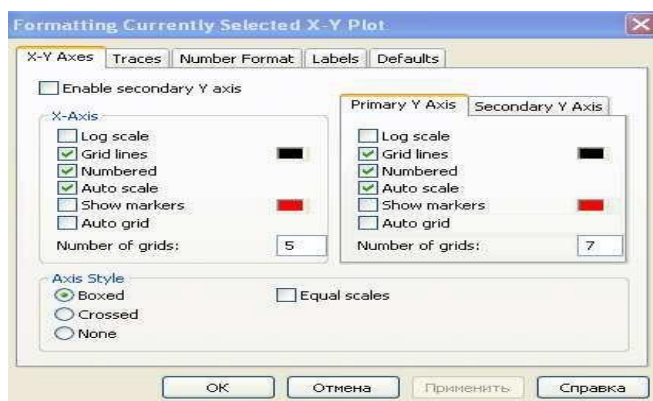


Рис. 4.1. Настройка вкладки X–Y Axes (пример 4.1)

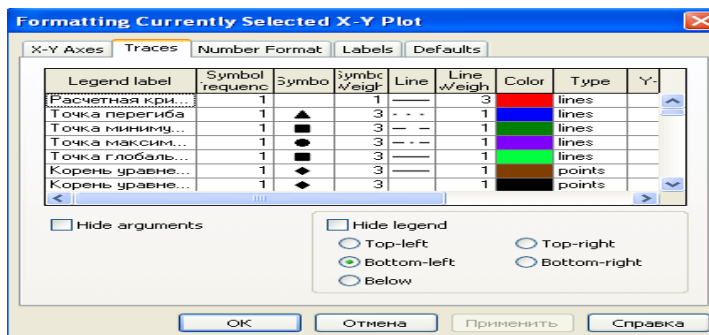


Рис. 4.2. Настройка вкладки Traces (пример 4.1)

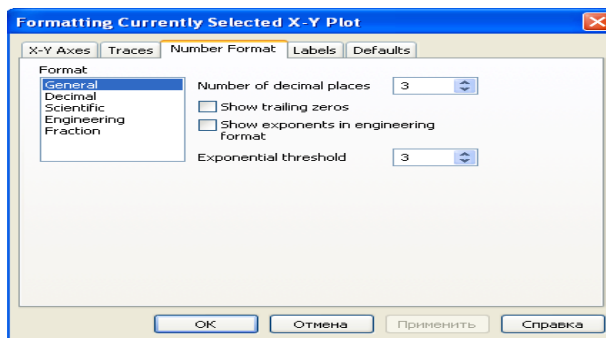


Рис. 4.3. Настройка вкладки Number Format (пример 4.1)

Рис. 4.4. Редактирование диапазонов выводимых значений на графике (пример 4.1)

Пример 4.2. Минимизировать целевую функцию вида:

$$f(x) = -x^3 + 3 \cdot x^2 + 9 \cdot x + 10$$

на интервале $-2 \leq x \leq 4$.

Ход решения.

Определить стационарные точки, приравняв выражение для первой производной нулю:

$$\frac{d f(x)}{dx} = -3x^2 + 6x + 9 = 0.$$

Решая это уравнение, получаем стационарные точки $x^0 = 3$ и $x_1 = -1$, которые расположены внутри заданного интервала. Для того чтобы найти глобальный максимум, вычислим значения $f(x)$ в точках $x_0 = 3$, $x_1 = -1$, $x_2 = -2$, $x_3 = 4$: $f(x_0) = 37$, $f(x_1) = 5$, $f(x_2) = 12$, $f(x_3) = 30$.

Таким образом, точка $x^0 = 3$ соответствует максимальному значению $f(x)$ на интервале $-2 \leq x \leq 4$.

При выполнении примера студент должен знать следующие разделы MathCAD 15:

- Ввод переменных, переменных с нижним индексом, сопроводительного текста.
- Размещение переменных в сопроводительном тексте.
- Просмотр результатов расчета и редактирование числа выводимых десятичных знаков.
- Определение однострочной функции и ее вызов.
- Операции с массивами, доступ к элементам массива.

- Векторизация.
- Численное дифференцирование.
- Использование расчетного блока Given–Find.
- Дискретный аргумент.
- Построение и редактирование двумерных графиков. Нанесение на один график нескольких кривых.

Задачи для самостоятельного решения

1. Найти стационарные точки уравнения (используя символьный и численный методы) $f(x) = x^3 + 2x^2 - x + 3$ для всех $x \in \mathbb{R}$, классифицировать их, построить график функции и нанести на него стационарные точки.
2. Найти стационарные точки уравнения (используя символьный и численный методы) $f(x) = x^3$ для всех $x \in \mathbb{R}$, классифицировать их, построить график функции и нанести на него стационарные точки.
3. Найти стационарные точки уравнения (используя символьный и численный методы) $f(x) = -16 - 60x - 52x^2 + x^3 - 12x^4 + 4x^5$ в интервале $-1 \leq x \leq 5$, классифицировать их, найти глобальные минимум и максимум, построить график функции и нанести на него все точки.
4. Найти стационарные точки уравнения (используя символьный и численный методы) $f(x) = -16 - 60x^3 + x^2(4x^3 - 12x^2 + x + 52)$ в интервале $-4 \leq x \leq 6$, классифицировать их, найти глобальные минимум и максимум, построить график функции и нанести на него стационарные точки.
5. Найти стационарные точки уравнения (используя численный и символьный методы) $f(x) = -16 + 4x + 124x^2 - 31x^3 - 224x^4 + 56x^5$ в интервале $-1 \leq x \leq 4$, классифицировать их, найти глобальные минимум и максимум, построить график функции и нанести на него стационарные точки.
6. Задана функция $f(x) = x^5 + x^4 - (x^3/3) + 2$. Найти: а) интервалы возрастания и убывания; б) точки перегиба (если таковые имеются); в) интервалы, в которых функция вогнута, выпукла; г) локальные и глобальный максимумы (если таковые есть); д) локальные и глобальный минимумы (если таковые есть).
Построить график функции и нанести на него полученные точки.
7. Задана функция $f(x) = (2x + 1)^5(x - 4)$. Найти: а) интервалы возрастания и убывания; б) точки перегиба (если таковые имеются); в) интервалы, в которых функция вогнута, выпукла; г) локальные и глобальный максимумы (если таковые есть); д) локальные и глобальный минимумы (если таковые есть).
Построить график функции и нанести на него полученные точки.
8. Установить, какие из следующих функций являются выпуклыми или вогнутыми и найти экстремумы функции (если они есть): $f(x) = e^x$, $f(x) = e^{-x}$, $f(x) = x + \log(x)$ при $x > 0$. Графически подтвердить полученный результат.
9. Установить экстремумы функции (если они есть) и какие из следующих функций являются выпуклыми или вогнутыми:
 $f(x) = 1/x^2$, $f(x) = x * \log(x)$ при $x > 0$, $f(x) = x$ при $x > 0$. Графически подтвердить полученный результат.

10. Исследовать функцию $f(x) = 3 - 12x + x^3$ на интервале $-4 \leq x \leq 4$. Найти стационарные точки (используя символьный и численный методы). Найти локальные минимумы и максимумы, глобальные минимум и максимум в заданном интервале, построить график функции и нанести на него все точки.

Пример 5. Метод равномерного поиска минимума целевой функции

Метод равномерного поиска иногда называют методом сканирования. Данный метод относится к методам пассивной (параллельной) стратегии. Задаются начальный

интервал неопределенности $L^0 = [a_0; b_0]$ и количество вычислений функции N . Вычисления производятся в N равномерно удаленных друг от друга точках (при этом интервал L_0 делится на $N+1$ равных подинтервалов). Путем сравнения величин $f(x_i)$, $i=1, \dots, N$ находится точка x^k , в которой значение функции наименьшее. Искомая точка минимума x^* считается заключенной в интервале $[x_{k-1}; x_{k+1}]$ (рис. 5.1).

Алгоритм

Шаг 1. Задать начальный интервал неопределенности $L_0 = [a^0, b_0]$, N – количество вычислений функции.

Шаг 2. Вычислить точки $i=1, \dots, N$, равноотстоящие друг от друга.

$$x^i = a^0 + i \frac{b^0 - a^0}{N+1}$$

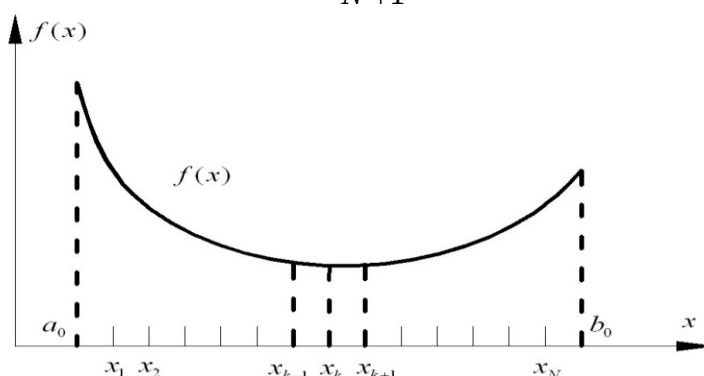


Рис. 5.1. Графическая иллюстрация метода равномерного поиска

Шаг 3. Вычислить значения функции в найденных точках:

$$f(x^i), i=1, \dots, N.$$

Шаг 4. Среди точек x^i , $i=1, \dots, N$, найти такую, в которой функция

$$f(x_k) = \min_{1 \leq i \leq N} f(x_i).$$

принимает наименьшее значение:

Шаг 5. Точка минимума x^* принадлежит интервалу $x^* \in [x_{k-1}, x_{k+1}] = L_N$

на котором в качестве приближенного решения может быть выбрана точка $x^* \cong x^k$.

Сходимость метода
Для метода равномерного поиска характеристика относительного уменьшения начального интервала неопределенности находится по формуле:

$$R(N) = \frac{L_N}{L_1} = \frac{2}{N+1},$$

где N – количество вычислений функции; L_N – длина интервала в результате вычисления N значений функции; L^1 – длина исходного интервала.

Достоинства метода:

- простота алгоритма;
- нахождение глобального минимума (максимума) при исследовании функции несколькими экстремумами.

Недостаток метода:

- большое число вычислений значений целевой функции.

Модификация метода: метод равномерного поиска с переменным шагом.

Суть метода. На первом этапе расчет осуществляется с крупным шагом. Затем отрезок, внутри которого получено минимальное значение, разбивается на более мелкие

отрезки. Определяется новый отрезок, внутри которого находится уточненное значение минимума. Далее итерации повторяются до достижения требуемой точности расчета.

Пример 5.1. Найти минимум целевой функции $f(x) = 2x^2 - 12x$ методом равномерного поиска при разбиении начального интервала неопределенности на 10 подинтервалов.

Последовательность действий.

Найти начальный интервал неопределенности методом Свенна.

1. Задать начальную точку $x^0 = 5$, шаг $\Delta = 5$. Положим $k = 0$.
2. Вычислить значения функции в следующих точках: $x^0 - \Delta = 0$; $x_0 = 5$; $x_0 + \Delta = 10$.
3. Сравнить значения функции, вычисленной в трех точках.
Выполняется неравенство $f(x^{0-t}) < f(x_0) < f(x_0 + t)$, следовательно, начальный интервал неопределенности найден: $L_0 = [0; 10]$.

Найти минимум функции.

1. Задать количество точек расчета $N = 9$ так, чтобы L^0 содержал $N + 1 = 10$ равных подинтервалов.

$$x_i = 0 + i \frac{10 - 0}{10},$$

2. Определить точки вычисления функции,
 $i = 1, \dots, 9$.
3. Вычислить значения функции в девяти точках: $f(1) = -10$, $f(2) = -16$, $f(3) = -18$, $f(4) = -16$, $f(5) = -10$, $f(6) = 0$, $f(7) = 14$, $f(8) = 32$, $f(9) = 54$.
4. В точке $x^3 = 3$ функция принимает наименьшее значение: $f(x_3) = -18$.
5. Точки минимума после девяти вычислений находятся в интервале
 $x^* \in [2; 4] = L_9$,

в котором выбирается точка $x^* \approx x^3 = 3$.

6. Характеристика относительного уменьшения начального интервала неопределенности

$$R(N) = \left| \frac{L_9}{L_0} \right| = \frac{4 - 2}{10 - 0} = 0,2.$$

Листинг программы в пакете MathCAD 15 приведен в прил. Б – рис. Б 2, [2, с. 96].
При выполнении примера студент должен знать следующие разделы MathCAD 15:

- Ввод переменных, переменных с нижним индексом, сопроводительного текста.
- Размещение переменных в сопроводительном тексте.
- Просмотр результатов расчета и редактирование числа выводимых десятичных знаков.
- Определение однострочной функции и ее вызов.
- Матричные операции.
- Векторизация.
- Доступ к элементам массива.
- Использование функций min, match.
- Дискретный аргумент.
- Построение и редактирование двумерных графиков. Нанесение на один график нескольких кривых.

Задачи для самостоятельной работы

1. Найти минимум целевой функции $f(x) = D \sin(Ax^B + C)$ на интервале $[-1; 2]$ с точностью

$\Delta = 0,2$. Параметры A, B, C, D приведены в табл.

Параметры A, B, C, D функции $f(x) = D \sin(Ax^B + C)$

№ варианта	A	B	C	D
1	1	1	2	1
2	1	2	0	2
3	2	3	3	3

2. Найти минимум функции методами золотого сечения, квадратичной аппроксимации и точности расчета $\Delta = 0,15$. Предварительно определить начальный интервал неопределенности из условия: начальная точка $x^0 = 0,25$, шаг $\Delta = 0,25$.

$$f(x) = \frac{127}{4}x^2 - \frac{61}{4}x + 2$$

3. Реализовать процедуру одномерного поиска точки оптимума целевой функции

$$f(x) = 3x^2 + \frac{12}{x^3} - 5$$

в интервале $0,5 \leq x \leq 2,5$, используя методы золотого сечения, деления интервала пополам, квадратичной аппроксимации, кубической аппроксимации. В каждом случае провести по четыре вычисления значений функции. Сравнить результирующие интервалы неопределенности.

4. Найти точку минимума функции. Заданы начальная точка $x^0 = 2$ и длина шага $\Delta x = 0,5$. Найти границы начального интервала неопределенности эвристическим способом. Поиск минимума искать, используя методы золотого сечения и квадратичной аппроксимации.

$$f(x) = (10x^3 + 3x^2 + x + 5)^2.$$

5. Используя любой из методов одномерного поиска, минимизировать следующие функции с точностью до одного знака после запятой:

$$f(x) = 2(x-3)^2 + e^{0,5x^2}$$

$$f(x) = 3x^4 + (x-1)^2 \text{ в интервале } [0; 4];$$

$$\text{в интервале } [0; 100]; f(x) = 4x \cdot \sin(x) \text{ в интервале } [0; \pi].$$

Лабораторные работы (16 ч.)

ЛБ №1. Загрузка данных для принятия обоснованных решений в аналитическое приложение. (1 ч.)

Цель работы. Знакомство с процессом загрузки анализируемых данных для лиц принимающих решения (ЛПР) в аналитическое приложение (на примере аналитической платформы Deductor).

ЛБ №2. Импорт из хранилища данных. (1 ч.)

Цель работы. Знакомство с технологией установления соединения с хранилищем данных с использованием Мастера настройки подключения в аналитической платформе Deductor.

ЛБ №3. Восстановление пропущенных значений анализируемых ЛПР данных средствами аналитической платформы Deductor. (1 ч.)

Цель работы. Знакомство с процессом восстановления пропущенных значений анализируемых данных в аналитическом приложении Deductor.

ЛБ №4. Обнаружение дубликатов и противоречий в анализируемых ЛПР данных. (1 ч.)

Цель работы. Изучение процедуры автоматического обнаружения в исходных данных дубликатов и противоречий, а также методов их исключения (на примере аналитической платформы Deductor).

ЛБ №5. Замена значений в анализируемых ЛПР данных. (1 ч.)

Цель работы. Исследование метода табличной замены значений в исходных данных на примере аналитического приложения Deductor.

ЛБ №6. Фильтрация данных для ЛПР в аналитическом приложении. (1 ч.)

Цель работы. Знакомство с процедурой фильтрации данных в аналитическом приложении Deductor Studio.

ЛБ №7. Квантование данных для ЛПР. (1 ч.)

Цель работы. Изучение процесса квантования данных в аналитическом приложении Deductor Studio.

ЛБ №8. Корреляционный анализ данных для ЛПР. (1 ч.)

Цель работы. Исследование методов снижения размерности пространства входных факторов с помощью корреляционного анализа.

ЛБ №9. Сглаживание данных методом частотной фильтрации. (1 ч.)

Цель работы. Изучение метода сглаживания данных с помощью частотной фильтрации в аналитическом приложении Deductor.

ЛБ №10. Линейная регрессия в задачах анализа данных для ЛПР. (1 ч.)

Цель работы. Изучение процесса построения моделей линейной регрессии в аналитическом приложении Deductor Studio и их практического использования.

ЛБ №11. Группировка данных в аналитической платформе Deductor. (1 ч.)

Цель работы. Исследование трансформации анализируемых данных методом группировки.

ЛБ №12. Логистическая регрессия. (1 ч.)

Цель работы. Изучение процесса построения модели логистической регрессии для решения задачи бинарной классификации в аналитической платформе Deductor.

ЛБ №13. Оценка эффективности моделей бинарной классификации с помощью ROC-анализа. (1 ч.)

Цель работы. Изучение метода оценки эффективности моделей бинарной классификации с помощью ROC-кривых в аналитической платформы Deductor.

ЛБ №14. Обучение нейронной сети для поддержки принятия управленческих решений. (2 ч.)

Цель работы. Изучение процесса построения и обучения плоскостной нейронной сети для подготовки принятия решения в аналитическом приложении Deductor Studio.

ЛБ №15. Построение деревьев решений в аналитической платформе Deductor.

Цель работы. Изучения процесса построения и обучения деревьев решений в аналитическом приложении Deductor Studio для ЛПР (1 ч.)

Задания для самостоятельной подготовки к выполнению лабораторных работы

1. Ознакомится с описаниями к лабораторным работам и с теоретическим материалом. Ответить в письменной форме на вопросы приведенные в описаниях к лабораторным работам. Рекомендуемая литература [3, 4].

Самостоятельная работа бакалавров
В рамках самостоятельной работы бакалаврам предлагается выполнить письменные работы по предложенным темам.

1. Обзор современных СППР и их классификация.
2. Сравнительный анализ методов оптимизации в задачах принятия управленческих решений.
3. Задачи принятия решений в условиях неопределенности. Виды неопределенности ЗПР.
4. Задачи принятия решений в условиях риска. Критерий минимального риск

5. Задачи принятия решений в конфликте. Понятие конфликта. Теория игр как инструмент поддержки принятия решений.

Программу составил
д.т.н., профессор кафедры
«Космические технологии»

Е.П. Васильев

Программа рассмотрена и одобрена на заседании кафедры «Космические технологии»
(протокол №_____от_____).

Заведующий кафедрой
«Космические технологии»,
д.т.н., профессор

С.И. Гусев

Оператор ЭДО ООО "Компания "Тензор"

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

СОГЛАСОВАНО

ФГБОУ ВО "РГРТУ", РГРТУ, Гусев Сергей Игоревич,
Проректор по научной работе и инновациям

06.08.26 15:41 (MSK)

Простая подпись