

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ В.Ф. УТКИНА»

Кафедра «Автоматика и информационные технологии в управлении»

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

**Б1.О.17 «ТЕОРИЯ ВЕРОЯТНОСТИ И МАТЕМАТИЧЕСКАЯ
СТАТИСТИКА»**

Направление подготовки
27.03.05 Инноватика

Направленность (профиль) подготовки
«Технологическое предпринимательство»

Квалификация выпускника – бакалавр

Форма обучения – очная

Рязань 2024

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Оценочные материалы – это совокупность учебно-методических материалов (контрольных заданий, описаний форм и процедур проверки), предназначенных для оценки качества освоения обучающимися данной дисциплины как части ОПОП.

Цель – оценить соответствие знаний, умений и владений, приобретенных обучающимся в процессе изучения дисциплины, целям и требованиям ОПОП.

Промежуточный контроль по дисциплине осуществляется проведением теоретического экзамена. Форма проведения зачет – письменный ответ по утвержденным билетам, сформулированным с учетом содержания учебной дисциплины. После выполнения письменной работы обучаемого производится ее оценка преподавателем и, при необходимости, проводится теоретическая беседа с обучаемым для уточнения оценки.

2. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части)	Вид, метод, форма оценочного мероприятия
1	Тема 1. Статистическая и классическая вероятности	ОПК-1.1	Зачет
2	Тема 2. Дискретные случайные величины и их законы распределения	ОПК-1.1	Зачет
3	Тема 3. Система двух случайных величин и ее законы распределения	ОПК-1.1	Зачет
4	Тема 4. Случайный процесс и его числовые характеристики	ОПК-1.1	Зачет
5	Тема 5. Предельные теоремы теории вероятностей	ОПК-1.1	Зачет
6	Тема 6. Эмпирические законы распределения	ОПК-1.1	Зачет
7	Тема 7. Фильтрация выборочных данных	ОПК-1.1	Зачет

3. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Описание критериев и шкалы оценивания промежуточной аттестации

а) описание критериев и шкалы оценивания тестирования:

Шкала оценивания	Критерий
5 баллов (эталонный уровень)	уровень усвоения материала, предусмотренного программой: процент верных ответов на тестовые вопросы от 85 до 100%
4 балла (продвинутый уровень)	уровень усвоения материала, предусмотренного программой: процент верных ответов на тестовые вопросы от 75 до 84%
3 балла (пороговый уровень)	уровень усвоения материала, предусмотренного программой: процент верных ответов на тестовые вопросы от 65 до 74%
0 баллов	уровень усвоения материала, предусмотренного программой: процент верных ответов на тестовые вопросы от 0 до 64%

б) описание критериев и шкалы оценивания решения расчетной задачи:

Шкала оценивания	Критерий
5 баллов (эталонный уровень)	Задача решена верно
3 балла (продвинутый уровень)	Задача решена верно, но имеются технические неточности в расчетах
1 балла (пороговый уровень)	Задача решена верно, с дополнительными наводящими вопросами преподавателя
0 баллов	Задача не решена

в) описание критериев и шкалы оценивания теоретического вопроса:

Шкала оценивания	Критерий
5 баллов (эталонный уровень)	выставляется студенту, который дал полный ответ на вопрос, показал глубокие систематизированные знания, смог привести примеры, ответил на дополнительные вопросы преподавателя
3 балла (продвинутый уровень)	выставляется студенту, который дал полный ответ на вопрос, но на некоторые дополнительные вопросы преподавателя ответил только с помощью наводящих вопросов
1 балла (пороговый уровень)	выставляется студенту, который дал неполный ответ на вопрос в билете и смог ответить на дополнительные вопросы только с помощью преподавателя
0 баллов	выставляется студенту, который не смог ответить на вопрос

На зачет выносятся тест, расчетная задача и теоретический вопрос. Студент может набрать максимум 15 баллов. Итоговый суммарный балл студента, полученный при прохождении промежуточной аттестации, переводится в традиционную форму по системе «зачтено» / «не зачтено».

Шкала оценивания	Критерий	
<i>Зачтено</i>	8 – 15 баллов	Обязательным условием является выполнение всех предусмотренных в течение семестра заданий (на практических работах и при самостоятельной работе)
<i>Не зачтено</i>	0 - 7 баллов	Студент не выполнил всех предусмотренных в течение семестра текущих заданий (на практических работах и при самостоятельной работе)

4. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

4.1. Промежуточная аттестация

Коды компетенций	Результаты освоения ОПОП Содержание компетенций
ОПК-1	Способен анализировать задачи профессиональной деятельности на основе положений, законов и методов в области математики, естественных и технических наук
ОПК-1.1	Представляет современную картину мира на основе целостной системы естественно-научных знаний

а) типовые тестовые вопросы закрытого типа:

1. Что такое случайное событие?
 - а) Событие, которое всегда происходит
 - б) Событие, которое никогда не происходит
 - в) Событие, результат которого невозможно предсказать заранее

- d) Событие, результат которого можно предсказать заранее
2. Какое из следующих определений соответствует понятию "вероятность"?
- a) Число, показывающее, насколько часто событие произойдет
 - b) Количество возможных исходов
 - c) Процент от общего числа событий
 - d) Отношение благоприятных исходов к общему числу исходов**
3. Что такое независимые события?
- a) События, которые влияют друг на друга
 - b) События, которые не влияют друг на друга**
 - c) События, которые происходят одновременно
 - d) События, которые всегда происходят
4. Какое из следующих утверждений верно для взаимно исключающих событий?
- a) Они могут произойти одновременно
 - b) Если одно событие произошло, другое не может произойти**
 - c) Вероятность их совместного наступления равна 1
 - d) Они всегда имеют одинаковую вероятность
5. Что такое условная вероятность?
- a) Вероятность того, что одно событие произойдет независимо от другого
 - b) Вероятность того, что событие произойдет при условии, что другое событие уже произошло**
 - c) Вероятность того, что два события произойдут одновременно
 - d) Вероятность того, что ни одно из событий не произойдет
6. Что такое закон больших чисел в теории вероятностей?
- a) Вероятность события увеличивается с количеством испытаний
 - b) При большом количестве испытаний относительная частота события стремится к его вероятности**
 - c) Вероятность события всегда остается постоянной
 - d) Вероятность события уменьшается с количеством испытаний
7. Какое из следующих определений соответствует понятию "дискретная случайная величина"?
- a) Величина, которая может принимать любое значение в заданном диапазоне
 - b) Величина, которая может принимать только конечное или счетное множество значений**
 - c) Величина, которая всегда равна нулю
 - d) Величина, которая не поддается измерению
8. Что такое распределение вероятностей?
- a) Способ определения вероятности отдельного события
 - b) Математическая функция, описывающая вероятность различных исходов случайной величины**
 - c) Метод подсчета количества возможных исходов
 - d) Способ визуализации данных
9. Какое из следующих утверждений верно для нормального распределения?
- a) Оно симметрично относительно среднего значения**
 - b) Оно всегда имеет положительное значение
 - c) Оно не может иметь отрицательные значения
 - d) Оно всегда имеет один пик
10. Что такое статистическая независимость?
- a) Когда два события зависят друг от друга
 - b) Когда вероятность одного события не зависит от другого события**
 - c) Когда два события происходят одновременно
 - d) Когда два события имеют одинаковую вероятность
11. Что такое выборка в статистике?
- a) Полный набор данных
 - b) Подмножество наблюдений, выбранное из общей совокупности**
 - c) Метод анализа данных
 - d) Процесс сбора данных
12. Какое из следующих определений соответствует понятию "среднее арифметическое"?
- a) Наименьшее значение в наборе данных
 - b) Сумма всех значений, деленная на количество значений**

- c) Разница между максимальным и минимальным значением
 - d) Значение, которое встречается наиболее часто
13. Что такое дисперсия в статистике?
- a) Мера центральной тенденции
 - b) Мера разброса значений относительно среднего**
 - c) Процентное соотношение данных
 - d) Количество наблюдений в выборке
14. Что такое медиана?
- a) Наиболее часто встречающееся значение
 - b) Сумма всех значений, деленная на их количество
 - c) Значение, разделяющее набор данных на две равные части**
 - d) Разница между максимальным и минимальным значением
15. Что такое мода в статистике?
- a) Среднее значение выборки
 - b) Наиболее часто встречающееся значение в наборе данных**
 - c) Разница между максимальным и минимальным значением
 - d) Порядковый номер значения в выборке
16. Какое из следующих утверждений верно для нормального распределения?
- a) Оно всегда имеет два пика
 - b) Оно симметрично относительно среднего значения**
 - c) Оно имеет только положительные значения
 - d) Оно не может быть использовано для анализа больших выборок
17. Что такое уровень значимости в статистическом тестировании?
- a) Вероятность ошибки второго рода
 - b) Вероятность ошибки первого рода**
 - c) Степень доверия к результатам исследования
 - d) Максимально допустимый уровень дисперсии
18. Что такое корреляция?
- a) Измерение различий между группами
 - b) Измерение зависимости между двумя переменными**
 - c) Процесс выбора случайной выборки
 - d) Оценка вероятности наступления события
19. Что такое гипотеза в статистике?
- a) Утверждение о параметрах популяции, подлежащее проверке**
 - b) Процесс сбора данных
 - c) Метод анализа дисперсии
 - d) Среднее значение выборки
20. Какое из следующих утверждений верно для случайной величины?
- a) Она всегда принимает одно и то же значение
 - b) Она может принимать различные значения с определенными вероятностями**
 - c) Она не может быть измерена
 - d) Она всегда равна нулю

б) типовые тестовые вопросы открытого типа:

1. Частотой события называется _____ (относительная частота его появления в серии испытаний, то есть количество раз, когда событие произошло, деленное на общее количество испытаний)
2. Частота события имеет следующие свойства _____ (1. Она принимает значения в диапазоне от 0 до 1; 2) Сумма частот всех возможных событий равна 1; 3) Частота события стремится к вероятности события при увеличении числа испытаний)
3. Классическая вероятность вычисляется по формуле _____ ($P(A) = n(A) / n(S)$, где $n(A)$ — число благоприятных исходов, а $n(S)$ — общее число исходов)
4. Геометрическая вероятность вычисляется по формуле _____ ($P(A) = S(A) / S(S)$, где $S(A)$ — площадь (или объем) области, соответствующей событию A , а $S(S)$ — площадь (или объем) всей возможной области)
5. Число сочетаний вычисляется по формуле _____ ($C(n, k) = n! / k!(n-k)!$, где n —

общее количество объектов, k — количество выбираемых объектов, $n!$ обозначает факториал)

6. Число размещений перестановок вычисляется по формуле _____ ($A(n, k) = n! / (n - k)!$, где n — общее количество объектов, k — количество выбираемых объектов)
7. Дать аксиоматическое определение вероятности события _____ (Вероятность события A определяется на основе трех аксиом:
 - $0 \leq P(A) \leq 1$ для любого события A
 - $P(S) = 1$, где S — пространство элементарных исходов
 - Если A_1, A_2, \dots — несовместные события, то $P(\cup A_i) = \sum P(A_i)$)
8. Дать определение операций над событиями _____ (• Сложение событий: Объединение двух событий A и B обозначается как $A \cup B$; • Пересечение событий: Общая часть двух событий A и B обозначается как $A \cap B$; • Дополнение события: Событие, которое происходит, когда событие A не происходит, обозначается как A')
9. Записать формулы сложения вероятностей для совместных и несовместных событий _____ (• Для несовместных событий: $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$; • Для совместных событий: $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$)
10. Условной вероятностью события называется _____ (вероятность того, что событие A произойдет при условии, что произошло событие B : $P(A | B) = P(A \cap B) / P(B)$ при условии, что $P(B) > 0$)

в) типовые расчетные задания:

1. Подбросьте честную монету один раз. Какова вероятность того, что выпадет орел?
Решение. Монета имеет два возможных исхода: орел (О) и решка (Р). Вероятность выпадения орла: $P(O) = \frac{1}{2}$
2. Бросаем одну шестигранную кость. Какова вероятность того, что выпадет четное число?
Решение. На шестигранной кости числа: 1, 2, 3, 4, 5, 6. Четные числа: 2, 4, 6. Количество благоприятных исходов: 3 (четные числа). Общее количество исходов: 6. Вероятность четного числа: $P(\text{четное}) = \frac{3}{6} = \frac{1}{2}$
3. Из колоды в 52 карты случайно вытаскивается одна карта. Какова вероятность того, что это будет туз?
Решение. В колоде 4 туза (по одному в каждой масти). Общее количество карт: 52. Вероятность вытянуть туза: $P(\text{туз}) = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$
4. В мешке находятся 5 красных и 3 синих шарика. Какова вероятность того, что случайно выбранный шарик окажется красным?
Решение. Общее количество шариков: $5 + 3 = 8$. Количество красных шариков: 5. Вероятность выбрать красный шарик: $P(\text{красный}) = \frac{5}{8}$
5. В лотерее участвуют 100 билетов, из которых 10 выигрышных. Какова вероятность того, что случайно выбранный билет окажется выигрышным?
Решение. Количество выигрышных билетов: 10. Общее количество билетов: 100. Вероятность выбрать выигрышный билет: $P(\text{выигрышный}) = \frac{10}{100} = \frac{1}{10}$
6. У вас есть следующие оценки за экзамен: 4, 5, 3, 4, 5. Найдите среднее арифметическое оценок.
Решение. Чтобы найти среднее арифметическое, сложим все оценки и разделим на количество оценок: Среднее = $\frac{4 + 5 + 3 + 4 + 5}{5} = \frac{21}{5} = 4.2$
7. Даны следующие числа: 7, 3, 9, 1, 5. Найдите медиану.
Решение. Сначала упорядочим числа по возрастанию: 1, 3, 5, 7, 9. Так как количество чисел нечетное (5), медиана — это среднее число: Медиана = 5
8. В классе учатся 10 учеников, и их любимые фрукты следующие: яблоко, банан, яблоко, груша, банан, яблоко, апельсин, груша, банан, банан. Какой фрукт самый популярный (мода)?

Решение. Подсчитаем количество упоминаний каждого фрукта:

- Яблоко: 3
- Банан: 4
- Груша: 2
- Апельсин: 1

Наиболее часто упоминаемый фрукт — банан. Мода = банан

9. У вас есть следующие данные о числе книг, прочитанных за месяц: 2, 3, 4, 5, 6. Найдите дисперсию.

Решение.

1. Найдем среднее арифметическое: Среднее = $2 + 3 + 4 + 5 + 6 / 5 = 20 / 5 = 4$

2. Найдем отклонения от среднего и их квадрат:

- $(2 - 4)^2 = 4$
- $(3 - 4)^2 = 1$
- $(4 - 4)^2 = 0$
- $(5 - 4)^2 = 1$
- $(6 - 4)^2 = 4$

3. Найдем дисперсию: $D = 4 + 1 + 0 + 1 + 4 / 5 = 10 / 5 = 2$

10. Найдите стандартное отклонение для тех же данных о числе книг: 2, 3, 4, 5, 6.

Решение. Стандартное отклонение — это квадратный корень из дисперсии: $\sigma = \sqrt{(D)} = \sqrt{(2)} \approx$

1.41

г) типовые теоретические вопросы

Раздел 1

1. Классическая и геометрическая вероятности. Элементы комбинаторики.
2. Частота события, свойства частоты. Теорема Бернулли.
3. Аксиоматическое определение вероятности. Алгебра событий.
4. Правила сложения вероятности для совместных, несовместных и независимых событий.
5. Правила умножения вероятностей для зависимых и независимых событий. Условная вероятность.
6. Свойства независимых и зависимых событий. Проверка независимости.
7. Формулы полной вероятности и Байеса.
8. Задачи независимых испытаний. Формула Бернулли.
9. Формула Пуассона.
10. Законы распределения дискретной случайной величины. Вероятность попадания на заданный промежуток.
11. Числовые характеристики дискретной случайной величины и их вычисление.
12. Законы распределения непрерывной случайной величины. Вероятность попадания на заданный промежуток.
13. Числовые характеристики непрерывной случайной величины и их вычисление.
14. Свойства числовых характеристик одной случайной величины.
15. Нормальный закон распределения. Вероятность попадания на заданный промежуток.
16. Законы распределения системы двух дискретных случайных величин. Вероятность попадания в заданную область.
17. Числовые характеристики двух дискретных случайных величин, их вычисление.
18. Законы распределения системы двух непрерывных случайных величин. Вероятность попадания в заданную область.
19. Числовые характеристики двух непрерывных случайных величин, их вычисление.
20. Свойства числовых характеристик системы двух случайных величин.
21. Правила умножения для системы дискретных и непрерывных случайных величин.
22. Случайный вектор, законы распределения, нормальное распределение, ковариационная матрица случайного вектора.
23. Центральная предельная теорема и закон больших чисел, примеры их применения.

Раздел 2

24. Выборка, эмпирические законы распределения случайных величин.
25. Выборочные числовые характеристики для одной и двух случайных величин.
26. Точечные оценки параметров законов распределения по методу моментов и методу максимального правдоподобия.
27. Свойства точечных оценок. Несмещенность точечной оценки математического ожидания.
28. Неравенство Рао-Крамера, матрица Фишера, связь с ковариационной матрицей ошибок оценок параметров, примеры применения.
29. Интервальная оценка математического ожидания случайной величины при известной дисперсии.
30. Интервальная оценка математического ожидания случайной величины при неизвестной дисперсии.
31. Основные распределения математической статистики: Стьюдента, Пирсона, Фишера
32. Статистическая проверка гипотезы о законе распределения – критерии Пирсона и Колмогорова.
33. Критерий согласия Фишера – проверка гипотезы о равенстве дисперсий.
34. Критерий согласия Фишера – проверка гипотезы о равенстве математических ожиданий.
35. Принятие решения с помощью отношения правдоподобия, ошибки первого и второго рода.
36. Байесовские оценки, байесовское правило принятия решений.
37. Случайный процесс, его математическое ожидание, дисперсия и корреляционная функция.
38. Свойства математического ожидания и корреляционной функции случайного процесса.
39. Стационарный случайный процесс, его математическое ожидание, дисперсия и корреляционная функция.
40. Свойства корреляционной функции стационарного случайного процесса.
41. Спектральная плотность стационарного случайного процесса, физический смысл и свойства.
42. Аналитические и численные методы вычисления спектральной плотности.
43. Эргодический стационарный процесс, вычисление оценок математического ожидания и корреляционной функции по одной реализации процесса.
44. МНК-прогнозирование без учета корреляции.
45. МНК-прогнозирование с учетом корреляции.
46. Построение доверительного интервала при МНК-прогнозировании.
47. Рекуррентный МНК.
48. Однородный марковский процесс, прогнозирование состояний.
49. Имитационное моделирование случайных векторов и процессов.
50. Метод Монте-Карло.

Оператор ЭДО ООО "Компания "Тензор"

ДОКУМЕНТ ПОДПИСАН ЭЛЕКТРОННОЙ ПОДПИСЬЮ

СОГЛАСОВАНО

ФГБОУ ВО "РГРТУ", РГРТУ, Евдокимова Елена Николаевна, Заведующий

Простая подпись

кафедрой ЭМОП