

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ В.Ф. УТКИНА»

Кафедра «Вычислительной и прикладной математики»

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ
«Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки

09.03.04 Программная инженерия

Направленность (профиль) подготовки

«Программная инженерия»

Квалификация выпускника — бакалавр

Форма обучения — очная

1. ОБЩИЕ ПОЛОЖЕНИЯ

Оценочные материалы – это совокупность учебно-методических материалов (контрольных заданий, описаний форм и процедур), предназначенных для оценки качества освоения обучающимися данной дисциплины как части основной профессиональной образовательной программы.

Цель – оценить соответствие знаний, умений и уровня приобретенных компетенций, обучающихся целям и требованиям ОПОП.

Основная задача – обеспечить оценку уровня сформированности общекультурных, общепрофессиональных и профессиональных компетенций.

Контроль знаний обучающихся проводится в форме промежуточной аттестации.

Промежуточный контроль по дисциплине осуществляется проведением экзамена.

2. ОПИСАНИЕ ПОКАЗАТЕЛЕЙ И КРИТЕРИЕВ ОЦЕНИВАНИЯ КОМПЕТЕНЦИЙ

Сформированность каждой компетенции в рамках освоения данной дисциплины оценивается по трехуровневой шкале:

1) пороговый уровень является обязательным для всех обучающихся по завершении освоения дисциплины;

2) продвинутый уровень характеризуется превышением минимальных характеристик сформированности компетенций по завершении освоения дисциплины;

3) эталонный уровень характеризуется максимально возможной выраженностью компетенций и является важным качественным ориентиром для самосовершенствования.

Уровень освоения компетенций, формируемых дисциплиной:

а) описание критериев и шкалы оценивания тестирования:

Шкала оценивания	Критерий
3 балла (эталонный уровень)	уровень усвоения материала, предусмотренного программой: процент верных ответов на тестовые вопросы от 85 до 100%
2 балла (продвинутый уровень)	уровень усвоения материала, предусмотренного программой: процент верных ответов на тестовые вопросы от 75 до 84%
1 балл (пороговый уровень)	уровень усвоения материала, предусмотренного программой: процент верных ответов на тестовые вопросы от 60 до 74%
0 баллов	уровень усвоения материала, предусмотренного программой: процент верных ответов на тестовые вопросы от 0 до 59%

б) описание критериев и шкалы оценивания теоретического вопроса:

Шкала оценивания	Критерий
3 балла (эталонный уровень)	выставляется студенту, который дал полный ответ на вопрос, показал глубокие систематизированные знания, смог привести примеры, ответил на дополнительные вопросы преподавателя.
2 балла (продвинутый уровень)	выставляется студенту, который дал полный ответ на вопрос, но на некоторые дополнительные вопросы преподавателя ответил только с помощью наводящих вопросов.
1 балл (пороговый уровень)	выставляется студенту, который дал неполный ответ на вопрос в билете и смог ответить на дополнительные вопросы только с помощью преподавателя.
0 баллов	выставляется студенту, который не смог ответить на вопрос

в) описание критериев и шкалы оценивания практического задания:

Шкала оценивания	Критерий
3 балла	Задача решена верно

(эталонный уровень)	
2 балла (продвинутый уровень)	Задача решена верно, но имеются технические неточности в расчетах
1 балл (пороговый уровень)	Задача решена верно, с дополнительными наводящими вопросами преподавателя
0 баллов	Задача не решена

На экзамен выносятся: тестовое задание, 1 практическое задание и 1 теоретический вопрос. Студент может набрать максимум 9 баллов. Итоговый суммарный балл студента, полученный при прохождении промежуточной аттестации, переводится в традиционную форму по системе «отлично», «хорошо», «удовлетворительно», «неудовлетворительно».

Шкала оценивания	Критерий	
отлично (эталонный уровень)	8 – 9 баллов	Обязательным условием является выполнение всех предусмотренных в течение семестра заданий
хорошо (продвинутый уровень)	6 – 7 баллов	
удовлетворительно (пороговый уровень)	4 – 5 баллов	
неудовлетворительно	0 – 3 баллов	Студент не выполнил всех предусмотренных в течение семестра текущих заданий

3. ПАСПОРТ ФОНДА ОЦЕНОЧНЫХ СРЕДСТВ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)

№ п/п	Контролируемые разделы (темы) дисциплины (результаты по разделам)	Код контролируемой компетенции (или её части)	Наименование оценочного мероприятия
1	2	3	4
1	Тема 1. Случайные события и вероятность	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Экзамен
2	Тема 2. Основные теоремы теории вероятностей	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Экзамен
3	Тема 3. Случайные величины и их законы распределения	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Экзамен
4	Тема 4. Система двух случайных величин	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Экзамен
5	Тема 5. Случайные функции и процессы	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Экзамен
6	Тема 6. Вариационные ряды и их характеристики	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Экзамен
7	Тема 7. Вариационные ряды и их характеристики	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Экзамен
8	Тема 8. Точечное и интервальное оценивание	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Экзамен
9	Тема 9. Проверка статистических гипотез	ОПК-1.1, ОПК-1.2	Экзамен

4. ТИПОВЫЕ КОНТРОЛЬНЫЕ ЗАДАНИЯ ИЛИ ИНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

4.1. Промежуточная аттестация (экзамен)

ОПК-1. Способен применять естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности:

ОПК-1.1. Демонстрирует естественнонаучные и общетехнические знания, знания методов математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования

ОПК-1.2 Применяет естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального

а) типовые тестовые вопросы закрытого типа(ОПК-1):

ОПК-1.1. Демонстрирует естественнонаучные и общетехнические знания, знания методов математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования

ОПК-1.2 Применяет естественнонаучные и общетехнические знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности

а) типовые тестовые вопросы закрытого типа

1. Случайной величиной называют поддающуюся измерению скалярную или векторную величину определённого физического смысла:
 - a. да;
 - b. нет.
2. К интервальным данным относят:
 - a. **среднедушевой доход семьи;**
 - b. качество жилищных условий («плохое», «удовлетворительное», «хорошее», «очень хорошее»);
 - c. профессия главы семьи.
3. К шкальным данным относят:
 - a. среднедушевой доход семьи;
 - b. качество жилищных условий (плохое, удовлетворительное, хорошее, очень хорошее);**
 - c. профессия главы семьи.
4. Робастность – это свойство статистического метода, характеризующее независимость влияния на результат исследования различного рода выбросов, устойчивости к

помехам:

- a. **да;**
 - b. нет.
5. Оценка параметра какого-либо статистического распределения является случайной величиной:
- a. **да;**
 - b. нет.
6. Минимальный набор каких характеристик необходим для построения «ящичка с усами» («box plot»):
- a. **первый квартиль, медиана, третий квартиль;**
 - b. минимум, максимум, среднее арифметическое;
 - c. медиана, среднеквадратичное отклонение, минимум, максимум.
7. Статистический критерий – это:
- a. **строгое математическое правило, согласно которому принимается или отвергается статистическая гипотеза с известным уровнем значимости;**
 - b. способ определения значений параметров какого-либо статистического распределения.
8. С помощью какого статистического критерия можно проверить гипотезу о равенстве математического ожидания распределения некоторому значению при условии, что экспериментатору доступна только выборка данных и больше нет никакой информации о распределении?
- a. **критерий Стьюдента;**
 - b. критерий Фишера;
 - c. критерий Пирсона.
9. С помощью какого статистического критерия можно проверить гипотезу о принадлежности выборки к какому-либо закону распределения при условии, что экспериментатору доступна только выборка данных и больше нет никакой информации о распределении?
- a. критерий Стьюдента;
 - b. критерий Фишера;
 - c. **критерий Пирсона.**
10. С помощью какого статистического критерия можно проверить гипотезу о равенстве дисперсий двух выборок двух независимых случайных величин?
- a. критерий Стьюдента;
 - b. **критерий Фишера;**
 - c. критерий Пирсона.
11. При проверке статистической гипотезы ошибка первого рода - это:
- a. **отвержение гипотезы, когда она верна;**
 - b. принятие гипотезы, когда она неверна;
 - c. вероятность отвергнуть верную гипотезу.
12. При проверке статистической гипотезы ошибка второго рода - это:
- a. **отвержение гипотезы, когда она верна;**

- б. **принятие гипотезы, когда она неверна;**
с. вероятность отвергнуть верную гипотезу.
13. Уровень значимости показывает вероятность отклонения некоторого показателя от его ожидаемого значения, при котором экспериментатор может отвергнуть выдвинутую гипотезу:
а. да;
б. нет.
14. Вариационным размахом называют:
а. **разность между наибольшим и наименьшим значениями ряда распределения;**
б. разность между модой и медианой ряда распределения;
с. сумма наибольшего и наименьшего значений ряда распределения.
15. Отношение оценки отклонения к среднеквадратичному отклонению называют z- оценкой. Она показывает:
а. сколько элементов вариационного ряда расположено ниже данного элемента;
б. **как расположен данный элемент по отношению к среднему арифметическому выборки.**
16. Дисперсионный анализ позволяет выявить и научно обосновать влияние одного или нескольких факторов на исследуемую величину?
а. да;
б. нет.
17. Связь между случайными величинами, при которой одна величина реагирует на изменение другой величины изменениями своего закона распределения, называют:
а. **стохастической;**
б. функциональной.
18. Временным рядом называют последовательность наблюдений некоторой случайной величины в последовательные равноотстоящие моменты времени.
а. да;
б. нет.
19. Две переменные называют положительно коррелированными, если:
а. **при возрастании одной из них вторая имеет тенденцию также возрастать;**
б. при возрастании одной из них вторая имеет тенденцию уменьшаться;
с. при возрастании одной из них вторая не имеет никакой определенной тенденции ни к росту, ни к падению.
20. Две переменные называют отрицательно коррелированными, если:
а. при возрастании одной из них вторая имеет тенденцию также возрастать;
б. **при возрастании одной из них вторая имеет тенденцию уменьшаться;**
с. при возрастании одной из них вторая не имеет никакой определенной тенденции ни к росту, ни к падению.

б) типовые тестовые вопросы открытого типа

1. Совокупность всех элементарных событий называют ____.
2. Число размещений без повторений определяется формулой ____.
3. Число размещений с повторениями определяется формулой ____.

4. Число сочетаний определяется формулой_.
5. Число перестановок определяется формулой_____.
6. Если в результате опыта произойдет хотя бы одно из событий A_1, A_2, \dots, A_n , то такие события образуют_____.
7. Два события называют несовместными, если они_.
8. Классическое определение вероятности определяется формулой_.
9. Согласно принципу практической уверенности, событие, имеющее вероятность, близкую к нулю, относят к_____.
10. Согласно принципу практической уверенности, событие, имеющее вероятность, близкую к единице, относят к_.
11. Формула полной вероятности определяется выражением_.
12. Формула Байеса определяется выражением_____.
13. Общая теорема о повторении опытов определяется выражением_.
14. Закон редких событий (теорема Пуассона) определяется выражением_____.
15. Величина, которая в результате опыта может принять то или иное заранее неизвестное значение, называется_.
16. Функция распределения $F(x) = P(X \in x)$ - это вероятность того, что_____.
17. Начальный момент порядка s определяется выражением_.
18. Центральный момент порядка s определяется выражением_____.
19. Ковариация системы дискретных случайных величин определяется выражением_____.
20. Коэффициент корреляции системы двух случайных величин определяется выражением_____.

в) практические задания

1. Слово составлено из карточек, на каждой из которых написана одна буква. Карточки смешивают и вынимают без возврата по одной. Найти вероятность того, что карточки с буквами вынимаются в порядке следования букв заданного слова: а) «событие»; б) «статистика».
2. Среди 25 студентов, из которых 15 девушек, разыгрываются четыре билета, причем каждый может выиграть только один билет. Какова вероятность того, что среди обладателей билета окажутся: а) четыре девушки; б) четыре юноши; в) три юноши и одна девушка?
3. Из 20 сбербанков 10 расположены за чертой города. Для обследования случайным образом отобрано 5 сбербанков. Какова вероятность того, что среди отобранных окажется в черте города: а) 3 сбербанка; б) хотя бы один?
4. Студент знает 20 из 25 вопросов программы. Зачет считается сданным, если студент ответит не менее чем на 3 из 4 поставленных в билете вопросов. Взглянув на первый вопрос билета, студент обнаружил, что он его знает. Какова вероятность того, что студент: а) сдаст зачет; б) не сдаст зачет?
5. Вероятность своевременного выполнения студентом контрольной работы по каждой из трех дисциплин равна соответственно 0,6, 0,5 и 0,8. Найти вероятность своевременного выполнения контрольной работы студентом: а) по двум дисциплинам; б) хотя бы по

двум дисциплинам.

6. Вероятность изготовления на автоматическом станке стандартной детали равна 0,8. Найти вероятности возможного числа появления бракованных деталей среди 5 отобранных.
 7. Сколько раз необходимо подбросить игральную кость, чтобы наивероятнейшее выпадение тройки было равно 10?
 8. На факультете насчитывается 1825 студентов. Какова вероятность того, что 1 сентября является днем рождения одновременно четырех студентов факультета?
 9. В некоторой местности из каждых 100 семей 80 имеют холодильники. Найти вероятность того, что из 400 семей 300 имеют холодильники.
 10. По статистическим данным в среднем 87% новорожденных доживают до 50 лет. 1. Найти вероятность того, что из 1000 новорожденных доля (частость) доживших до 50 лет будет: а) заключена в пределах от 0,9 до 0,95; б) будет отличаться от вероятности этого события не более, чем на 0,04 (по абсолютной величине). 2. При каком числе новорожденных с надежностью 0,95 доля доживших до 50 лет будет заключена в границах от 0,86 до 0,88?
 11. В лотерее разыгрываются: автомобиль стоимостью 5000 ден. ед., 4 телевизора стоимостью 250 ден. ед., 5 видеомagneтофонов стоимостью 200 ден. ед. Всего продается 1000 билетов по 7 ден. ед. Составить закон распределения чистого выигрыша, полученного участником лотереи, купившим один билет.
 12. Вероятности того, что студент сдаст семестровый экзамен в сессию по дисциплинам А и Б, равны соответственно 0,7 и 0,9. Составить закон распределения числа семестровых экзаменов, которые сдаст студент.
 13. Дана случайная величина X: X_i -2 1 2 P_i 0,5 0,3 0,2
- Найти закон распределения случайных величин: а) $Y = 3 \cdot X$; б) $Z = X^2$.
14. Даны законы распределения двух независимых случайных величин X:

X_i	0	2	4
P_i	0,5	0,2	0,3
Y_j	-2	0	2
P_j	0,1	0,6	0,2

Найти закон распределения случайных величин: а) $Z = X - Y$; б) $U = XY$.

15. Найти математическое ожидание случайной величины $Z = 8X - 5Y + 7$, если известно, что $M(X) = 3$, $M(Y) = 2$.
 16. Найти дисперсию случайной величины $Z = 8X - 5Y + 7$, если известно, что случайные величины X и Y независимы и $D(X) = 1,5$, $D(Y) = 1$.
 17. Дан ряд распределения случайной величины X_i : 14 5 7
- P_i : 0,4 0,1 0,3 0,2

Найти и изобразить графически ее функцию распределения.

18. Найти моду, медиану и математическое ожидание случайной величины X с плотностью вероятности $f(x) = 3x^2$ при $x \in [0; 1]$.
19. Найти коэффициент асимметрии и эксцесс случайной величины, распределенной по

так называемому закону Лапласа с плотностью вероятности $\varphi(x) = \frac{1}{2} \exp(-|x|)$.

2

20. В магазин поступила обувь с двух фабрик в соотношении 2:3. Куплено 4 пары обуви. Найти закон распределения числа купленных пар обуви, изготовленной первой фабрикой. Найти математическое ожидание и среднее квадратическое отклонение этой случайной величины.
21. Доказать, что сумма двух независимых случайных величин, распределенных по закону Пуассона с параметрами λ_1 и λ_2 , также распределена по закону Пуассона с параметром $\lambda = \lambda_1 + \lambda_2$.
22. В лотерее «Спортлото 6 из 45» денежные призы получают участники, угадавшие 3, 4, 5 и 6 видов спорта из отобранных случайно 6 видов из 45 (размер приза увеличивается с увеличением числа угаданных видов спорта). Найти закон распределения случайной величины X — числа угаданных видов спорта среди случайно отобранных шести. Какова вероятность получения денежного приза? Найти математическое ожидание и дисперсию случайной величины X .
23. Доказать, что если промежуток времени T , распределенный по показательному закону, уже длился некоторое время t , то это никак не влияет на закон распределения оставшейся части $T_1 = T - t$ промежутка, т.е. закон распределения T_1 остается таким же, как и всего промежутка T .
24. Установлено, что время ремонта телевизоров есть случайная величина X , распределенная по показательному закону. Определить вероятность того, что на ремонт телевизора потребуется не менее 20 дней, если среднее время ремонта телевизоров составляет 15 дней. Найти плотность вероятности, функцию распределения и среднее квадратическое отклонение случайной величины X .
25. Случайный процесс определяется формулой $X(t) = X \cos \omega t$, где X — случайная величина. Найти основные характеристики этого процесса, если $M(X) = a$, $D(X) = \sigma^2$.

5. ВОПРОСЫ К ЭКЗАМЕНУ ПО ДИСЦИПЛИНЕ

1. Случайные события. Примеры
2. Операции над событиями. Примеры
3. Классическое и статистическое определение вероятности
4. Сходимость по вероятности. Принцип практической уверенности
5. Основные правила и формулы комбинаторики
6. Теорема сложения вероятностей. Следствия
7. Теорема умножения вероятностей. Следствия
8. Условная вероятность. Зависимые и независимые события
9. Формула полной вероятности
10. Формула Байеса
11. Частная теорема о повторении опытов
12. Общая теорема о повторении опытов
13. Формула Пуассона
14. Формулы Муавра-Лапласа

15. Случайная величина. Способы её задания
16. Функция распределения случайной величины. Свойства
17. Вероятность попадания НСВ на заданный участок
18. Плотность распределения. Свойства
19. Числовые характеристики случайных величин: характеристики положения
20. Числовые характеристики случайных величин: квантили, квартили, вероятное отклонение
21. Числовые характеристики случайных величин: моменты, дисперсия, среднее квадратическое отклонение
22. Числовые характеристики случайных величин: асимметрия, эксцесс, коэффициент вариации
23. Центрированная случайная величина
24. Распределение Бернулли. Пример
25. Биномиальное распределение. Пример
26. Распределение Пуассона. Пример
27. Равномерный закон распределения. Пример
28. Экспоненциальный закон распределения. Пример
29. Нормальный закон распределения. Пример
30. Стандартный нормальный закон распределения. Правило трёх сигм
31. Система двух случайных величин. Функция распределения
32. Числовые характеристики системы двух случайных величин
33. Дискретный вариационный ряд и его графическое изображение
34. Интервальный вариационный ряд и его графическое изображение
35. Средние величины вариационного ряда
36. Показатели вариации
37. Начальные и центральные моменты вариационного ряда
38. Оценка числовых характеристик случайной величины
39. Оценка параметров закона распределения случайной величины
40. Оценка плотности вероятности НСВ
41. Понятие доверительного интервала
42. Доверительный интервал для математического ожидания. Пример
43. Доверительный интервал для вероятности события. Пример

Ответы на тестовые вопросы открытого типа

ОПК-1.1

ОПК-1.2

1. Пространством элементарных событий

$$2. A_n^m = \frac{n!}{(n-m)!}$$

$$3. A_n^m = n^m$$

$$4. C_n^m = \frac{n!}{m!(n-m)!}$$

$$5. P_N = n!$$

6. Полную группу событий

7. Не могут произойти одновременно

8. $P(A) = \frac{m}{n}$

9. Невозможному событию

10. Достоверному событию

11.
$$P(A) = \sum_{i=1}^n P(H_i)P(A|H_i)$$

12.
$$P(H_i|A) = \frac{P(H_i)P(A|H_i)}{\sum_{i=1}^n P(H_i)P(A|H_i)}$$

13.
$$\prod_{i=1}^n (q_i + p_i qz) = \sum_{m=0}^n P_{m,n} z^m$$

$$q_i = 1 - p_i$$

14.
$$P_{m,n} \approx \frac{\lambda^m e^{-\lambda}}{m!} = P_m(\lambda)$$

15. Случайной величиной

16. Случайная величина примет значение, меньшее аргумента функции

17. $\alpha_S[X] = \sum_{i=1}^n x_i^S p_i$

18. $\alpha_S[X] = \int_{-\infty}^{+\infty} x^S f(x) dx$

19. $K_{XY} = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n (x_i - m_x)(y_j - m_y) p_{ij}$

20. $r_{XY} = \frac{K_{XY}}{\sqrt{D_X D_Y}}$