

ПРИЛОЖЕНИЕ

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ В.Ф. УТКИНА»

КАФЕДРА ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ И ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ

ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ

по дисциплине

Б1.О.15 «Теория вероятностей и математическая статистика»

Направление подготовки

09.03.02 Информационные системы и технологии

ОПОП бакалавриата

«Информационные системы и технологии»

Квалификация (степень) выпускника – бакалавр

Формы обучения – очная, заочная

Рязань 2024

Оценочные материалы предназначены для контроля знаний обучающихся по дисциплине «Теория вероятностей и математическая статистика» и представляют собой фонд оценочных средств, образованный совокупностью учебно-методических материалов (контрольных заданий, описаний практических занятий), предназначенных для оценки качества освоения обучающимися данной дисциплины как части основной профессиональной образовательной программы.

Цель – оценить соответствие знаний, умений и уровня приобретенных компетенций обучающихся целям и требованиям основной образовательной программы в ходе проведения учебного процесса.

Основная задача – обеспечить оценку уровня сформированности общепрофессиональных компетенций, приобретаемых обучающимся в соответствии с этими требованиями.

Контроль знаний обучающихся проводится в форме текущего контроля и промежуточной аттестации.

Текущий контроль успеваемости проводится с целью определения степени усвоения учебного материала, своевременного выявления и устранения недостатков в подготовке обучающихся и принятия необходимых мер по совершенствованию методики преподавания учебной дисциплины, организации работы обучающихся в ходе учебных занятий и проведения, в случае необходимости, индивидуальных консультаций. К контролю текущей успеваемости относятся проверка знаний, умений и навыков обучающихся на практических занятиях по результатам выполнения и защиты обучающимися индивидуальных заданий, по результатам выполнения контрольных работ и тестов, по результатам проверки качества конспектов лекций и иных материалов.

В качестве оценочных средств на протяжении семестра используются устные и письменные ответы студентов на индивидуальные вопросы, письменное тестирование по теоретическим разделам курса. Дополнительным средством оценки знаний и умений студентов является отчет о выполнении практических заданий и его защита.

Промежуточная аттестация студентов по данной дисциплине проводится на основании результатов выполнения практических заданий. При выполнении практических заданий применяется система оценки «зачтено – не зачтено». Количество практических занятий по дисциплине определено утвержденным учебным графиком.

По итогам курса студенты сдают в конце семестра обучения экзамен. Форма проведения экзамена – устный ответ, по утвержденным экзаменационным билетам, сформулированным с учетом содержания учебной дисциплины. В экзаменационный билет включается один теоретический вопрос по темам курса и две практические задачи.

1 Паспорт фонда оценочных средств по дисциплине

ОПК-1: Способен применять естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности;

ОПК-1.1. Демонстрирует естественнонаучные и общеинженерные знания, знания методов математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования.

Знает: основы математики, естественнонаучных дисциплин, вычислительной техники и программирования; методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования.

Умеет: использовать естественнонаучные и общеинженерные знания, знания методов математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования при решении профессиональных задач.

Владеет: навыками теоретического и экспериментального исследования объектов профессиональной деятельности.

ОПК-1.2. Применяет естественнонаучные и общеинженерные знания, методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

Знает: методы математического анализа и моделирования, теоретического и экспериментального исследования в профессиональной деятельности.

Умеет: решать стандартные профессиональные задачи с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.

Владеет: приемами решения стандартных профессиональных задач с применением естественнонаучных и общеинженерных знаний, методов математического анализа и моделирования.

№ п/п	Контролируемые разделы дисциплины	Код контролируемой компетенции	Наименование оценочного средства
1	Введение. Элементы комбинаторики	ОПК-1.1-3 ОПК-1.1-У ОПК-1.1-В ОПК-1.2-3 ОПК-1.2-У ОПК-1.2-В	Экзамен
2	Основы теории вероятностей	ОПК-1.1-3 ОПК-1.1-У ОПК-1.1-В ОПК-1.2-3 ОПК-1.2-У ОПК-1.2-В	Экзамен
3	Дискретные случайные величины (ДСВ)	ОПК-1.1-3 ОПК-1.1-У ОПК-1.1-В ОПК-1.2-3 ОПК-1.2-У ОПК-1.2-В	Экзамен
4	Непрерывные случайные величины (НСВ)	ОПК-1.1-3 ОПК-1.1-У ОПК-1.1-В ОПК-1.2-3 ОПК-1.2-У ОПК-1.2-В	Экзамен
5	Многомерные случайные величины. Предельные теоремы	ОПК-1.1-3 ОПК-1.1-У ОПК-1.1-В ОПК-1.2-3 ОПК-1.2-У ОПК-1.2-В	Экзамен
6	Вариационные ряды и их характеристики	ОПК-1.1-3 ОПК-1.1-У ОПК-1.1-В ОПК-1.2-3 ОПК-1.2-У ОПК-1.2-В	Экзамен
7	Статистические оценки параметров распределения	ОПК-1.1-3 ОПК-1.1-У ОПК-1.1-В ОПК-1.2-3 ОПК-1.2-У ОПК-1.2-В	Экзамен
8	Проверка статистических гипотез	ОПК-1.1-3	Экзамен

		ОПК-1.1-У ОПК-1.1-В ОПК-1.2-З ОПК-1.2-У ОПК-1.2-В	
--	--	---	--

Критерии оценивания компетенций по результатам защиты практических работ и сдачи экзамена

1. Уровень усвоения материала, предусмотренного программой.
2. Умение анализировать материал, устанавливать причинно-следственные связи.
3. Качество ответов на вопросы: логичность, убежденность, общая эрудиция.

Критерии приема практических работ:

«зачтено» – студент представил полный отчет по практической работе, ориентируется в представленных в работе результатах, осознано и правильно отвечает на контрольные вопросы;

«не зачтено» – студент не имеет отчета по практической работе, в отчете отсутствуют некоторые пункты Задания на выполнение работы, при наличии полного отчета студент не ориентируется в представленных результатах и не отвечает на контрольные вопросы.

Критерии выставления оценок при аттестации результатов обучения по дисциплине в виде экзамена:

- на *«отлично»* оценивается глубокое раскрытие вопросов, поставленных в экзаменационном задании, понимание смысла поставленных вопросов, полные ответы на смежные вопросы, показывающие всестороннее, системное усвоение учебного материала;
- на *«хорошо»* оценивается полное раскрытие вопросов, поставленных в экзаменационном задании, понимание смысла поставленных вопросов, но недостаточно полные ответы на смежные вопросы;
- на *«удовлетворительно»* оценивается неполное раскрытие вопросов экзаменационного задания и затруднения при ответах на смежные вопросы;
- на *«неудовлетворительно»* оценивается слабое и неполное раскрытие вопросов экзаменационного задания, отсутствие осмысленного представления о существовании вопросов, отсутствие ответов на дополнительные вопросы.

2 Примеры контрольных вопросов для оценивания компетенций ОПК-1.1-З, ОПК-1.2-З

1. Предмет теории вероятностей и математической статистики. Основные задачи и области применения.
2. Комбинаторика. Выбор с и без возвратов. Упорядоченные и неупорядоченные выборки. Правило произведения и правило сложения. Примеры задач.
3. Размещения, перестановки и сочетания без повторений (с примерами). Свойства числа сочетаний.
4. Размещения, перестановки и сочетания с повторениями (с примерами).
5. Случайные события. Виды событий (несовместные, совместные, равновероятные, противоположные, достоверные и невозможные). Понятие вероятности. Пространство элементарных исходов.
6. Классическая, статистическая и геометрическая вероятность (примеры). Свойства вероятности.
7. Теорема сложения вероятностей несовместных событий. Следствие из нее (с примером).
8. Полная группа событий. Противоположные события (с примером).
9. Условная вероятность. Теорема умножения вероятностей и следствие из нее (с примером).
10. Независимые события. Теорема умножения для независимых событий (с примером).
11. Вероятность появления хотя бы одного события. Совместные события. Сумма совместных событий (с примером).
12. Формула полной вероятности (с примером).

13. Формула Бернулли (с примером). Вероятность гипотез. Формула Байеса (с примером). Априорная вероятность события. Апостериорная вероятность события.
14. Полигон распределения вероятностей. Наивероятнейшее число наступления события и его нахождение.
15. Формула Пуассона (пример).
16. Локальная формула Муавра – Лапласа. Свойства функции $f(x)$ (с примером).
17. Интегральная теорема Муавра – Лапласа. Свойства функции $\Phi(x)$ (с примером).
18. Вероятность отклонения относительной частоты от постоянной вероятности (следствие теоремы Муавра – Лапласа) (с примером).
19. Случайная величина. Примеры. Дискретные и непрерывные случайные величины. Закон распределения ДСВ.
20. Функция распределения ДСВ и ее свойства.
21. Математические операции над случайными величинами.
22. Математическое ожидание ДСВ и его свойства.
23. Дисперсия ДСВ, свойства дисперсии. Среднеквадратическое отклонение ДСВ.
24. Биномиальное распределение. Вычисление основных характеристик.
25. Закон распределения Пуассона. Вычисление основных характеристик.
26. Геометрическое распределение. Вычисление основных характеристик.
27. Гипергеометрическое распределение. Вычисление основных характеристик.
28. Непрерывная случайная величина. Вероятность отдельно взятой непрерывной случайной величины. Зависимость вероятности от вида интервала. Определение плотности распределения НСВ.
29. Свойства плотности распределения НСВ. Геометрическая интерпретация свойств плотности распределения. Формулы для нахождения математического ожидания и дисперсии НСВ.
30. Начальные и центральные моменты k -го порядка. Формулы их нахождения для НСВ и ДСВ. Геометрический смысл начальных и центральных моментов, нахождение коэффициента асимметрии и эксцесса.
31. Характеристики НСВ: мода, медиана, квантиль уровня q , $100q\%$ -ая точка.
32. Равномерно распределенная НСВ. Ее функция распределения. Математическое ожидание и дисперсия равномерно распределенной НСВ.
33. НСВ, распределенная по показательному закону. Вид функции распределения, графики плотности и функции распределения. Математическое ожидание и дисперсия НСВ, распределенной по показательному закону.
34. Нормальный закон распределения НСВ, график плотности распределения, его свойства, функция распределения, ее геометрический смысл. Смысл параметров a и σ в формуле нормального распределения.
35. Свойства НСВ, распределенной по нормальному закону, правило «трех сигм». Стандартное нормальное распределение.
36. Генеральная совокупность и выборка.
37. Статистическое распределение выборки.
38. Полигон и гистограмма.
39. Накопленная частота, кумулятивная кривая, эмпирическая функция распределения
40. Основные статистические характеристики вариационных рядов.
41. Другие характеристики вариационных рядов (мода, медиана, их графический расчет, размах, коэффициент вариации). Начальные и центральные моменты.
42. Дискретная двумерная случайная величина. Закон ее распределения. Условные законы распределения. Ковариация и коэффициент корреляции.
43. Визуализация статистической информации с помощью ящиков с усами. Определение межквартильного размаха и выбросов.
44. Статистические оценки параметров распределения. Виды оценок.
45. Качество статистических оценок.
46. Оценка параметров генеральной совокупности (пример).
47. Уровень значимости критерия. Доверительный интервал. Значение доверительного интервала.
48. Принцип практической уверенности. Статистическая гипотеза, ее виды, ошибки первого и второго рода. Последовательность проверки гипотез.

49. Критерий согласия Пирсона. Проверка гипотезы о соответствии выборочных данных теоретическому распределению для дискретного ряда.
50. Критерий согласия Пирсона. Проверка гипотезы о соответствии выборочных данных теоретическому распределению для интервального ряда.

Примеры задач

ОПК-1.1-У,В, ОПК-1.2-У,В

1. В классе 20 человек. Из них нужно выбрать четырёх дежурных. Сколько существует способов?
2. Сколько «слов» можно составить из букв слова «абракадабра»?
3. В урне 6 черных и 4 красных шара. Сколькими способами можно выбрать три шара, чтобы один был черным, а два – красных?
4. Наугад выбраны два положительных числа, меньшие 1. Какова вероятность того, что их произведение окажется меньше 0,5?
5. Из пяти букв разрезной азбуки составлено слово «книга». Неграмотный мальчик перемешал буквы, а потом наугад их собрал. Какова вероятность того, что он опять составил слово «книга».
6. По цели произведено 20 выстрелов. Найти количество попаданий, если меткость стрелка 90%.
7. Два стрелка, для которых вероятности попадания в мишень 0,7 и 0,8 соответственно производят по одному выстрелу. Определить вероятность: а) хотя бы одного попадания; б) одного попадания.
8. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых во второй урне – 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров взяли один. Найти вероятность того, что взят белый шар.
9. Строительная бригада получает железобетонные перекрытия от трех домостроительных комбинатов (ДСК): от первого – 30%, от второго – 55%, от третьего – 15% перекрытий. Известно, что брак продукции первого ДСК составляет 5%, второго – 6%, третьего – а третьего – 10%. Полученные перекрытия хранятся на общем складе. Наугад проверенное для контроля оказалось браком. Какова вероятность того, что оно изготовлена на первом складе.
10. Вероятность рождения мальчика равна 0,515. Какова вероятность того, что среди 1000 новорожденных не меньше 480 и не больше 540 мальчиков?
11. Охотник стреляет по дичи до первого попадания, но успевает сделать не более 6 выстрелов. Составить закон распределения случайной величины X – числа попаданий, если вероятность попадания в цель при одном выстреле равна 0,7. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение этой величины.
12. Среди 15 собранных агрегатов 6 нуждаются в дополнительной смазке. Составить закон распределения числа агрегатов, нуждающихся в дополнительной смазке, среди пяти наудачу отобранных из общего числа. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение этой величины.
13. В среднем по 10% договоров страховая компания выплачивает страховые суммы с наступлением страхового случая. Составить закон распределения числа таких договоров среди наудачу выбранных четырех. Найти математическое ожидание и стандартное отклонение этой величины.
14. Рост взрослой женщины является случайной величиной, распределённой по нормальному закону с параметрами $a = 164$ см, $\sigma = 5,5$ см. Найти плотность вероятности и вероятность попадания величины в интервал (160, 180).
15. Непрерывная случайная величина X распределена по показательному закону с параметром $\lambda = 2$. Найти $M(X)$, $D(X)$. Найти вероятность того, что величина X примет значение из интервала (0,3; 1). Записать формулу функции плотности и функции распределения.
16. Производится измерение диаметра вала без систематических ошибок. Случайные ошибки измерения подчинены нормальному закону со средним квадратическим отклонением $\sigma = 10$ мм. Найти вероятность того, что измерение будет произведено с ошибкой, не превосходящей по абсолютной величине 15 мм.
17. На вступительных экзаменах абитуриентами были набраны следующие баллы по результатам экзаменов: 20, 19, 22, 24, 21, 18, 23, 17, 20, 16, 15, 23, 21, 24, 21, 18, 23, 17, 21, 19, 20, 24, 21, 20, 18, 17, 22, 20, 21, 16, 22, 18, 20, 17, 19, 20, 20, 21, 18, 22, 23, 21, 25, 22, 20, 19, 21, 24, 23, 21. Требуется составить вариационный ряд распределения, изобразить его геометрически; определить среднюю арифметическую, моду, медиану, размах вариации, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации.

18. Имеются данные о выходе валовой продукции (в руб.) на 1 га сельскохозяйственных угодий для 50 хозяйств: 535, 278, 312, 368, 327, 482, 318, 531, 554, 898, 1030, 390, 334, 423, 393, 1081, 493, 698, 312, 603, 372, 454, 379, 294, 343, 365, 341, 459, 278, 449, 433, 250, 443, 447, 375, 271, 727, 334, 327, 501, 273, 871, 390, 582, 469, 448, 274, 495, 357, 546. Требуется составить вариационный ряд распределения, изобразить его геометрически; определить среднюю арифметическую, моду, медиану, размах вариации, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, коэффициент вариации и квартили.

**Примеры контрольных работ
ОПК-1.1-У,В, ОПК-1.2-У,В**

№1 «Основы теории вероятностей»

1. Два стрелка, для которых вероятности попадания в мишень 0,7 и 0,8 соответственно, производят по одному выстрелу. Определить вероятность:
 - а) хотя бы одного попадания;
 - б) одного попадания.
2. В первой урне содержится 10 шаров, из них 8 белых, во второй – 20 шаров, из них 4 белых. Из каждой урны наудачу извлекли по одному шару, а затем из этих двух шаров взяли один. Найти вероятность того, что взят белый шар.
3. Турист, заблудившийся в лесу, вышел на полянку, от которой в разные стороны ведут пять дорог. Если турист пойдет по первой дороге, то вероятность выхода из леса в течение часа составляет около 0,6; если по второй - то 0,3; если по третьей – 0,2; если по четвертой и по пятой – 0,1. Какова вероятность того, что турист пошел по первой дороге, если через час он вышел из леса.
4. На опытном поле посеяно 1500 семян. Найти вероятность события, состоящего в том, что всходы дадут ровно 1200 семян, если каждое зерно взойдет с вероятностью 0,9.
5. Вероятность рождения мальчика равна 0,515. Какова вероятность того, что среди 1000 новорожденных не меньше 480 и не больше 540 мальчиков.

№2 «Дискретные и непрерывные случайные величины»

1. Дана функция распределения дискретной случайной величины X . Найти ряд распределения, математическое ожидание и стандартное отклонение этой величины (по определению).

$$F(x) = \begin{cases} 0 & \text{при } x \leq 1, \\ 0,2 & \text{при } 1 < x \leq 2, \\ 0,7 & \text{при } 2 < x \leq 3, \\ 0,8 & \text{при } 3 < x \leq 4, \\ 1 & \text{при } x > 4. \end{cases}$$

2. Устройство состоит из 1000 элементов, работающих независимо один от другого. Вероятность отказа любого элемента в течение времени t равна 0,002. Необходимо: а) составить закон распределения отказавших за время t элементов; б) найти математическое ожидание и дисперсию этой случайной величины; в) определить вероятность того, что за время t откажет хотя бы один элемент.
3. Плотность вероятности случайной величины X задается функцией:

$$f(x) = \begin{cases} A(x-3)^2, & x \in [0; 2] \\ 0, & x \notin [0; 2] \end{cases}$$

Найти параметр A . Найти числовые характеристики случайной величины X : математическое ожидание, дисперсию, среднее квадратическое отклонение, асимметрию и эксцесс.

4. 20%-ная точка нормально распределенной случайной величины равна 50, а 40%-ная точка равна 35. Найти вероятность того, что случайная величина примет значение в интервале (25; 45). Сформулировать «правило трех сигм» для случайной величины.

3. Формы контроля

3.1. Формы текущего контроля

Текущий контроль по дисциплине проводится в виде тестовых опросов по отдельным темам дисциплины, проверки заданий, выполняемых самостоятельно на практических занятиях.

3.2 Формы промежуточного контроля

Форма промежуточного контроля по дисциплине – проверка контрольных работ, выполняемых самостоятельно.

3.3. Формы заключительного контроля

Форма заключительного контроля по дисциплине – экзамен.

4. Критерий допуска к экзамену

К экзамену допускаются студенты, написавшие на положительную оценку ко дню проведения экзамена по расписанию экзаменационной сессии все контрольные работы.

Студенты, не сдавшие ко дню проведения экзамена по расписанию экзаменационной сессии хотя бы одну контрольную работу, на экзамене получают неудовлетворительную оценку. Решение о повторном экзамене и сроках проведения экзамена принимает деканат после ликвидации студентом имеющейся задолженности по контрольным работам.