

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО
ОБРАЗОВАНИЯ
РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ
УНИВЕРСИТЕТ ИМЕНИ В.Ф. УТКИНА**

А.П. Капранов, Г.А. Борисов, Р.А. Чесноков

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Методические указания к практическим занятиям

Рязань 2022

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ
УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

«РЯЗАНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ РАДИОТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ
ИМЕНИ В.Ф. УТКИНА»

Факультет вычислительной техники

[Кафедра космических технологий](#)

ПРИКЛАДНАЯ МЕХАНИКА

Методические указания к практическим занятиям

Направление подготовки: 02.03.01 «Математика и компьютерные
науки»

Форма обучения: очная

Рязань 2022 г.

УДК: 531

А.П. Капранов, Г.А. Борисов, Р.А. Чесноков «Прикладная механика»: Методические указания к практическим занятиям разработаны в соответствии с ФГОС ВО по направлению подготовки 02.03.01 «Математика и компьютерные науки» Положения об ООП, реализуемой по ФГОС ВО – Рязань РГРТУ, 2021. – 93 с.

Табл. 1. Ил. 77. Библиогр 4 назв.

Предназначены для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению: 02.03.01 «Математика и компьютерные науки»

Методические указания к практическим занятиям по дисциплине «Прикладная механика» рассмотрены и одобрены на заседании кафедры «Космические технологии», протокол № _____ от _____ 2022 г.

Структура и содержание практических (контрольных) работ:

Тема 1.1. Статика. Основные понятия и аксиомы статики
Тема 1.2. Плоская система сходящихся сил
Тема 1.3. Элементы теории трения
Тема 1.4. Пространственная система сил
Тема 1.5. Определение Центра тяжести
Тема 1.6. Кинематика точки
Тема 1.7. Простейшие движения твердого тела
Тема 1.8. Сложное движение точки
Тема 2.1. Основные понятия
Тема 2.2. Растяжение и сжатие
Тема 2.3. Срез и смятие
Тема 2.4. Кручение
Тема 2.5. Прямой поперечный изгиб
Тема 3.1. Машины и их основные элементы.
Тема 3.3. Неразъемные соединения деталей.
Тема 3.4. Разъемные соединения деталей.
Тема 3.5. Ременные передачи.
Тема 3.6. Зубчатые передачи
Тема 3.7. Кривошипно-шатунные механизмы

Содержание практических занятий

Цель изучения дисциплины. Стоящая в наши дни перед отечественной наукой и техникой задача непрерывного роста и внедрения в производство новой техники требует дальнейшего повышения качества подготовки инженерных кадров, расширения теоретической базы их знаний. Известную роль в решении этой задачи должно сыграть и изучение одной из научных основ современной техники – техническая механика, состоящая из разделов: теоретической механики, сопротивление материалов, детали и механизмы машин.

Задания для практических работ

РАЗДЕЛ 1. Основы теоретической механики

Тема 1.1 Статика. Основные понятия и аксиомы статики

Практическая работа 1,2

Тема практического занятия 1,2

Действия над векторами, сложение векторов, разность векторов, метод проекций, проекция вектора на ось.

1.1 Элементы векторной алгебры

В теоретической механике рассматриваются такие векторные величины как сила, моменты силы относительно точки и оси, момент пары сил, скорость, ускорение и другие.

1. Понятие вектора.

Для определенности рассматриваем прямоугольную декартову систему координат.

Вектор - это направленный отрезок, который характеризуется длиной и направлением.

Операции над векторами. Вектора можно складывать и умножать на число.

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{c} \quad - \text{сумма двух векторов есть вектор}$$

$\alpha \cdot \vec{a} = \vec{b}$ - произведение вектора на действительное число есть вектор

$$\vec{a} + \vec{0} = \vec{a} \quad - \text{существует нулевой вектор}$$

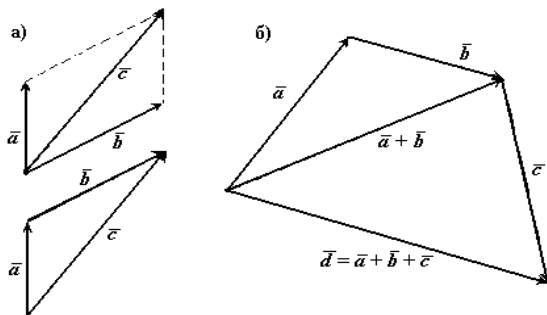


Рис.1

В математике все вектора являются свободными, их можно переносить параллельно самим себе.

В сумме двух векторов (рис.1,а) начало второго вектора можно поместить в конец первого вектора, тогда сумму двух векторов можно представить как вектор, имеющий начало в начале первого вектора, а конец в конце второго вектора. Применяя это правило для суммы нескольких векторов (рис.1,б) получаем, что суммой нескольких векторов является вектор, замыкающий ломаную линию, состоящую из слагаемых векторов.

Операции над векторами подчиняются следующим законам (см. рис.2):

$$\vec{a} + \vec{b} = \vec{b} + \vec{a}$$

$$\vec{a} + (\vec{b} + \vec{c}) = (\vec{a} + \vec{b}) + \vec{c} = \vec{a} + \vec{b} + \vec{c}$$

$$\alpha \cdot (\beta \cdot \vec{a}) = (\alpha \cdot \beta) \cdot \vec{a}$$

$$(\alpha + \beta) \cdot \vec{a} = \alpha \cdot \vec{a} + \beta \cdot \vec{a}$$

$$\alpha \cdot (\vec{a} + \vec{b}) = \alpha \cdot \vec{a} + \alpha \cdot \vec{b}$$

$$0 \cdot \vec{a} = \vec{0}$$

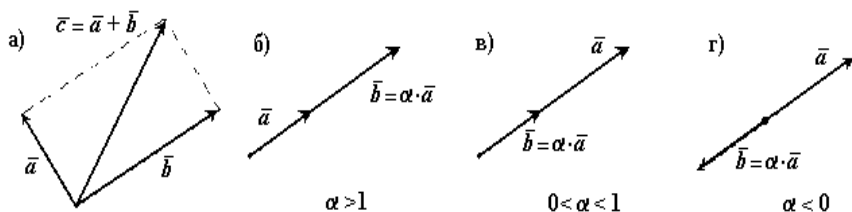


Рис.2

2. Правые и левые системы координат.

Декартовы системы координат делятся на два вида: правую и левую.

Рассмотрим, декартовы системы координат на плоскости (рис. 3).

При повороте оси Ox правой системы координат на 90° против часовой стрелки она совпадает с осью Oy .

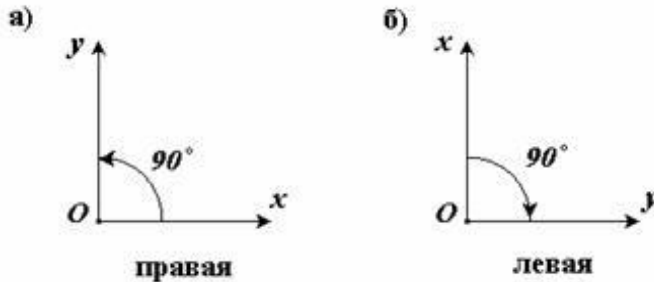


Рис.3

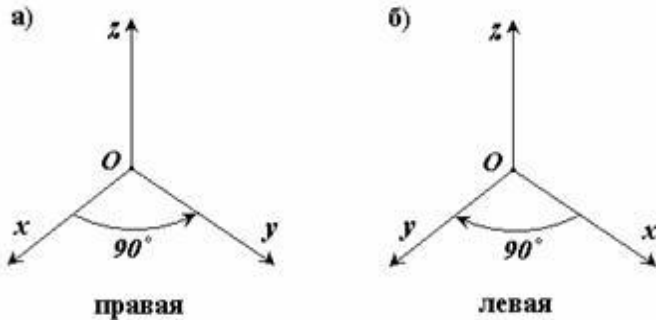


Рис.4

Рассмотрим декартовы системы координат в пространстве (рис.4).

При повороте оси Ox правой системы координат вокруг оси Oz на 90° против часовой стрелки она совпадает с осью Oy .

3. Длина, проекции и направляющие косинусы вектора.

В дальнейшем будем рассматривать правую декартову систему координат. Единичные вектора вдоль осей Ox , Oy и Oz образуют систему единичных (или базисных) векторов. Любой вектор, имеющий начало в точке O , можно представить как сумму

$\vec{a} = a_x \cdot \vec{i} + a_y \cdot \vec{j} + a_z \cdot \vec{k}$, числа (a_x, a_y, a_z) - это проекции вектора $\vec{a}$ на оси координат (рис.5).

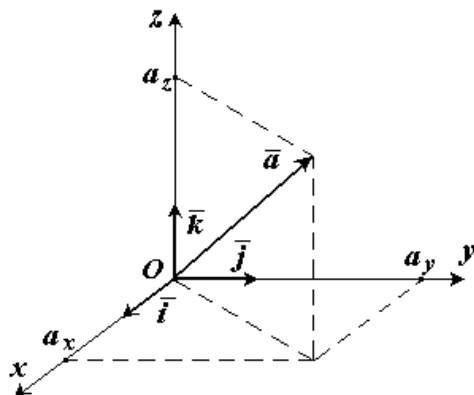


Рис.5

Длина (или модуль) вектора $\vec{a}$ определяется формулой

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2 + a_z^2}$$
 и обозначается a или $|\vec{a}|$.

Проекцией вектора на ось называется скалярная величина, которая определяется отрезком, отсекаемым перпендикулярами, опущенными из начала и конца вектора на эту ось. Проекция вектора считается положительной (+), если направление ее совпадает с положительным направлением оси, и отрицательной (-), если проекция направлена в противоположную сторону (рис.6).

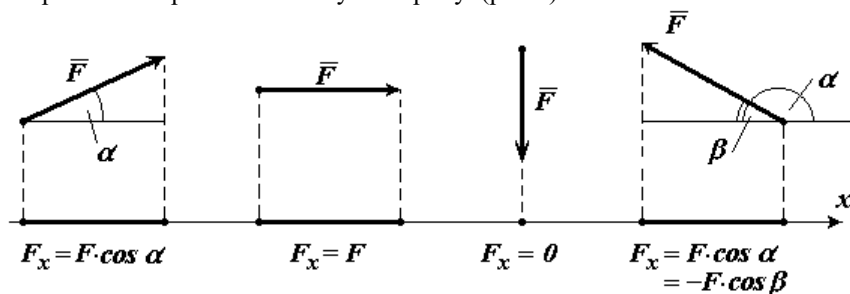


Рис.6

Направляющими косинусами $\cos \alpha$, $\cos \beta$, $\cos \gamma$ вектора называются косинусы углов между вектором и положительными направлениями осей Ox , Oy и Oz соответственно.

$$\cos \alpha = \frac{a_x}{a} \quad \cos \beta = \frac{a_y}{a} \quad \cos \gamma = \frac{a_z}{a}$$

Любая точка пространства с координатами (x, y, z) может быть задана своим радиус-вектором

$$\vec{r} = x \cdot \vec{i} + y \cdot \vec{j} + z \cdot \vec{k}$$

Координаты (x, y, z) это проекции вектора $\vec{r}$ на оси координат.

4. Скалярное произведение двух векторов

Имеется два вектора $\vec{a}$ и $\vec{b}$.

$$\vec{a} = (a_x, a_y, a_z),$$

$$\vec{b} = (b_x, b_y, b_z).$$

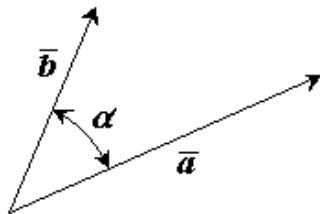


Рис.7

Результатом скалярного произведения двух векторов $\vec{a}$ и $\vec{b}$ является скалярная величина (число).

Записывается как $\vec{a} \cdot \vec{b}$ или $(\vec{a}, \vec{b})$. Скалярное

произведение двух векторов равно $\vec{a} \cdot \vec{b} = |\vec{a}| \cdot |\vec{b}| \cdot \cos(\alpha)$

Свойства скалярного произведения:

$$\vec{a} \cdot \vec{b} = \vec{b} \cdot \vec{a}$$

$$\vec{a} \cdot (\vec{b} + \vec{c}) = \vec{a} \cdot \vec{b} + \vec{a} \cdot \vec{c}$$

$$\vec{a} \cdot \vec{a} = |\vec{a}|^2 = a^2 \geq 0$$

$$\vec{i} \cdot \vec{i} = \vec{j} \cdot \vec{j} = \vec{k} \cdot \vec{k} = 1$$

$$\vec{i} \cdot \vec{j} = \vec{i} \cdot \vec{k} = \vec{j} \cdot \vec{k} = 0$$

$$\begin{aligned}\bar{a} \cdot \bar{b} &= (a_x \cdot \bar{i} + a_y \cdot \bar{j} + a_z \cdot \bar{k}) \cdot (b_x \cdot \bar{i} + b_y \cdot \bar{j} + b_z \cdot \bar{k}) = \\ &= a_x \cdot b_x + a_y \cdot b_y + a_z \cdot b_z\end{aligned}$$

5. Векторное произведение двух векторов

Имеется два вектора $\bar{a}$ и $\bar{b}$.

$$\bar{a} = (a_x, a_y, a_z),$$

$$\bar{b} = (b_x, b_y, b_z).$$

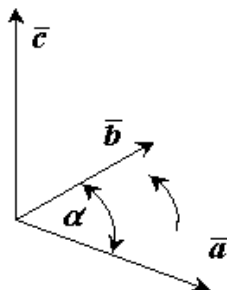


Рис.8

Результатом векторного произведения двух векторов $\bar{a}$ и $\bar{b}$ является вектор $\bar{c}$. Записывается как $\bar{a} \times \bar{b}$ или $[\bar{a}, \bar{b}]$.

Векторное произведение двух векторов это вектор $\bar{c}$, перпендикулярный к обоим этим векторам, и направленный так, чтобы с его конца поворот вектора $\bar{a}$ к вектору $\bar{b}$ был виден против часовой стрелки.

Длина (или модуль) векторного произведения равна

$$|\bar{a} \times \bar{b}| = |\bar{a}| \cdot |\bar{b}| \cdot \sin(\alpha)$$

Свойства векторного произведения:

$$\bar{a} \times \bar{b} = -\bar{b} \times \bar{a} \qquad \bar{a} \times (\bar{b} + \bar{c}) = \bar{a} \times \bar{b} + \bar{a} \times \bar{c}$$

$$(\alpha \cdot \bar{a}) \times \bar{b} = \alpha \cdot (\bar{a} \times \bar{b}) \qquad \bar{a} \times \bar{a} = 0$$

$$\bar{a} \cdot (\bar{a} \times \bar{b}) = 0$$

Векторное произведение двух векторов вычисляется через их проекции следующим образом:

$$\begin{aligned}
 \vec{c} = \vec{a} \times \vec{b} &= \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix} \cdot \vec{i} + \begin{vmatrix} a_z & a_x \\ b_z & b_x \end{vmatrix} \cdot \vec{j} + \begin{vmatrix} a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} \cdot \vec{k} = \\
 &= (a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y) \cdot \vec{i} + (a_z \cdot b_x - a_x \cdot b_z) \cdot \vec{j} + (a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x) \cdot \vec{k} \\
 c_x &= (a_y \cdot b_z - a_z \cdot b_y) \\
 c_y &= (a_z \cdot b_x - a_x \cdot b_z) \\
 c_z &= (a_x \cdot b_y - a_y \cdot b_x)
 \end{aligned}$$

Тема 1.2. Плоская система сходящихся сил

Практическая работа 3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13

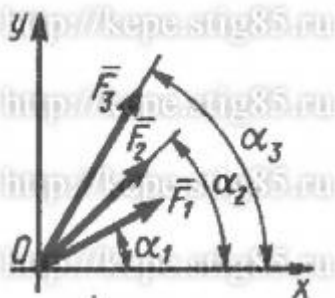
Тема практического занятия 3,4,5,6,7,8,9,10,11,12

1. Сложение и разложение сходящихся сил в плоскости
2. Равновесие плоской системы сходящихся сил
3. Главный вектор и главный момент плоской системы сил
4. Контрольная работа по теме: «Равновесие плоской системы сходящихся сил. Главный вектор и главный момент плоской системы сил»

Задачи и контрольные вопросы, данные для практических и контрольной работы

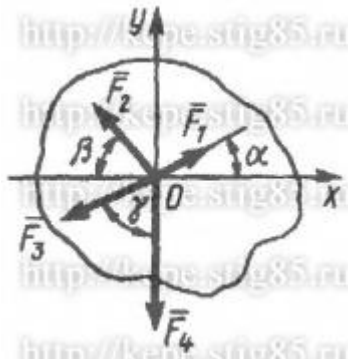
Задача 1

Определить модуль равнодействующей сходящихся сил $F_1 = 10$ Н, $F_2 = 15$ Н и $F_3 = 20$ Н, если известны углы, образованные векторами этих сил с осью Ox : $\alpha_1 = 30^\circ$, $\alpha_2 = 45^\circ$ и $\alpha_3 = 60^\circ$.



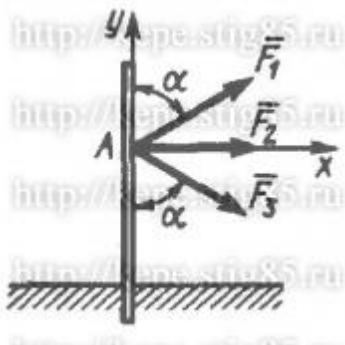
Задача 2

На твердое тело в точке O действует плоская система сходящихся сил $F_1 = 1 \text{ Н}$, $F_2 = 2 \text{ Н}$, $F_3 = 3 \text{ Н}$, $F_4 = 4 \text{ Н}$. Определить сумму проекций заданных сил на ось Oy , если заданы углы $\alpha = 30^\circ$, $\beta = 45^\circ$, $\gamma = 60^\circ$.



Задача 3

К столбу в точке A приложена плоская система сходящихся сил $F_1 = F_2 = F_3 = 10 \text{ Н}$. Определить сумму проекций заданных сил на ось Ax , если угол $\alpha = 60^\circ$.



Задача 4

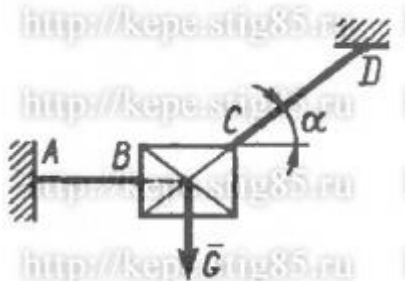
Найти числовое значение равнодействующей плоской системы сходящихся сил $F_1 = 30 \text{ Н}$, $F_2 = 75 \text{ Н}$, $F_3 = 35 \text{ Н}$, $F_4 = 50 \text{ Н}$, если углы, образуемые силами F_2 , F_3 , F_4 с силой F_1 , направленной вертикально вверх, соответственно равны 45° , 180° , 210° , откладывая их против хода часовой стрелки.

Задача 5

Найти числовое значение равнодействующей плоской системы сходящихся сил $F_1 = 20\text{ Н}$, $F_2 = 55\text{ Н}$, $F_3 = 25\text{ Н}$, $F_4 = 40\text{ Н}$, если углы, образуемые силами F_2 , F_3 , F_4 с силой F_1 , направленной вертикально вверх, соответственно равны 30° , 180° , 225° , откладывая по ходу часовой стрелки.

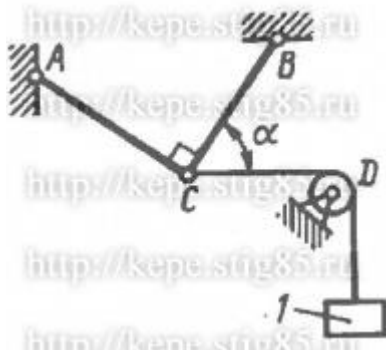
Задача 6

Пластина весом $G = 8\text{ Н}$ удерживается в равновесии двумя канатами АВ и CD, расположенными в вертикальной плоскости. Определить натяжение каната CD, если угол $\alpha = 30^\circ$.



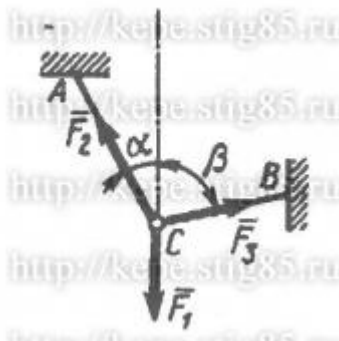
Задача 7

Два стержня AC и BC соединены шарнирно в точке C, к которой через блок D подвешен груз 1 весом 12 Н . Определить реакцию стержня BC, если угол $\alpha = 60^\circ$.



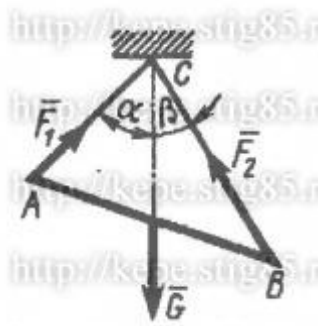
Задача 8

Определить модуль силы F_3 натяжения троса BC, если известно, что натяжение троса AC равно $F_2 = 15$ Н. В положении равновесия углы $\alpha = 30^\circ$ и $\beta = 75^\circ$.



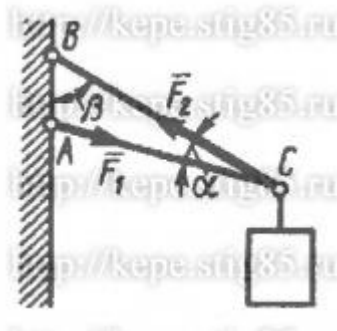
Задача 9

Определить вес балки AB, если известны силы натяжения веревок $F_1 = 120$ Н и $F_2 = 80$ Н. Заданы углы $\alpha = 45^\circ$ и $\beta = 30^\circ$ между вертикалью и веревками AC и BC соответственно.



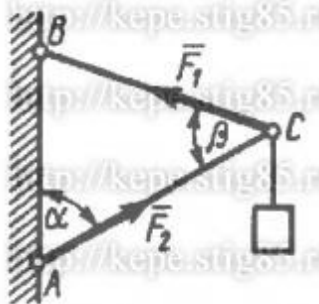
Задача 10

Груз удерживается в равновесии двумя стержнями AC и BC, шарнирно соединенными в точках A, B и C. Стержень BC растянут силой $F_2 = 45$ Н, а стержень AC сжат силой $F_1 = 17$ Н. Определить вес груза, если заданы углы $\alpha = 15^\circ$ и $\beta = 60^\circ$.



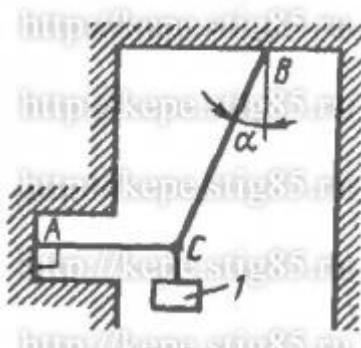
Задача 11

Шарнирный трехзвенник ABC удерживает в равновесии груз, подвешенный к шарнирному болту C. Под действием груза стержень AC сжат силой $F_2 = 25$ Н. Заданы углы $\alpha = 60^\circ$ и $\beta = 45^\circ$. Считая стержни AC и BC невесомыми, определить усилие в стержне BC.



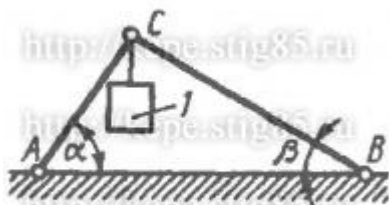
Задача 12

Груз 1 весом 2 Н удерживается в равновесии двумя веревками AC и BC, расположенными в вертикальной плоскости. Определить натяжение веревки BC, если угол $\alpha = 30^\circ$.



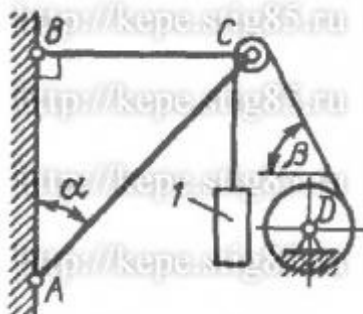
Задача 13

Два невесомых стержня AC и BC соединены в точке C и шарнирно прикреплены к полу. К шарниру C подвешен груз 1. Определить реакцию стержня BC, если усилие в стержне AC равно 43 Н, углы $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 30^\circ$



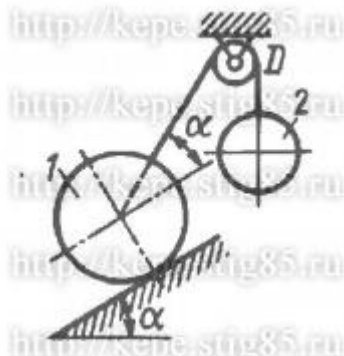
Задача 14

Груз 1 весом 10 Н подвешен с помощью каната, перекинутого через блок С и намотанного на барабан лебедки D. Определить усилие в стержне AC, если углы $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$.



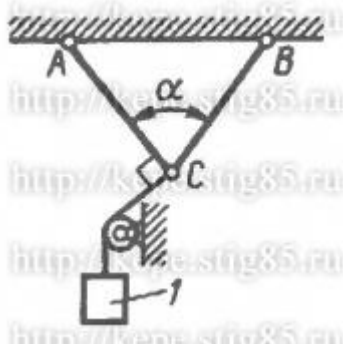
Задача 15

Шар 1 весом 16 Н и шар 2 связаны нитью, перекинутой через блок D и удерживаются в равновесии. Определить вес шара 2, если угол $\alpha = 30^\circ$.



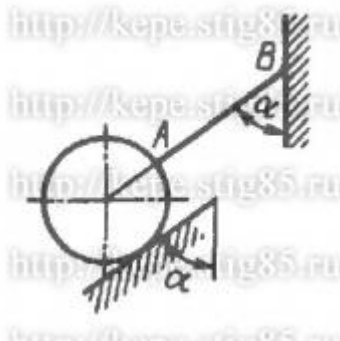
Задача 16

Груз 1 весом 6 Н удерживается в равновесии двумя стержнями AC и BC равной длины, соединенными шарнирно в точке C. Определить реакцию стержня AC, если угол $\alpha = 60^\circ$, усилие в стержне BC равно 6,94 Н.



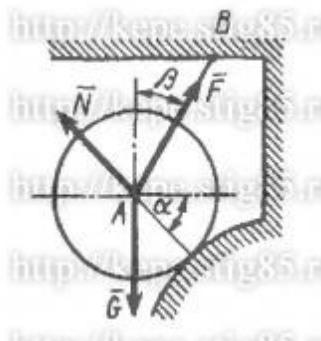
Задача 17

Однородный шар весом 12 Н удерживается в равновесии на гладкой наклонной плоскости с помощью веревки АВ. Определить давление шара на плоскость, если угол $\alpha = 60^\circ$.



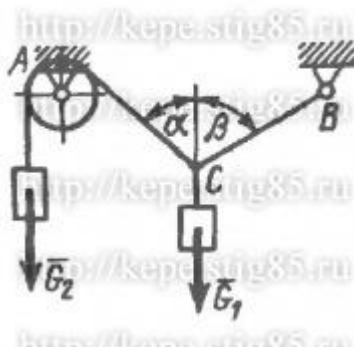
Задача 18

Цилиндр весом G удерживается в равновесии с помощью веревки AB . Нормальная реакция опорной поверхности $N = 40$ Н. Определить натяжение веревки F , если известны углы $\alpha = 45^\circ$ и $\beta = 30^\circ$.



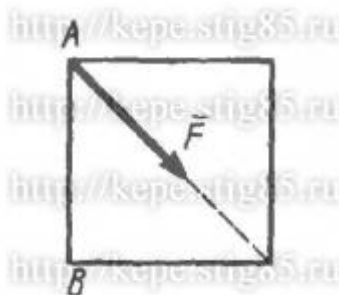
Задача 19

Два груза весом G_1 и G_2 находятся в равновесии. Определить натяжение веревки BC , если известны вес груза $G_2 = 90$ Н и углы $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 60^\circ$.



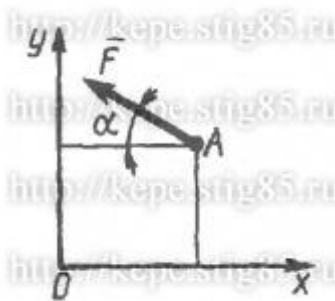
Задача 20

К вершине A квадратной пластины, длины сторон которой равны 0,2 м, приложена сила $F = 150$ Н. Определить момент этой силы относительно точки B.



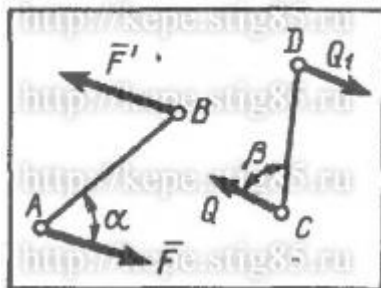
Задача 21

Сила $F = 420$ Н, приложенная к точке A, лежит в плоскости Oxy. Определить момент силы относительно точки O, если координаты $x_A = 0,2$ м, $y_A = 0,3$ м и угол $\alpha = 30^\circ$.



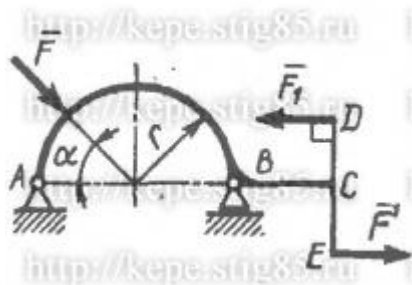
Задача 22

На плиту в ее плоскости действуют две пары сил. Определить сумму моментов этих пар, если сила $F = 8 \text{ Н}$, $Q = 5 \text{ Н}$, расстояния $AB = 0,25 \text{ м}$, $CD = 0,20 \text{ м}$, углы $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 70^\circ$.



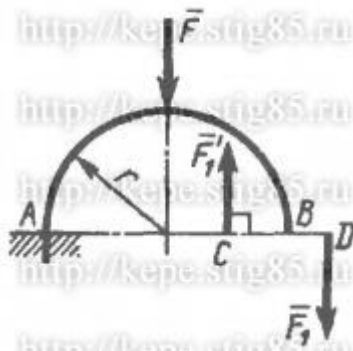
Задача 23

На арку ABC действуют пара сил (F_1, F'_1) и сила $F = 2 \text{ Н}$. Определить сумму их моментов относительно точки B, если сила $F_1 = 3 \text{ Н}$, радиус $r = 1 \text{ м}$, плечо $DE = 1,2 \text{ м}$, угол $\alpha = 45^\circ$.



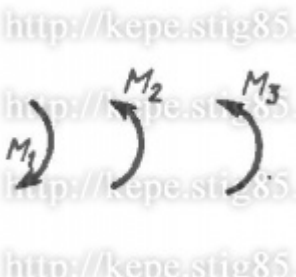
Задача 24

На арке АВ действуют пара сил (F_1, F'_1) и сила F . Определить сумму их моментов относительно точки А, если силы $F = 4 \text{ Н}$, $F_1 = 2 \text{ Н}$, радиус $r = 2 \text{ м}$, плечо $CD = 1,5 \text{ м}$.



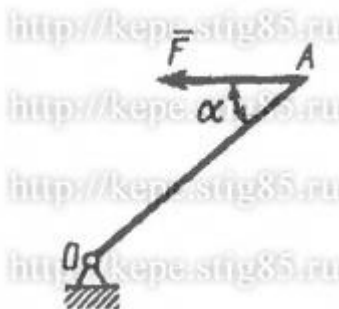
Задача 25

В одной плоскости расположены три пары сил. Определить момент пары сил M_3 , при котором эта система находится в равновесии, если моменты $M_1 = 510 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $M_2 = 120 \text{ Н} \cdot \text{м}$.



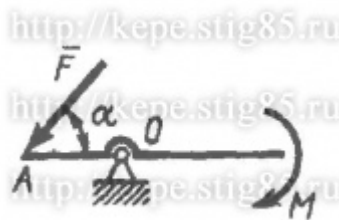
Задача 26

Однородный стержень OA , находящийся в вертикальной плоскости, шарнирно закреплен в точке O . Определить модуль горизонтальной силы F_1 при которой стержень находится в равновесии, если угол $\alpha = 45^\circ$, вес стержня 5 Н



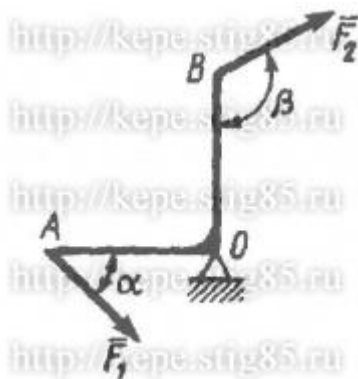
Задача 27

На рычаг с неподвижной осью O действуют пара сил с моментом $M = 3 \text{ Н} \cdot \text{м}$ и сила F . Определить модуль силы F , при которой рычаг находится в равновесии, если угол $\alpha = 45^\circ$, длина $AO = 0,3 \text{ м}$.



Задача 28

На рычаг с неподвижной осью O действуют силы $F_1 = 4 \text{ Н}$ и F_2 . Определить модуль силы F_2 , необходимой для того, чтобы удерживать рычаг в равновесии, если углы $\alpha = 45^\circ$, $\beta = 120^\circ$, длины $AO = 0,5 \text{ м}$, $BO = 0,6 \text{ м}$.



Тема практического занятия 13

Контрольная работа по теме: «Плоская система сходящихся сил»

Вопросы для самоконтроля

- Что такое теоретическая механика?
- Что такое статика?
- Что такое материальная точка?
- Что такое абсолютно твердое тело?
- Приведите определение понятия «сила».
- Какими единицами измеряется сила в Международной системе (СИ)?
- Что называется системой сил?
- Что называется равнодействующей системы сил?
- Какая сила называется уравновешивающей?
- Что такое система сил?
- Какие системы сил называются эквивалентными?
- Что такое равнодействующая и уравновешивающая сила?
- Какие системы сил называются статически эквивалентными?
- Сформулируйте первую, вторую, третью, четвертую и пятую аксиомы статики.

Вопросы для контрольной работы.

1. Что называется моментом силы?
2. Когда момент силы имеет знак плюс, а когда минус?
3. Теорема Вариньона о моменте равнодействующей.
4. Что называется парой сил?

5. Что называется главным вектором?
6. Что называется главным моментом?
7. Три формы уравнений равновесия плоской системы сил: основная, вторая, третья.

Тема 1.3.Элементы теории трения

Практическая работа 14,15

Тема практического занятия 14,15

Равновесие тела с учетом трения скольжения, трения качения

Вопросы для самоконтроля

Что называется трением скольжения.

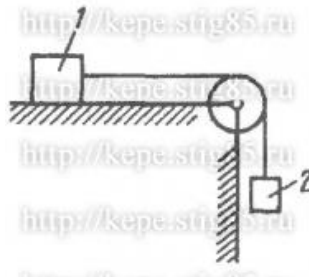
1. Основные законы трения.
2. Способы определения коэффициента трения.
3. Угол трения.

Задача 1

На наклонной плоскости лежит груз. Определить в градусах максимальный угол наклона плоскости к горизонту, при котором груз останется в покое, если коэффициент трения скольжения равен 0,6.

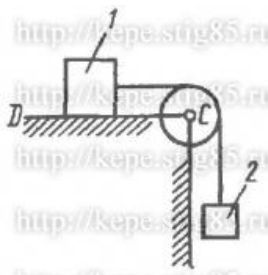
Задача 2

Каким должен быть наименьший вес тела 2, для того чтобы тело 1 весом 200 Н начало скользить по горизонтальной плоскости, если коэффициент трения скольжения $f = 0,2$.



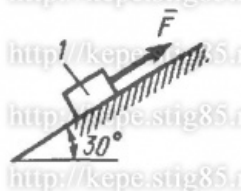
Задача 3

Определить наименьший коэффициент трения скольжения между грузом 1 весом 400 Н и плоскостью DC, при котором груз 1 останется в покое, если вес груза 2 равен 96 Н.



Задача 4

Каким должен быть вес тела 1, для того чтобы началось скольжение вверх по наклонной плоскости, если сила $F = 90 \text{ Н}$, а коэффициент трения скольжения $f = 0,3$?



Тема 1.4. Пространственная система сил

Практическая работа 16,17,18

Тема практического занятия 16,17,18

Главный момент произвольной пространственной системы сил

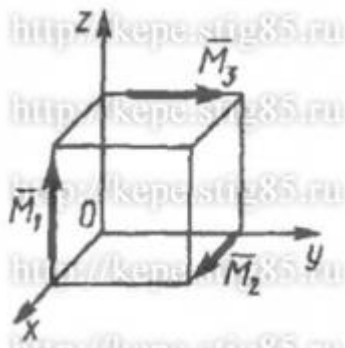
Контрольная работа по теме: «Пространственная система сил»

Задача 1

Определить модуль момента равнодействующей пары сил для системы двух пар сил с моментами M_1 и M_2 , если даны проекции моментов $M_{1x} = 9 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $M_{1y} = 9 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $M_{1z} = 0$; $M_{2x} = 5 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $M_{2y} = 5 \text{ Н}\cdot\text{м}$; $M_{2z} = 0$.

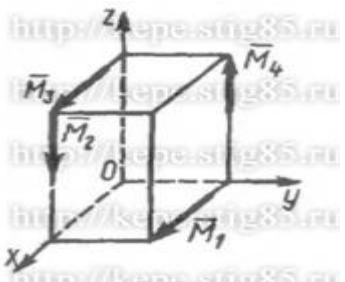
Задача 2

На куб действуют три пары сил с моментами $M_1 = M_2 = M_3 = 2 \text{ Н}\cdot\text{м}$. Определить модуль момента равнодействующей пары сил.



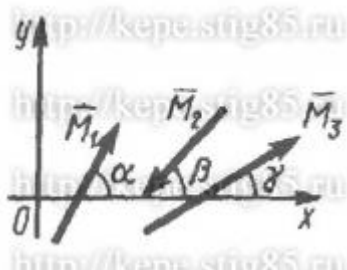
Задача 3

К параллелепипеду приложены четыре пары сил с моментами $M_1 = M_2 = M_3 = M_4 = 100 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Определить модуль момента равнодействующей пары сил.



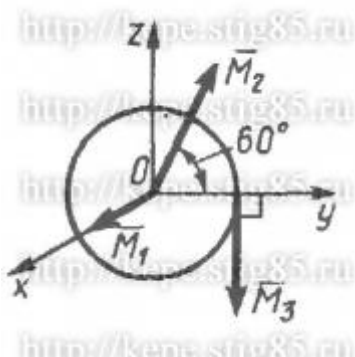
Задача 4

Пространственная система трех пар сил задана моментами $M_1 = 2 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $M_2 = 1,41 \text{ Н} \cdot \text{м}$ и $M_3 = 2 \text{ Н} \cdot \text{м}$, векторы которых расположены в плоскости Oxy под углами $\alpha = 60^\circ$, $\beta = 45^\circ$ и $\gamma = 30^\circ$. Определить модуль момента уравновешивающей пары сил.



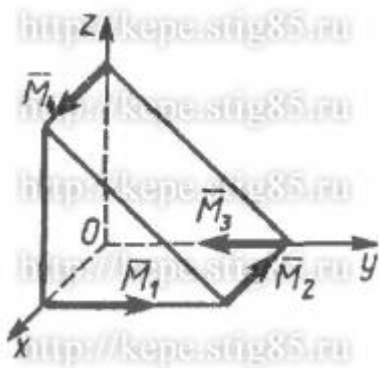
Задача 5

Определить модуль момента равнодействующей пары сил для системы трех пар сил с моментами $M_1 = 2 \text{ Н} \cdot \text{м}$, $M_2 = M_3 = 3 \text{ Н} \cdot \text{м}$. Векторы M_2 и M_3 расположены в плоскости Oyz , а $M_1 \parallel O_x$.



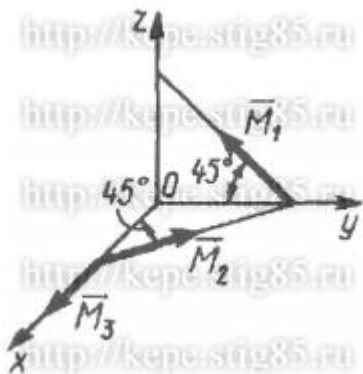
Задача 6

Определить модуль момента уравнивающей пары сил для пространственной системы четырех пар сил, если $M_1 = M_2 = M_3 = M_4 = 20 \text{ Н} \cdot \text{м}$.



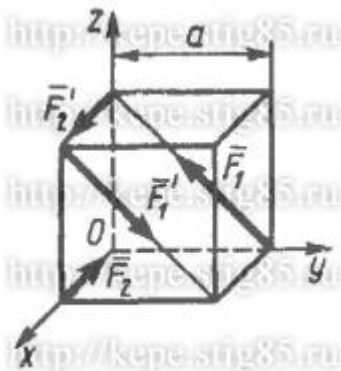
Задача 7

Определить модуль момента равнодействующей пары сил для системы пар сил с моментами $M_1 = M_2 = 1 \text{ Н} \cdot \text{м}$ и $M_3 = 0,707 \text{ Н} \cdot \text{м}$.



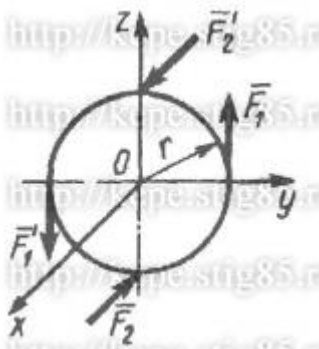
Задача 8

На куб со стороной $a = 0,1 \text{ м}$ действуют пары сил (F_1, F'_1) и (F_2, F'_2) . Определить модуль момента равнодействующей пары сил, если силы $F_1 = F'_1 = 10 \text{ Н}$ и $F_2 = F'_2 = 50 \text{ Н}$.



Задача 9

На диск радиуса $r = 0,5$ м действуют пары сил (F_1, F'_1) и (F_2, F'_2) . Причем $F_1 \parallel Oz$, $F_2 \parallel Ox$. Модули всех сил равны 2 Н. Определить модуль момента равнодействующей пары сил.



Контрольные вопросы

1. Что называется пространственной системой сил?
2. Теорема о приведении пространственной системы сил к заданному центру.
3. Аналитическое выражение для определения главного вектора момента.

4. Аналитическое выражение для определения главного момента.
5. Аналитические условия равновесия пространственной системой сил.
6. Частные случаи приведения.

Тема 1.5. Определение центра тяжести

Практическая работа 19,20

Тема практического занятия 19,20

1. Центр тяжести линии

2. Центр тяжести плоских фигур

Вопросы для самоконтроля

1. Что называется центром параллельных сил?
2. Что называется центром тяжести?
3. Методы определения положения центра тяжести сложных фигур.

Задача 1. Определим центр тяжести однородного тела, изображённого на рис. 1

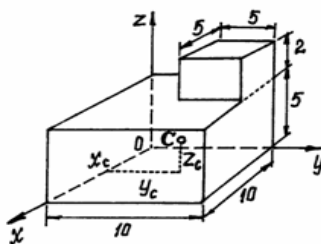


Рис.1

Задача 2. Найдём центр тяжести пластины, согнутой под прямым углом. Размеры – на чертеже (рис.2).

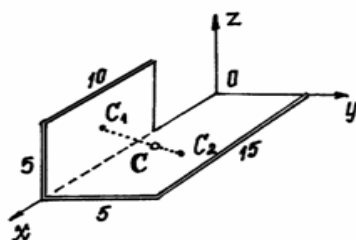


Рис.2

Задача 3. У квадратного листа 20×20 см вырезано квадратное отверстие 5×5 см (рис.3). Найдем центр тяжести листа.

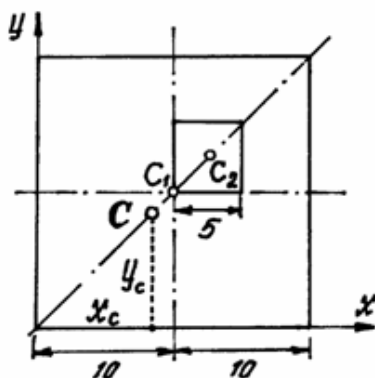


Рис.3

Пример 4. Проволочная скобка (рис.4) состоит из трёх участков одинаковой длины l .

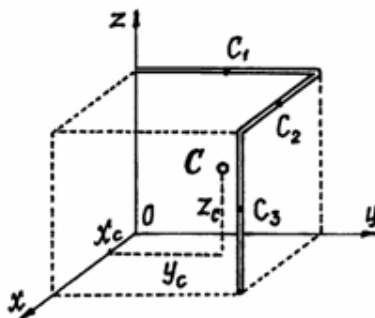


Рис.4

Тема 1.6. Кинематика точки

Практическая работа 21,22

Тема практического занятия 21

1. Траектория и положение точки в прямоугольной системе координат

2. Скорость точки в прямоугольной системе координат

Тема практического занятия 22

3. Переменное ускорение точки в прямоугольной системе

Задача 1

Заданы уравнения движения точки $x = 1 + 2\sin 0,1t$, $y = 3t$. Определить координату x точки в момент времени, когда ее координата $y = 12$ м.

Задача 2

Задано уравнение движения точки $r = 3ti + 4tj$. Определить координату y точки в момент времени, когда $r = 5$ м.

Задача 3

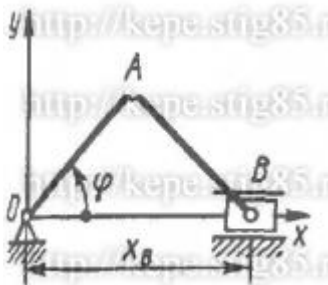
Заданы уравнения движения точки $x = 3t$, $y = t^2$. Определить расстояние точки от начала координат в момент времени $t = 2$ с.

Задача 4

Заданы уравнения движения точки $x = \cos t$, $y = 2\sin t$. Определить расстояние от точки до начала координат в момент времени $t = 2,5$ с.

Задача 5

Положение кривошипа определяется углом (рад) $\varphi = 0,2t$. Найти координату x_B ползуна в момент времени $t = 3$ с, если длины звеньев $OA = AB = 0,5$ м.



Задача 6

Заданы уравнения движения точки $x = 2t$, $y = t$. Определить время t , когда расстояние от точки до начала координат достигнет 10 м.

Задача 7

Заданы уравнения движения точки $x = 2t$, $y = 1 - 2 \sin 0,1t$. Определить ближайший момент времени, когда точка пересечет ось Ox .

Задача 8

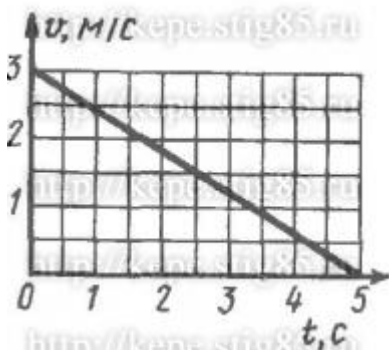
Для точки A заданы уравнения движения $x = 2 \cos t$, $y = 3 \sin t$. Определить угол между осью Ox и радиусом-вектором OA точки в момент времени $t = 1,5$ с.

Задача 9

Дано уравнение движения точки $\mathbf{r} = t^2 \mathbf{i} + 2t \mathbf{j} + 3 \mathbf{k}$. Определить модуль скорости точки в момент времени $t = 2$ с.

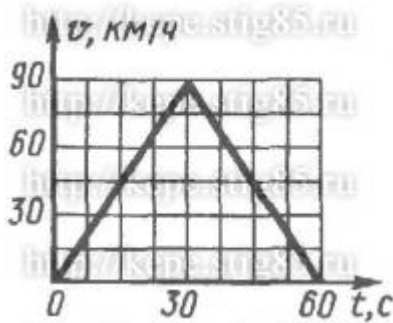
Задача 10

Дан график скорости движения точки $v = f(t)$. Определить пройденный путь в момент времени $t = 5$ с.



Задача 11

Дан график скорости движения точки $v = f(t)$. Определить пройденный путь в момент времени $t = 60$ с.



Задача 12

Даны уравнения движения точки $x = t^2$, $y = \sin \pi t$, $z = \cos \pi t$. Определить модуль скорости точки в момент времени $t = 1$ с.

Задача 13

Скорость движения точки $v = 2ti + 3j$. Определить угол в градусах между вектором скорости и осью Ox в момент времени $t = 4$ с.

Задача 14

Ускорение точки $a = 0,5ti + 0,2t^2j$. Определить модуль ускорения в момент времени $t = 2$ с.

Задача 15

Даны проекции скорости на координатные оси $v_x = 3t$, $v_y = 2t^2$, $v_z = t^3$. Определить модуль ускорения в момент времени $t = 1$ с.

Задача 16

Движение точки задано уравнениями $dx/dt = 0,3t^2$ и $y = 0,2t^3$.
Определить ускорение в момент времени $t = 7$ с.

Задача 17

Даны уравнения движения точки: $x = 0,3t^3$, $y = 2t^2$, где x и y в см.
Определить, в какой момент времени t ускорение точки равно 7 см/с^2 .

Задача 18

Положение точки на плоскости определяется ее радиусом-вектором $\mathbf{r} = 0,3t^2\mathbf{i} + 0,1t^3\mathbf{j}$. Определить модуль ускорения точки в момент времени $t = 2$ с.

Задача 19

Даны уравнения движения точки $x = \cos\pi t$, $y = \sin\pi t$. Определить модуль ускорения в момент времени $t = 1$ с.

Задача 20

Дано ускорение точки $\mathbf{a} = 2t\mathbf{i} + t^2\mathbf{j}$. Определить угол в градусах между вектором $\mathbf{a}$ и осью Ox в момент времени $t = 1$ с.

Задача 21

Даны уравнения движения точки: $x = 8 - t^2$, $y = t^2 - \cos t$. Определить проекцию ускорения a_y в момент времени, когда координата $x = 0$.

Задача 22

Ускорение прямолинейного движения точки $\mathbf{a} = t$. Определить скорость точки в момент времени $t = 3$ с, если при $t_0 = 0$ скорость $v_0 = 2 \text{ м/с}$.

Тема 1.7 Простейшие движения твердого тела

Практическая работа 23,24,25

Тема практического занятия 23,24

Поступательное и вращательное движения твердых тел

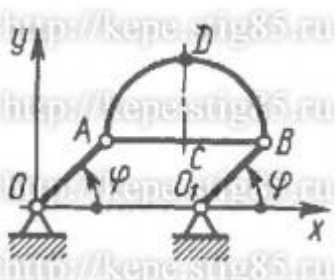
Тема практического занятия 25

Контрольная работа по теме:

«Поступательное и вращательное движения твердых тел»

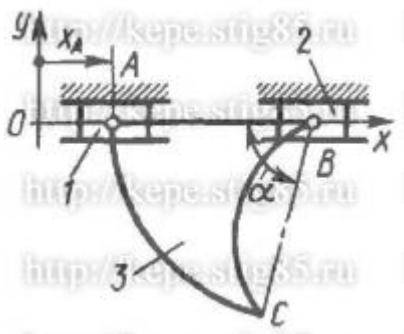
Задача 1

При вращении кривошипа $OA = OB = 0,16 \text{ м}$ угол φ изменяется по закону $\varphi = \pi t$. Определить радиус кривизны траектории точки D полукруга ABD при $r = 2$ с, если $AB = 0,25 \text{ м}$.



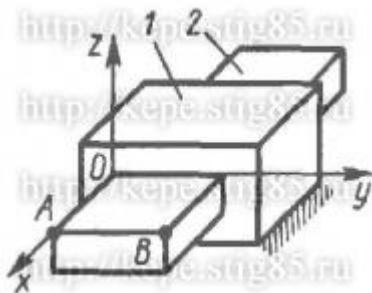
Задача 2

К ползунам 1 и 2, перемещающимся вдоль оси Ox по общей направляющей, прикреплено тело 3. Точка A движется по закону $x_A = 0,1t^2$. При $t = 10$ с определить скорость точки C , если расстояния $AB = BC = 0,3$ м и угол $\alpha = 75^\circ$.



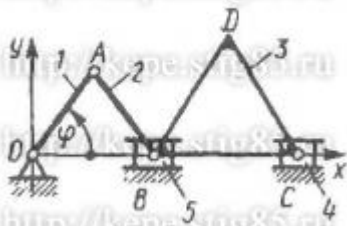
Задача 3

В корпусе 1 по направляющим перемещается ползун 2 по закону $x_A = 0,1\cos t$, $y_A = 0$, $z_A = 0$. В момент времени (с) $t = \pi$ определить скорость точки B , если расстояние $AB = 0,3$ м.



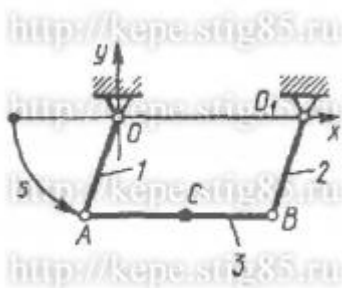
Задача 4

При вращении кривошипа 1 шатуном 2 приводятся в движение ползуны 4, 5 и треугольная пластинка 3. В момент времени $t = 0,5$ с определить ускорение точки D, если $OA = AB = 0,2$ м, $BC = CD = BD = 0,26$ м, угол $\varphi = \pi t$.



Задача 5

На двух кривошипах 1 и 2 одинаковой длины $OA = OB = 0,2$ м закреплен стержень 3, совершающий движение в плоскости Oxy . Точка A движется по закону $s = 0,2\pi t$. Определить ускорение средней точки C стержня при $t = 0$, если $AB = 0,36$ м.



Задача 6

Угловая скорость тела изменяется согласно закону $\omega = -8t$. Определить угол поворота тела в момент времени $t_0 = 3$ с, если при $t_0 = 0$ угол поворота $\varphi = 5$ рад.

Задача 7

Ротор электродвигателя, начав вращаться равноускоренно, сделал за первые 5 с 100 оборотов. Определить угловое ускорение ротора.

Задача 8

Тело вращается вокруг неподвижной оси согласно закону $\varphi = t^3 + 2$. Определить угловую скорость тела в момент времени, когда угол поворота $\varphi = 10$ рад.

Задача 9

Тело вращается вокруг неподвижной оси согласно закону $\varphi = 4 + 2t^3$. Определить угловое ускорение тела в момент времени когда угловая скорость $\omega = 6$ рад/с.

Задача 10

Угловая скорость тела изменяется согласно закону $\omega = 2 - 8t^2$. Определить время t остановки тел.

Вопросы для контрольной работы

1. Что называется поступательным движением?
2. Что называется вращательным движением?
3. Что называется угловым ускорением?
4. Что называется плоским движением?
5. Теорема о скоростях точек плоской фигуры.
6. Частные случаи вращательного движения тела.
7. Задачи по вариантам.

Тема 1.8. Сложное движение точки

Практическая работа 26,27,28

Тема практического занятия 26,27

1. Уравнения движения точки

2. Скорость точки

Тема практического занятия 28

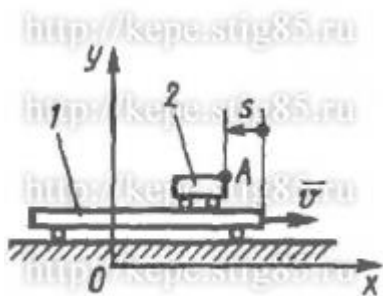
3. Контрольная работа по теме: «Относительное, переносное и абсолютное движение точки»

Задача 1

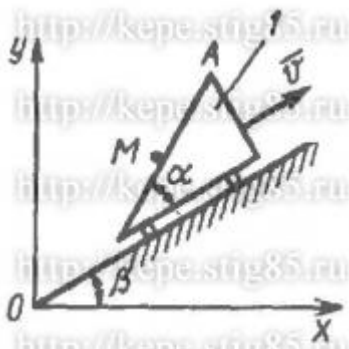
Платформа движется по горизонтали равномерно со скоростью 1 м/с. Относительно платформы в том же направлении движется точка по закону $s = 0,5t$. Найти координату x точки в момент времени $t = 4$ с, если при $t = 0$ $x = 0$.

Задача 2

Платформа 1 движется по горизонтали равномерно со скоростью $v = 1$ м/с. Тело 2 относительно платформы движется по закону $s = 0,5t$. Найти закон движения тела 2, если при $t = 0$ $x_A = 0$.

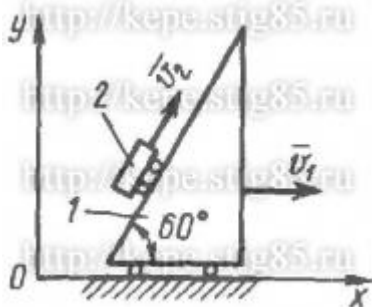
**Задача 3**

Тело 1 движется по наклонной плоскости равномерно со скоростью $v = 2$ м/с. Точка М относительно тела 1 движется согласно уравнению $AM = 0,5t$. Определить координату x_M точки М в момент времени $t = 2$ с, если при $t = 0$ координата $x_M = 0$, углы $\alpha = \beta = 30^\circ$.



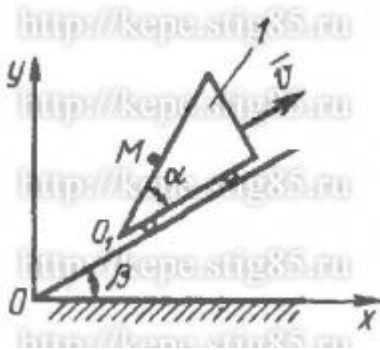
Задача 4

Тело 1 движется по горизонтали равномерно со скоростью $v_1 = 2$ м/с. Тело 2 относительно тела 1 движется также равномерно со скоростью $v_2 = 4$ м/с. Пренебрегая размерами тела 2, найти его координату x_2 в момент времени $t = 0,5$ с, если при $t = 0$ координата $x_2 = 0$.



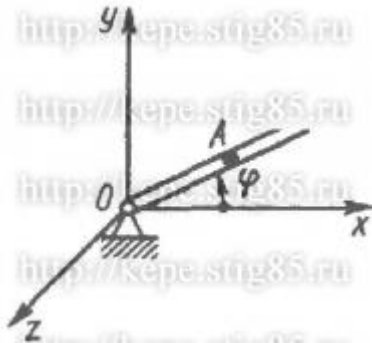
Задача 5

Тело 1 движется по наклонной плоскости равномерно со скоростью $v = 2$ м/с. Точка М относительно тела 1 движется согласно уравнению $O_1M = 0,5t$. Определить координату x_M точки М в момент времени $t = 1$ с, если при $t = 0$ $x_M = 0$, $\alpha = \beta = 30^\circ$.



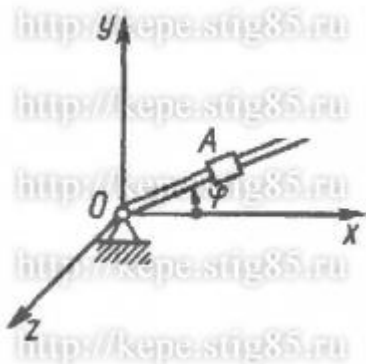
Задача 6

В трубке, вращающейся по закону $\varphi = 4t$ вокруг оси Oz , движется шарик по закону $OA = 5t^2$. Определить координату x_A шарика в момент времени $t = 0,25$ с.



Задача 7

По стержню, вращающемуся по закону $\varphi = 2t$ вокруг оси Oz , движется ползун А по закону $OA = 3t^3$. Пренебрегая размерами ползуна, определить его координату y_A в момент времени $t = 0,5$ с.



Вопросы для контрольной работы

1. Что называется сложным движением?
2. Что называется относительным движением?
3. Что называется переносным движением?
4. Теорема о сложении скоростей.
5. Задачи по вариантам.

РАЗДЕЛ 2 Основы сопротивления материалов

Тема 2.1 Основные понятия

Практическая работа 29

Тема практического занятия 29

Простейшие виды деформаций

Основные сведения для изучения материала

Принцип и задача курса «Сопротивление материалов».

Сопротивление материалов – это дисциплина, изучающая методы расчетов элементов конструкции на прочность, жесткость и устойчивость.

Прочность – это способность элемента конструкции воспринимать влияния нагрузки не разрушаясь.

Жесткость - это способность элемента конструкции восстанавливать свои первоначальные размеры после снятия нагрузки.

Устойчивость - это способность элемента конструкции сохранять первоначальную форму равновесия при действии внешней нагрузки.

Понятие о деформации, упругости и пластичности.

Теоретическая механика рассматривает абсолютно твердые тела. Наука о сопротивлении материалов изучает реальные тела, которые вследствие воздействия внешних сил изменяют свою форму и размеры. Изменение формы и размеров тела называется деформацией. Деформация, исчезающая полностью после удаления внешних сил, называется упругой. Деформация, которая после удаления внешних сил не исчезает, называется остаточной. Способность тел восстанавливать свою первоначальную форму и размеры после удаления внешних сил называется упругостью.

Появление деформаций для некоторых материалов связано с таким напряженным состоянием тела, когда значительное их нарастание происходит без заметного увеличения нагрузки. Это явление называют пластичностью материала.

Основные конструктивные элементы.

Все элементы в зависимости от их формы можно подразделить на такие виды:

1. Элемент, у которого один из размеров (длина) больше по сравнению с другими (поперечными), называют брусом (стержнем).
2. Элемент, ограниченный двумя параллельными плоскостями, у которого два размера больше по сравнению с третьим, называется пластинкой.
3. Элемент, ограниченный кривыми поверхностями, у которого два размера больше по сравнению с третьим, называется оболочкой.
4. Элемент, у которого все три размера одного порядка величин, называют массивом.

Простейшие виды деформаций.

Силы, приложенные к брусу, могут вызывать в нем такие деформации:

1. Растяжение или сжатие, возникающие в том случае, когда действующие силы направлены вдоль оси стержня. В зависимости от направления сил стержень может удлиняться или укорачиваться. Удлинение стержня вызвано растяжением, укорачивание - сжатием. В том и другом случае ось стержня остается прямолинейной. Данный вид деформаций возникает в стержнях ферм, канатах и т. п.
2. Сдвиг возникает в том случае, когда силы стремятся переместить одну часть бруса относительно другой. На данный вид деформации работают заклепки, болты, сварные швы и врубки.

3. Кручение возникает в том случае, когда на стержень действуют пары сил, лежащие в плоскостях, перпендикулярных к оси бруса. На этот вид деформации в основном работают валы.

4. Изгиб возникает, когда силы, действующие на брус, лежат в плоскостях, проходящих через его ось. Эти силы должны быть направлены перпендикулярно к оси балки.

Тема 2.2. Растяжение и сжатие

Практическая работа 30,31,32,33,34,35,36,37

Тема практического занятия 30,31,32,33,34,35,36

1. Относительная поперечная деформация.

2. Основные характеристики материалов.

3. Расчеты на прочность при растяжении и сжатии.

Тема практического занятия 37

4. Контрольная работа по теме: «Растяжение и сжатие»

1. Относительная поперечная деформация.

Относительное поперечное уменьшение равно:

$$\varepsilon' = \frac{\Delta b}{b} \quad (1)$$

При сжатии имеем увеличение поперечных размеров стержня.

Абсолютное отношение значений относительной поперечной деформации к относительной продольной называется

коэффициентом Пуассона и обозначается буквой μ , т. е.: $\mu = \frac{\varepsilon'}{\varepsilon}$.

(2)

μ (мю)

2. Основные механические характеристики материалов.

Диаграмма напряжений при растяжении.

Все материалы, применяемые для изготовления машин и инженерных сооружений, подразделяются на пластичные и хрупкие. Первые характерны тем, что их разрушение наступает лишь после значительной остаточной деформации, вторые же разрушаются при очень малых остаточных деформациях.

К пластичным материалам относят, например мягкую сталь и медь, а к хрупким — чугун, бетон, камень и др.

Концы стержня закрепляют в зажимах машины и растягивают силой, которая постепенно возрастает. Величину силы определяют специальным динамометром, а удлинение образца — прибором, называемым тензометром. В большинстве машин имеются приспособления, автоматически вычерчивающие зависимость между силой и удлинением, т. е. устройство, записывающее так называемую диаграмму растяжения.

Если по вертикальной оси вместо значения силы откладывать напряжения, а по горизонтальной оси вместо абсолютных - относительные удлинения, то такая диаграмма называется диаграммой напряжений при растяжении.

При этом ординаты равны:

$$\sigma = \frac{F}{A_0}, \quad (3)$$

где A_0 - начальная площадь сечения образца, мм^2 (см^2 , м^2);

F - растягивающая сила, кН (Н , МН).

Значение абсциссы будет равно:

$$\varepsilon = \frac{\Delta l}{l}, \quad (4)$$

где Δl — удлинение образца, мм (см , м);

l — расчетная длина, мм (см , м).

Диаграмма напряжений при растяжении мягкой стали приведена на рис. 1.

Пределом пропорциональности (ординат A) называется такое напряжение, при котором еще сохраняется прямая пропорциональность между σ и ε . Обозначается оно через $\sigma_{\text{пл}}$. Для мягкой стали $\sigma_{\text{пл}}$ равно около 200 МН/м^2 .

Пределом упругости (ордината B) называется напряжение, при котором в материале

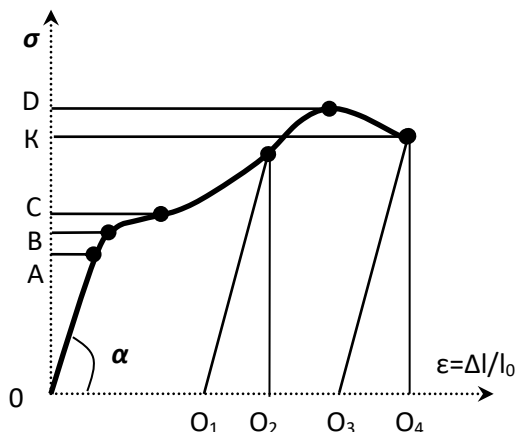


Рисунок 1 – Диаграмма напряжений при растяжении мягкой стали.

возникает остаточная деформация 0,002— 0,05% первоначальной длины образца. Принято обозначать это напряжение через σ_y . Точка В диаграммы обычно лежит очень близко к точке А.

Из диаграммы напряжений видно, что

$$\tan \alpha = \frac{\sigma}{\varepsilon} = E. \quad (5)$$

Следовательно, модуль упругости геометрически может быть определен как тангенс угла наклона касательной к прямому (начальному) участку диаграммы растяжения.

Предел текучести (ордината С) есть такое напряжение, при котором происходит рост деформации почти без увеличения нагрузки. Для мягкой стали σ_T примерно равно 240 МН/м².

Горизонтальный участок диаграммы называется площадкой текучести, который характеризуется появлением волосных линий (линий сдвига) на поверхности образца, расположенных примерно под углом 45° к линии действия растягивающей силы. Эти линии впервые заметил русский ученый Д. К. Чернов и поэтому они называются его именем. Появление этих линий свидетельствует о сдвигах отдельных кристаллов стали.

После образования площадки текучести материал вновь приобретает способность сопротивляться дальнейшему растяжению, и возрастание деформации сопровождается увеличением нагрузки.

Максимальная ордината Д есть временное сопротивление (σ_B). Для хрупких и других материалов напряжения в момент разрушения образца называют пределом прочности и обозначают σ_B . Временное сопротивление представляет собой напряжение, соответствующее максимальной разрывной силе. Для мягкой стали σ_B , например, равно 400 МН/м².

Вследствие уменьшения площади сечения образца разрыв его происходит при меньшей силе (точка К; рис. 1).

Если приостановить опыт при напряжении меньшем предела пропорциональности, то после снятия нагрузки образец примет свои первоначальные размеры, т. е. деформация практически исчезнет.

Между точками С и К разгрузка образца изобразится прямой, которая почти параллельна линии ОА. Таким образом, длина образца после разгрузки будет больше начальной на величину $\Delta l = OO_1$. Отрезок OO_1 называется остаточной деформацией. Отрезок O_1O_2 называется упругой деформацией, а OO_2 — полной. Даже в момент разрыва

образец имеет упругую деформацию, которая изображается отрезком O_3O_4 .

Величина полной деформации OO_4 при разрыве образца зависит от пластичности материала.

Мерой пластичности материала при растяжении служит:
- относительное удлинение δ , выраженное в процентах, т. е.:

$$\delta = \frac{l_1 - l_0}{l} \cdot 100\%, \quad (6)$$

где l_1 — длина образца после разрыва, мм (см, м);

l_0 — длина образца до разрыва, мм (см, м).

3. Расчеты на прочность при растяжении и сжатии.

Задача 1

Стальная штанга длиной 40 мм диаметром 3 мм растянута силой $F = 0,12 \text{ МН}$. Найти абсолютное удлинение штанги и уменьшение ее диаметра, если коэффициент Пуассона равен $\mu = 0,26$, а модуль упругости $E = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$, размер после деформации $b = 30 \text{ мм}$.

Задача 2

Построить эпюру продольных сил N_x для стержня, изображенного на рис. 2

Задача 3

Стержень, состоящий из 2-х участков (стального — $E_{ст} = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ и чугунного — $E_{чуг} = 1,2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$), нагружен силами $F_1 = 20 \text{ кН}$, $F_2 = 15 \text{ кН}$, площадь $A = 2 \text{ см}^2$. Построить эпюру N .

Задача 4

Стержень, состоящий из 2-х участков (стального — $E_{ст} = 2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ и чугунного — $E_{чуг} = 1,2 \cdot 10^5 \text{ МПа}$), нагружен силами $F_1 = 20 \text{ кН}$, $F_2 = 15 \text{ кН}$, площадь $A = 2 \text{ см}^2$. Построить эпюру σ .

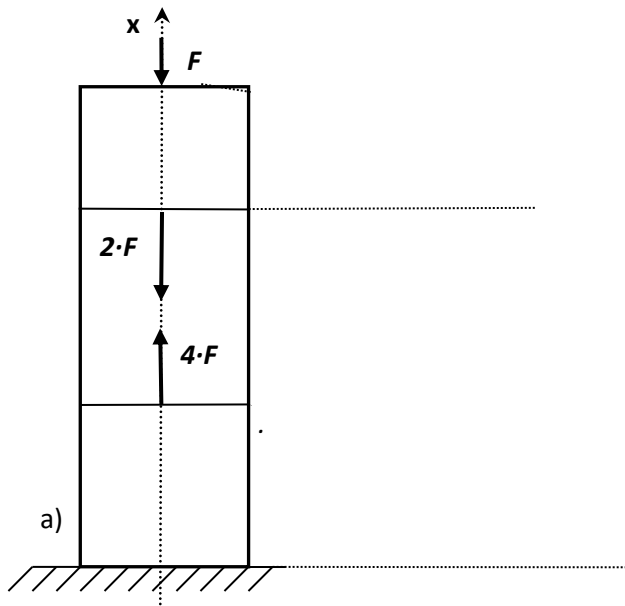


Рисунок 2

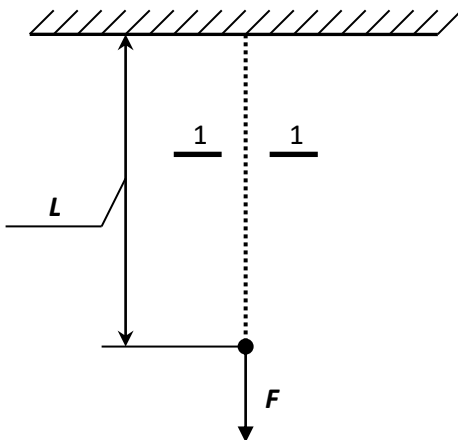


Рисунок 3. – Трос
растянутый силой F .

Задача 5

Трос (состоящий из проволок диаметром 2 мм) растянут усилием 7500 кг (рис. 3). Допускаемое напряжение для троса, учитывая наклон проволок в нем, равно $[\sigma]=300\text{МПа}$. Определить число проволок из которых сделан трос.

4.Контрольная работа по теме: «Растяжение и сжатие»

Контрольные вопросы:

1. Что называется сопротивлением материалов?
2. Что называется деформацией?
3. Что называется упругостью?
4. Что называется пластичностью?
5. Закон Гука.
6. Формула для расчета относительного удлинения.
7. Формула для расчета абсолютного удлинения.
8. Что характеризует модуль Юнга.
9. Задачи по вариантам:

Задача 1. Стальная штанга длиной 50 м и диаметром 4 см растянута силой $F = 18\text{ Н}$. Найти абсолютное удлинение штанги, если модуль упругости $E=2\cdot 10^5\text{МПа}$.

Задача 2. Стальная штанга длиной 40 м и диаметром 3 см растянута силой $F = 12\text{ Н}$. Найти абсолютное удлинение штанги, если модуль упругости $E=2\cdot 10^5\text{МПа}$.

Задача 3. Чугунная штанга длиной 25 м и диаметром 5 см растянута силой $F = 17\text{ Н}$. Найти абсолютное удлинение штанги, если модуль упругости $E=1,1\cdot 10^5\text{МПа}$.

Задача 4. Алюминиевая штанга длиной 15 м и диаметром 2,2 см растянута силой $F = 8\text{ Н}$. Найти абсолютное удлинение штанги, если модуль упругости $E=0,7\cdot 10^5$

Тема 2.3. Срез и смятие

Расчет на прочность при срезе и смятии.

Контрольная работа по теме: «Срез и смятие»

Практическая работа 38,39,40,41

Тема практического занятия, 38,39,40,41

При определении напряжений по наклонным площадкам в растянутых или сжатых брусках установлено, что в этих сечениях возникают, кроме нормальных, и касательные напряжения. Последние стремятся сдвинуть одну часть бруса относительно другой.

Рассмотрим параллелепипед, закрепленный нижней гранью и подверженный действию силы Q (рис.1).

Под действием силы грань ab переместится в положение $a'b'$. В случае, если по площадкам элемента действуют только касательные напряжения, в нем возникают деформации чистого сдвига.

Линейное перемещение aa' называется абсолютным сдвигом (ΔS).

Отношение абсолютного сдвига

$$aa' = \Delta S$$

к высоте параллелепипеда h называется относительным сдвигом, т. е.

$$\frac{\Delta S}{h} = \operatorname{tg} \gamma \approx \gamma.$$

Таким образом, относительный сдвиг равен тангенсу угла. Из-за малости угла тангенс можно заменить углом. Следовательно, мерой относительного сдвига, является угол γ .

На основании опытных и теоретических исследований установлено, что для многих материалов в пределах упругости существует линейная зависимость между касательными напряжениями и относительным сдвигом. Эта зависимость называется законом Гука для сдвига и записывается в таком виде:

$$\tau = G \cdot \gamma, \quad (1)$$

где G — модуль упругости, при сдвиге, (МПа).

Следовательно, касательные напряжения при сдвиге прямо пропорциональны углу сдвига.

Кроме того, этот закон можно сформулировать и в таком виде:

Величина абсолютного сдвига в пределах упругой деформации пропорциональна сдвигающей силе Q , расстоянию между сдвигаемыми гранями (h) и обратно пропорциональна жесткости при сдвиге ($G \cdot A$):

$$\Delta S = \frac{Q \cdot h}{G \cdot A}.$$

Составим выражение для потенциальной энергии деформации при сдвиге.

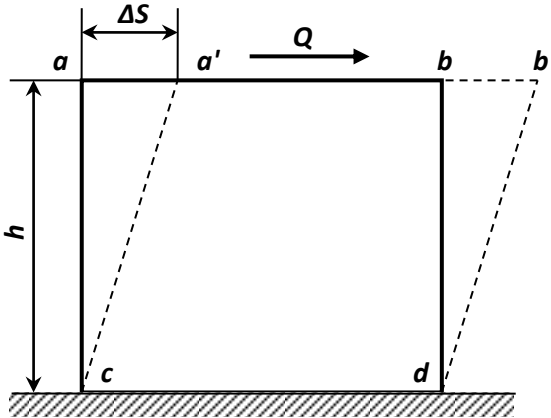


Рисунок 1 – Деформация сдвига.

Полагаем, что сила Q приложена статически. Работа этой силы на перемещении ΔS выразится:

$$A = \frac{Q \cdot \Delta S}{2}. \quad (2)$$

Подставляя в формулу 5.2 значение ΔS и считая, что потенциальная энергия численно равна работе, получаем:

$$U = \frac{Q^2 \cdot l}{2 \cdot G \cdot A}. \quad (3)$$

Зависимость между модулями упругости G и E . Пусть брус (рис. 2) испытывает чистый сдвиг. Выделим из бруса два элемента: грани первого элемента располагаются параллельно контуру, а грани второго элемента наклонены под углом 45° к оси бруса (рис. 5.2).

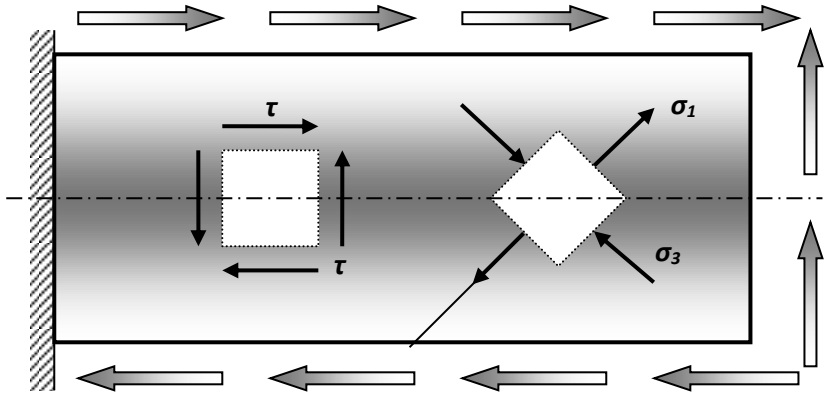


Рисунок 2 – Чистый сдвиг.

Как известно, по граням первого элемента действуют только касательные напряжения τ . Удельная потенциальная энергия для этого элемента выразится формулой:

$$a = \frac{\tau^2}{2 \cdot G} \quad (4)$$

По граням второго элемента действуют растягивающие напряжения $\sigma_{\max} = \sigma_1$ и сжимающие $\sigma_{\min} = -\sigma_3$, равные по абсолютной величине τ .

Относительное удлинение по направлению растягивающего напряжения на основании вышесказанного:

$$\varepsilon = \frac{\sigma}{E} \cdot (1 + \mu) = \frac{\tau}{E} \cdot (1 + \mu) \quad (5)$$

Относительное укорочение в направлении сжимающего напряжения то же, но с обратным знаком.

Величина удельной потенциальной энергии при одновременном действии обоих нормальных напряжений примет вид:

$$a = \frac{\tau^2}{E} \cdot (1 + \mu) \quad (6)$$

Сравнивая выражения для удельной потенциальной энергии, получаем:

$$\frac{\tau^2}{2 \cdot G} = \frac{\tau^2}{E} \cdot (1 + \mu). \quad (7)$$

Откуда

$$G = \frac{E}{2 \cdot (1 + \mu)}.$$

(8)

Эта формула выражает теоретическую зависимость между модулем упругости при сдвиге и модулем упругости при растяжении через коэффициент Пуассона. Ориентировочные значения модуля сдвига приведены в табл. 1.

Таблица 1 **Значения модуля упругости при сдвиге**

Материал	Модуль сдвига (МН/м ²)
Сталь	$8 \cdot 10^4$
Чугун	$4,5 \cdot 10^4$
Медь	$4,0 \cdot 10^4$
Алюминий	$2,7 \cdot 10^4$

Пример 1: Определить сечение стержня и рассчитать прикрепление его к листу, толщина которого равна 16 мм, если усилие $M = 0,5$ МН, материал - сталь Ст.3, отверстия для заклепок - рассверлены. Допускаемые напряжения для основного материала $[\sigma] = 160$ МН/м²,

для заклепок $[\tau] = 140$ МН/м².

$[\sigma_{см}] = 320$ МН/м².

Решение:

Полная площадь сечения стержня равна:

$$A_{сеч} = \frac{N}{\alpha \cdot [\sigma]} = \frac{0,5}{0,85 \cdot 160} = 0,0037 \text{ см}^2,$$

где α — коэффициент, который дает возможность заранее учесть в расчете ослабления, вызванные пробивкой отверстий для постановки заклепок. Для однорядного расположения заклепок коэффициент $\alpha = 0,85$,

для двухрядного - $\alpha = 0,75$.

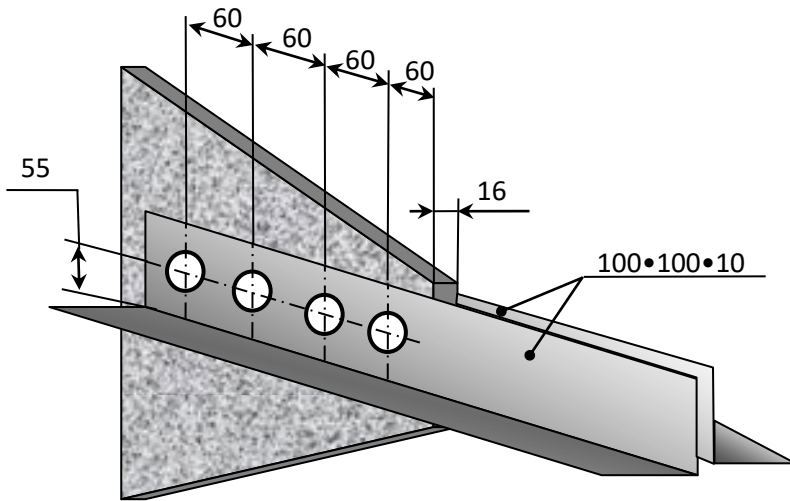


Рисунок 3 – Размещение заклепок.

Принимаем поперечное сечение стержня, состоящее из двух уголков

100•100•10, площадью $A_{БР} = 2 \cdot 19,2 = 38,4 \text{ см}^2$,

где $m = 2$ (так как заклепки двухсрезные).

Для принятых уголков подбираем по табл. 2 диаметр заклепок, который равен $d = 26 \text{ мм}$.

Определим требуемое количество заклепок:
из условий среза

$$n = \frac{N}{\frac{\pi \cdot d^2}{4} \cdot [\tau]} = \frac{0,5}{\frac{3,14 \cdot 0,026^2}{4} \cdot 140} = 3,4 \text{ шт}$$

Из условия смятия

$$n_{CM} = \frac{N}{\delta \cdot d \cdot [\sigma_{CM}]} = \frac{0,5}{0,016 \cdot 0,026 \cdot 320} = 3,7 \text{ шт.}$$

где $\delta = 16 \text{ мм}$ (принято в расчете как минимальная толщина).

Таблица 2 Допускаемые напряжения на срез и смятие заклепочных и болтовых соединений.

Тип напряжений	Вид напряжений	Обозначение	Допускаемые напряжения (в МН/м ²)	
			Сталь Ст.2	Сталь Ст.3
Заклепочное	Срез	<i>Дыры сверленные</i> [τ]	140	140
		[σ _{см}]	280	320
	Смятие	<i>Дыры продавленные</i> [τ]	100	100
		[σ _{см}]	240	280
Болтовое	Срез	<i>Чистые болты</i> [τ]	120	120
		[σ _{см}]	280	280
	Смятие	<i>Черные болты</i> [τ]	80	80
		[σ _{см}]	170	170

Принимаем для прикрепления уголков к листу четыре заклепки (размещение заклепок показано на рис. 3). Далее проверяем напряжения. Для этого определим площадь $A_{НЕТТО}$, т. е.

$$A_{НЕТТО} = A_{БР} - A_{ОСЛ} = 38,4 - 2 \cdot 1 \cdot 2,6 = 33,2 \text{ см}^2.$$

Тогда величина напряжения будет равна:

$$\sigma = \frac{N}{A_{НЕТТО}} = \frac{0,5}{0,00332} = 151 \frac{\text{МН}}{\text{м}^2} < 160 \frac{\text{МН}}{\text{м}^2}$$

Тема 2.4. Кручение

Расчет на прочность при кручении.

Практическая работа 42,43

Тема практического занятия 42,43

Задача 1

Сплошной вал скручивается моментом $M_K = 1 \text{ кН} \cdot \text{м}$. Определить диаметр вала, если допускаемое напряжение $[\tau_K] = 60 \text{ МН/м}^2$

Задача 2

Стальной вал $d = 2$ см и длиной $l = 20$ см передает крутящий момент $M_k = 0,04$ кН·м. Определить наибольшее напряжение и угол закручивания, если модуль сдвига $G = 8,1 \cdot 10^4$ МН/м².

Задача 3

Определить диаметр вала машины мощностью $N = 150$ кВт из условия прочности и жесткости, если $n = 400$ об/мин, $[\tau] = 50$ МН/м², $[\phi] = 0,0053$ рад. на 1 погонный м и $G = 8,4 \cdot 10^4$ МН/м².

Задача 4

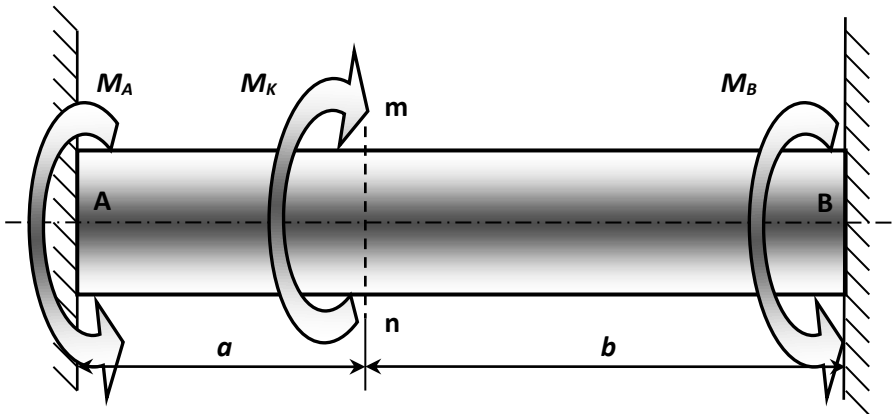
Стальной полый вал скручивается моментом $M_k = 6$ кН·м. Определить внешний диаметр вала, если $c = 0,7$, а допускаемое напряжение $[\tau] = 60$ МН/м².

Задача 5

Определить внешний D и внутренний d диаметры полого вала из условий прочности и жесткости, если $N = 375$ кВт, $n = 250$ об/мин, $[\phi] = 0,0053$ рад на 1 погонный м, $G = 8 \cdot 10^4$ МН/м², $[\tau] = 50$ МН/м², $c = 0,7$.

Задача 6

Стальной вал $d = 10$ см неподвижно зашпелен обоими концами.



В сечении **mn**, отстоящем на расстоянии **a**= 0,4 мот левого защемленного конца и на расстоянии **b**= 0,8 мот правого конца, приложен момент **M_к**= 12 кН·м. Определить напряжение и угол закручивания, если

$$G = 8 \cdot 10^4 \text{ МН/м}^2.$$

Задача 7

Вал передает момент **M**= 10 000 Н · м. Требуется подобрать размеры поперечного сечения вала для случаев: а) сплошного кругового сечения и б) кругового сечения с отверстием **d**=(7/8) **D**. Сравнить оба сечения по расходу металла. Допускаемое напряжение [**τ**] = 6 000 Н/см².

Тема 2.5. Прямой поперечный изгиб

Расчет на прочность при изгибе.

Практическая работа 44

Тема практического занятия 44

При решении задач, связанных с изгибом, необходимо знать некоторые геометрические характеристики поперечного сечения.

Статические моменты сечения. Некоторое поперечное сечение бруса произвольной формы (рис. 1) свяжем с системой координат **xу** и рассмотрим два интеграла

$$s_x = \int y dS; \quad s_y = \int x dS.$$

Каждый из интегралов представляет собой сумму произведений элементарных площадок на расстояние до соответствующей оси (**x** или **y**). Первый интеграл называется **статическим моментом сечения** относительно оси **x**, а второй — относительно оси **y**.

Рассмотрим, как изменяются статические моменты относительно параллельных осей.

Пусть расстояние между осями **x₁** и **x₂** равно **b**, а между осями **y₁** и **y₂** равно **a** (рис. .2).

Положим, что площадь сечения **S** и статические моменты относительно осей **x₁** и **y₁** заданы. Требуется определить статические

моменты относительно осей x_2 и y_2 . Из рисунка видно, что $x_2 = x_1 - a$, а $y_2 = y_1 - b$. Искомые статические моменты будут равны

$$s_{x_2} = \int_S (y_1 - b) dS; \quad s_{y_2} = \int_S (x_1 - a) dS,$$

или

$$s_{x_2} = s_{x_1} - bS; \quad s_{y_2} = s_{y_1} - aS.$$

Следовательно, при параллельном переносе осей статический момент меняется на величину, равную произведению площади S на расстояние между осями.

Всегда можно подобрать a и b (причем единственным образом) так, чтобы $s_{x_1} - bS = 0$ и $s_{y_1} - aS = 0$, т. е. статические моменты относительно осей x_2 и y_2 обращаются в нуль. Ось, относительно которой статический момент равен нулю, называется **центральной**, а точка пересечения центральных осей называется **центром тяжести сечения**. Расстояние до центральных осей от произвольно взятых определяется зависимостями

$$b = y_C = s_{x_1}/S; \quad a = x_C = s_{y_1}/S.$$

Статический момент относительно любой оси, проходящей через центр тяжести сечения, равен нулю. Размерность статических моментов — миллиметр в кубе (мм^3)

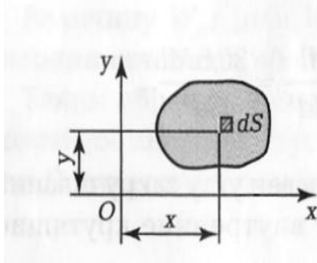


Рис. 1

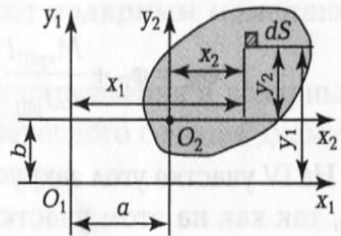


Рис. 2

Раздел 3. Детали и механизмы машин

Тема 3.1. Машины и их основные элементы.

Определение степени подвижности механизма

Практическая работа 45,46

Тема практического занятия 45,46

Механизм есть система тел, предназначенная для преобразования движения одного или нескольких твердых тел в требуемые движения других тел.

Основным признаком механизма является преобразование механического движения.

Звенья механизмов

Механизм состоит из многих деталей совершающих целесообразное движение.

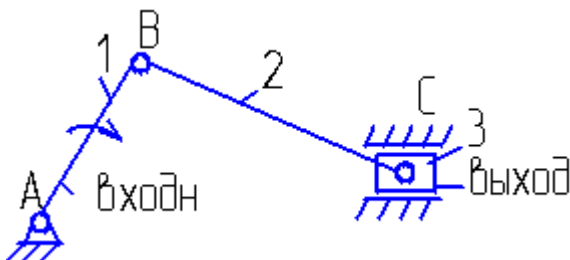
В каждом механизме имеется стойка, т.е. звено принятое условно за неподвижное.

Из подвижных звеньев выделяют входные и выходные звенья.

Входным звеном называется звено, которому сообщается движение, преобразуемое механизмом в требуемые движения других звеньев.

Выходным звеном называется звено, совершающее движение, для выполнения которого предназначен механизм.

Обычно в механизме имеется один вход и один выход.



Ведущие и ведомые звенья

Ведущим звеном механизма называют одно звено, для которого элементарна работа внешних сил, приложенных к нему, является положительной.

Ведомым звеном называется звено, для которого элементарная работа внешних сил, приложенных к нему, является отрицательной или равна нулю.

Кинематические пары

Подвижное соединение двух соприкасающихся звеньев, допускающее их относительное движение называется кинематической парой.

Свободное твердое тело (звено) в пространстве обладает 6 степенями свободы, т.е. оно может совершать 3 независимых поступательных движения вдоль взаимно-перпендикулярных осей и 3 вращательных движения вокруг тех же осей.

Если же звено входит в кинематическую пару, то на относительное движение его, т.е. на движение по отношению ко второму звену, входящему в эту пару накладываются определенные ограничения. Эти ограничения называются условиями связи - S .

По числу условий связи, накладываемых на относительные движения звеньев, пары подразделяются на классы.

Класс кинематической пары соответствует числу условий связи, накладываемых на относительное движение звеньев, входящих в эту пару.

В зависимости от способа соединения звеньев в кинематическую пару число условий связи может меняться от 1 до 5.

Поэтому все кинематические пары можно разделить на 5 классов.

К I классу относятся пары, накладывающие на относительное движение звеньев одно условие (5-ти подвижные пары).

Ко II классу относятся пары, накладывающие два условия (4-х подвижные) и т.д.

Если на движение звена в пространстве, не наложено ни каких условий связи, то оно обладает 6 степенями свободы.

Тогда, если число звеньев кинетической цепи - K , то общее число степеней свободы, которым обладают K звеньев до их соединения в кинетическую цепь - $6K$

(степень свободы) до соединения в кинематическую цепь.

Соединение звеньев в кинематическую цепь накладывает различное число связей на относительное движение звеньев, зависящее от класса пар.

I класса – p_1

IV класса – p_4

Если число пар

II класса – p_2

V класса – p_5

III класса – p_3

то из $6k$ степеней свободы, которыми обладали звенья до их вхождения в кинематические пары, необходимо исключить те степени свободы, которые отнимаются вхождением звеньев в кинематические пары.

Тогда число степеней свободы H , которым обладает кинематическая цепь будет равно:

$$H = 6 \cdot K - 5 \cdot P_5 - 4 \cdot P_4 - 3 \cdot P_3 - 2 \cdot P_2 - P_1 \quad (1)$$

Если одно из звеньев кинематической цепи будет неподвижным, то общее число степеней свободы цепи уменьшится на 6 и число степеней свободы W относительно неподвижного звена будет равно:

$$W = H - 6 \quad (2)$$

Число W степеней свободы кинематической цепи относительно стойки называется числом степеней неподвижности (степенью неподвижности) кинематической цепи.

Подставляя (1) во (2):

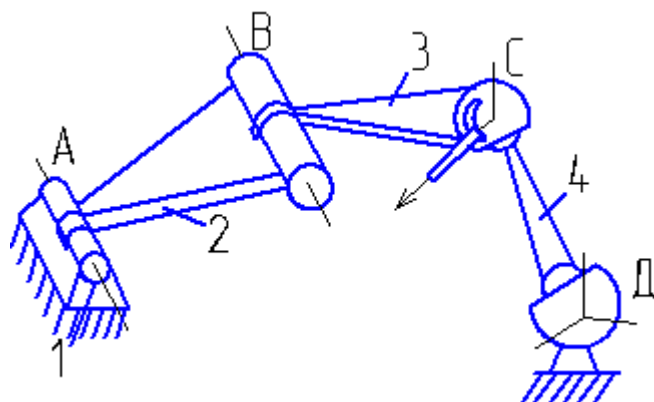
$$W = 6 \cdot (K - 1) - 5 \cdot P_5 - 4 \cdot P_4 - 3 \cdot P_3 - 2 \cdot P_2 - P_1$$

если обозначить $(K - 1)$ через n то получим:

$$W = 6 \cdot n - 5 \cdot P_5 - 4 \cdot P_4 - 3 \cdot P_3 - 2 \cdot P_2 - P_1$$

где n - число подвижных звеньев кинематической цепи.

Это равенство носит название формулы подвижности или формула Сомова-Малышева.



кинематическая цепь

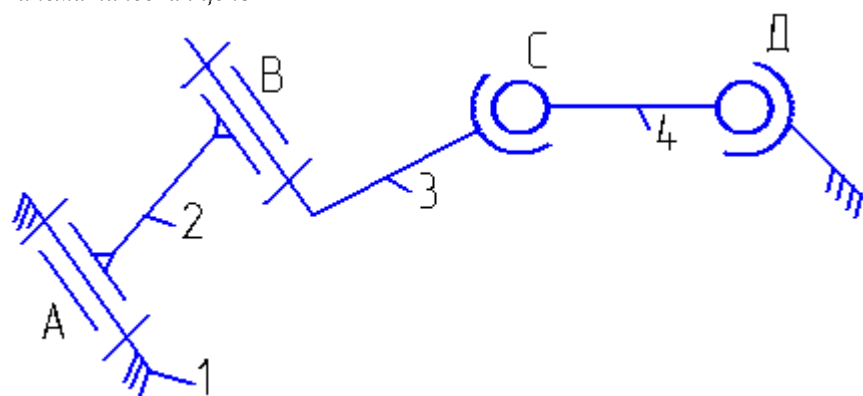
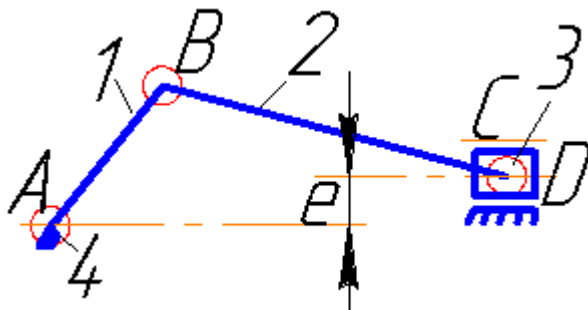


схема кинематической цепи



$$n = 3$$

$$P_5 = 4$$

$$P_4 = 0$$

$$W = 3 \cdot 3 - 2 \cdot 4 = 1$$

Тема 3.3. Неразъемные соединения деталей

Сварные соединения

Контрольная работа по теме: «Сварные соединения»

Практическая работа 47,48

Тема практического занятия 47,48

Сварные соединения

Сварные конструкции применяются в строительных сооружениях, станкостроении (крупные стальные станины) и других отраслях машиностроения. С каждым годом сварка находит все новые сферы применения: освоение океанских месторождений полезных ископаемых, строительство мощных атомных электростанций и т.д. *Сварка* — это процесс получения монолитного соединения материалов за счет термодинамически необратимого превращения тепловой и механической энергии и вещества в стыке. Кроме приведенного термодинамического определения сварки возможны и другие.

При классификации процессов сварки в соответствии с ГОСТ 19521—74 «Сварка металлов. Классификация» выделяют три основных физических признака: форму вводимой энергии, наличие давления и вид инструмента — носителя энергии. По виду вводимой в изделие энергии все основные сварочные процессы, включая сварку и пайку, разделены на термические, термомеханические (или, точнее, термопрессовые) и механические (точнее — прессово-механические).

К *термическим* видам сварки относят ручную дуговую (плавящимся и неплавящимся электродом), автоматическую дуговую под флюсом, электрошлаковую, дуговую в защитных газах, плазменную, электронно-лучевую, лазерную, газовую и сварку в вакууме полым катодом. К *термомеханическим* методам сварки, которые являются наиболее распространенными видами, относят контактную (точечную, шовную и стыковую), конденсаторную, диффузионную и индукционно-прессовую (высокочастотную сварку). *Механические* методы сварки — это холодная сварка со значительной объемной пластической деформацией, сварка взрывом, ультразвуковая сварка, сварка трением и магнитоимпульсная.

Прочность сварных соединений при статических и ударных нагрузках должна соответствовать прочности целого металла.

Качество сварки зависит от чистоты подготовки и формы свариваемых поверхностей. Прочность сварных швов зависит от взаимного проникновения расплавленного металла и металла свариваемых деталей: возможен непровар либо пережог металла свариваемых деталей. Оба дефекта приведут к снижению прочности шва.

Недостатками сварки являются трудность контроля сварного шва; нестабильность качества шва, зависящая от квалификации сварщика, — этот недостаток устраняется применением автоматической сварки; сварной шов является сильным концентратором напряжений. К недостаткам сварных соединений можно также отнести сложность, а иногда невозможность сварки разнородных металлов, выделение большого количества теплоты и вследствие этого создание значительных внутренних напряжений, вызывающих коробление сварной конструкции, недостаточную прочность соединения при вибрационных и динамических нагрузках.

стыковые соединения



Рисунок 1

При проектировании сварных соединений необходимо выполнять условие равнопрочности шва и соединяемых элементов.

По взаимному расположению соединяемых элементов сварные соединения можно разделить на следующие:

- стыковые соединения (рис. 1); швы таких соединений также называют стыковыми;
- тавровые соединения — соединяемые элементы перпендикулярны один другому, при этом один элемент приваривается торцом к боковой поверхности другого (рис. 2, а) Угол между полкой и стенкой может быть прямым, а может и отличаться от 90° . Сочетание толщин деталей может быть различным. Швы таких соединений называют угловыми;
- угловые соединения — соединяемые элементы расположены под углом друг к другу, привариваются по кромкам (рис.2, б);
- нахлесточные соединения — поверхности соединяемых элементов частично перекрывают друг друга. Нахлесточные соединения выполняют с угловыми (рис.2, в) и пробочными (рис. 2, г) швами.

Стыковой шов имеет несколько разновидностей, зависящих от толщины соединяемых элементов б. Для элементов малой

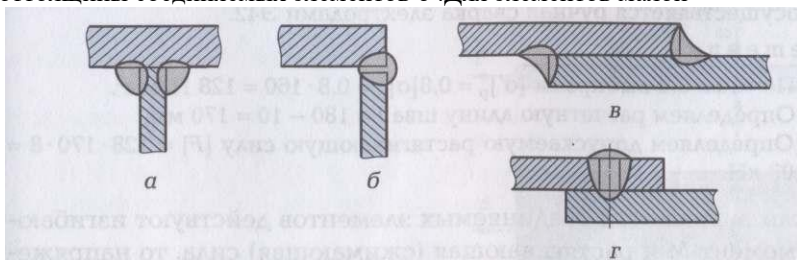


Рисунок 2

толщины применяют одностороннюю сварку с отбортовкой для элементов средней толщины — одностороннюю (для толщины 1 ...3 мм) и двустороннюю сварку: без скоса кромок (см. рис. 1, б) и со скосами кромок (см. рис. 1, в); для элементов большой толщины — с двумя скосами двух кромок (см. рис.1, г).

Стыковые швы при высоте наплавленного металла h могут выполняться нормальными ($h = b$), усиленными ($h \approx 1,2 b$) или облегченными ($h < b$).

Стыковые швы рассчитывают на прочность по номинальному сечению соединяемых элементов (без учета утолщения швов). Напряжение растяжения (сжатия) σ определяется по формуле

$$\sigma_{p(cж)} = \frac{F}{l\delta} \leq [\sigma']_{p(cж)}, \quad (1)$$

Где l — расчетная длина шва, мм, равная длине шва за вычетом 10 мм на непровар. Допускаемые напряжения $[\sigma']$ в сварных швах выбираются по табл. Допускаемая растягивающая (или сжимающая) сила

$$[F] = [\sigma']_{p(cж)} l \delta. \quad (2)$$

Задача

Две полосы из стали Ст3 ($[\sigma']_p = 160 \text{ Н/мм}^2$) сварены встык и нагружены растягивающей силой F (рис. 4.3). Определить допускаемую силу, если осуществляется ручная сварка электродами Э42.

Тема 3.4. Разъемные соединения деталей.

Резьбовые соединения

Контрольная работа по теме: «Резьбовые соединения. Клиновые соединения. Соединение штифтами. Шпоночные соединения»

Практическая работа 49,50

Тема практического занятия 49,50

К разъемным соединениям деталей относятся резьбовые, фрикционные с коническими кольцами, клиновые, штифтовые, шпоночные, шлицевые и профильные (бесшпоночные). Разъемные соединения можно неоднократно разбирать и вновь собирать. Рассмотрим наиболее часто встречающиеся в машиностроении разъемные соединения деталей.

Резьбовые соединения

Разъемные соединения, выполненные с помощью резьбовых крепежных деталей — винтов 1 (рис. 1, а), болтов 3 и гаек 4 (рис. 1, б), шпилек 5 (рис. 1, в) или резьбы, нанесенной непосредственно в

соединяемой детали *б*, называются *резьбовыми соединениями*. Резьбовое соединение образуется сопряжением двух деталей по винтовым поверхностям, из которых одна имеет наружную резьбу (болт, шпилька, винт), а другая — внутреннюю (гайка, муфта и другие детали с резьбовыми отверстиями). Винт с гайкой называется *болтом*. Болты применяют для скрепления деталей не очень большой толщины, пластин, фланцев; при необходимости частого завинчивания и отвинчивания; для скрепления деталей из материалов, не обеспечивающих достаточную надежность и долговечность резьбы. Болты не требуют нарезки резьбы в детали, но не всегда удобны при сборке и иногда ухудшают дизайн конструкции.

Винты, ввинчиваемые в одну из соединяемых деталей, применяют в случаях достаточной прочности материала детали и достаточной ее толщины, при отсутствии места для расположения гайки. Если материал соединяемых деталей не обеспечивает достаточной долговечности резьбы при требуемых частых разборках и сборках соединений, вместо винтов применяют *шпильки*.

Гайка — это деталь с резьбовым отверстием, навинчиваемая на винт и имеющая форму, приспособленную для захвата гаечным ключом или рукой. В резьбовом соединении под гайку (или под головку винта) ставят шайбу 2 (см. рис. 1, *а*, *б*), которая перекрывает зазор между стержнем винта и отверстием, создает дополнительное трение на торце гайки.

Резьба образуется путем нанесения на поверхность деталей винтовых канавок с сечением согласно профилю резьбы. Образованные таким образом выступы носят название *витков*.

Резьбу классифицируют следующим образом:

■ по виду поверхности, на которой образована резьба, — цилиндрическая и коническая;

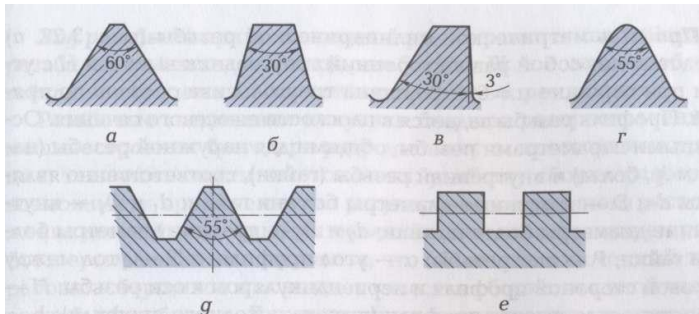


Рисунок 1

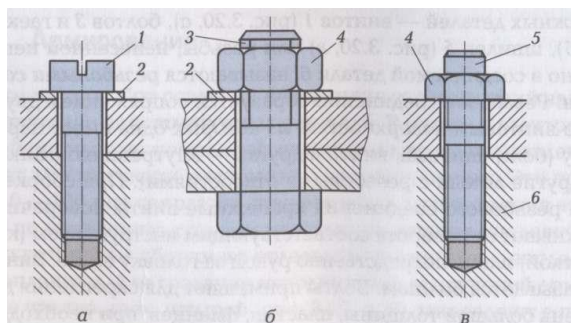


Рисунок 2

- по признаку расположения резьбы — наружные и внутренние;
- по направлению винтового выступа резьбы — правая и левая;
- в зависимости от числа заходов — однозаходная (образованная одним выступом резьбы) и многозаходная (образованная двумя и более выступами резьбы);
- по профилю — треугольная (рис. 2, а, д), трапецеидальная (рис. 2, б), упорная (рис. 2, в), треугольная для трубной цилиндрической резьбы (рис. 2, г) и прямоугольная (рис. 2, е);
- в зависимости от назначения — крепежная, крепежноуплотняющая, для преобразования движений вращательного в поступательное, и наоборот;
- по системе размерности — метрическая и дюймовая.

Впадина профиля резьбы может иметь плоскую или закругленную форму (рис. 3), последняя предпочтительней. Метрическую резьбу выполняют с крупным и мелким шагом. Каждому наружному диаметру соответствует только один крупный шаг и несколько мелких шагов. Диаметры и шаги метрической резьбы регламентируются ГОСТ 8724 — 2002 «Основные нормы взаимозаменяемости. Резьба метрическая. Диаметры и шаги», а профиль и его размеры — ГОСТ 9150—2002 «Основные нормы взаимозаменяемости. Резьба метрическая. Профиль». Размеры дюймовой резьбы выражаются в дюймах (один дюйм равен 25,4 мм); исходный профиль дюймовой резьбы — треугольник с углом при вершине 55° (см. рис. 2, д).

Профиль метрической цилиндрической резьбы (рис. 6.3, а) представляет собой равносторонний треугольник высотой H с углом при вершине $\alpha = 60^\circ$. Вершина треугольника срезана по прямой. Профиль резьбы задается в плоскости ее осевого сечения. Основными параметрами резьбы, общими для наружной резьбы (например, болта) и внутренней резьбы (гайки), соответственно являются d и D — наружные диаметры болта и гайки; d_1 и D_1 — внутренние диаметры болта и гайки; d_2 и D_2 — средние диаметры болта и гайки; P — шаг резьбы; α — угол профиля, $\alpha/2$ — угол между боковой стороной профиля и перпендикуляром к оси резьбы; H — теоретическая высота профиля (высота исходного профиля); h — рабочая высота профиля.

При измерении угла профиля обязательно учитывается угол $\alpha/2$, так как при нарезании резьбы ее профиль может быть завален на сторону (с правой стороны угол может быть больше или меньше, чем с левой стороны), а в целом угол профиля α будет равен 60° .

Шаг резьбы P — это расстояние между параллельными сторонами или вершинами двух рядом лежащих витков, измеренное вдоль оси резьбы (рис. 3,а).

Угол подъема резьбы ω (рис. 3, б) — угол, образованный направлением выступа резьбы и плоскостью, перпендикулярной оси резьбы; он определяется по формуле

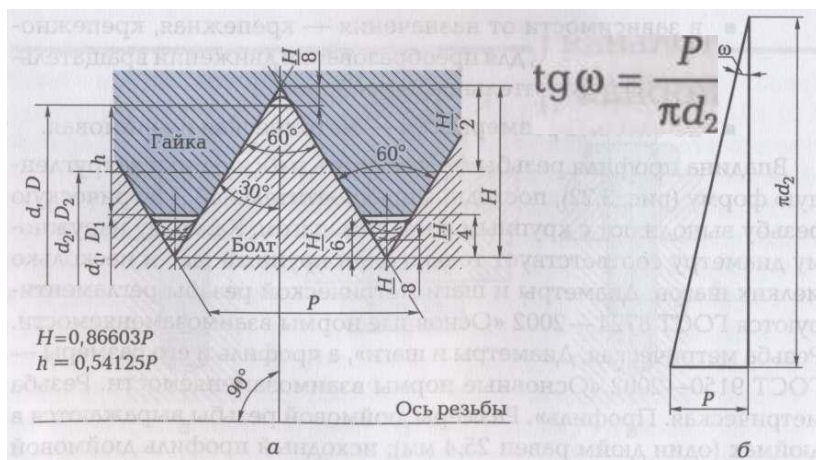


Рисунок 3

Ход резьбы P_h при однозаходной резьбе равен ее шагу. Если же резьба имеет k заходов, то ход резьбы $P_h = P_k$, т. е. за один оборот гайка переместится в осевом направлении в k раз дальше.

Резьбовые соединения получили ряд достоинств: простоте конструкции; технологичности изготовления; удобству сборки-разборки; возможности применения для регулирования взаимного расположения деталей; высокой нагрузочной способности.

Недостатком резьбовых соединений является высокая концентрация напряжений, что снижает прочность при работе конструкции в условиях переменных нагрузок.

Разъемное соединение, затягиваемое или регулируемое с помощью клина, называется *клиновым соединением*.

Штифты предназначены в основном для взаимного фиксирования деталей, а также для передачи относительно небольших нагрузок. Применяются и специальные срезающиеся штифты, служащие предохранительным элементом в муфтах.

Контрольные вопросы.

1. Что называется резьбой?
2. Что называется резьбовым соединением?
3. Что называется шагом резьбы?
4. Что называется ходом резьбы?
5. Что называется клиновым соединением?
6. Что называется штифтом?

Тема 3.5. Ременные передачи.

Передаточное отношение и относительное скольжение

Практическая работа 51

Тема практического занятия 51

Ременная передача (рис 1, а, б,) широко применяют для передачи движения между удаленными друг от друга валами. Она осуществляется посредством шкивов 2, закрепленных на валах, и надетых на эти шкивы одного плоского 1 либо нескольких клиновых 3 ремней. Первая называется плоскоремной, а вторая клиноремной передачей.

Достоинствами ременных передач являются возможность осуществлять передачу на значительные расстояния; эластичность привода, смягчающая колебания и нагрузки и предохраняющая от значительных перегрузок (за счет проскальзывания); плавность хода и бесшумность работы; сравнительная простота ухода и обслуживания.

К недостаткам относятся большие габаритные размеры (особенно при больших мощностях); непостоянство передаточного отношения (из-за проскальзывания ремня на шкивах); большое давление на валы и опоры; сравнительно невысокий КПД; неприменимость во взрывоопасных помещениях (ввиду электризации).

Наибольшее распространение ременные передачи получили при мощностях от 0,7 до 50 кВт, реже — до 70 кВт и лишь в отдельных случаях — до 200 кВт.

Плоско- и клиноременные передачи работают при скоростях $v = 5 \dots 25$ м/с, в редких случаях — до 30 м/с. При скоростях до 5 м/с ременные передачи использовать нерационально из-за громоздких размеров.

Плоские ремни изготовляют из кожи, хлопчатобумажных и резиновых тканей, для создания замкнутой гибкой связи их сшивают. Клиновые ремни изготовляют замкнутыми (цельными определенной длины). Такие ремни обеспечивают хороший контакт с канавками шкива и плавную безударную работу передачи.

Передача усилий обеспечивается только при нормально натянутых ремнях. Для этого ремни периодически перешивают или устанавливают специальные устройства, которые регулируют натяжение ремней.

Плоскоременная передача бывает открытая (рис. 1, в), направление вращения ведомого вала при которой совпадает с направлением вращения ведущего шкива, и перекрестная (рис. 1, г), изменяющая направление вращения ведомого вала на обратное. *На продольно-строгальных станках некоторых типов применяют открытую и перекрестную ременные передачи.*

Область применения передач разных видов зависит от передаточных отношений: $i = 1/5 \dots 5$ — открытые передачи, $i = 1/6 \dots 6$ — перекрестные, $i = 1/4 \dots 4$ — с направляющими и нажимными роликами, $i = 1/8 \dots 8$ — с натяжными или самонатяжными валами, $i = 1/10 \dots 10$ — с натяжным роликом.

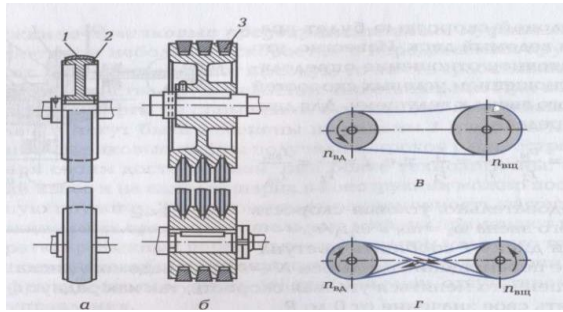


Рисунок 1

Передаточное отношение и относительное скольжение

Вследствие неизбежного скольжения окружная скорость на ведомом валу v_2 меньше скорости v_1 на ведущем валу:

ξ кси

$$v_2 = (1 - \xi) v_1.$$

Отсюда передаточное отношение

$$i = \frac{n_{вд}}{n_{вц}} = \frac{\omega_{вд}}{\omega_{вц}} = \frac{(1 - \xi) v_1 \cdot 2}{d_2} : \frac{v_1 \cdot 2}{d_1} = \frac{(1 - \xi) d_1}{d_2}, \text{ т. е. } i = \frac{d_1}{d_2} (1 - \xi).$$

В справочниках приведены следующие значения коэффициента скольжения прорезиненные, текстильные и синтетические ремни — 0,01; кожаные ремни — 0,015; кордтканевые клиновые ремни — 0,2; кордшнуровые клиновые ремни — 0,01.

Геометрические соотношения

В ременных передачах приняты следующие обозначения геометрических параметров: d — диаметр малого шкива (рис.2); D — диаметр большого шкива; a — межцентровое расстояние; L — длина ремня; α_1 — угол обхвата на малом шкиве; γ — угол между ветвями.

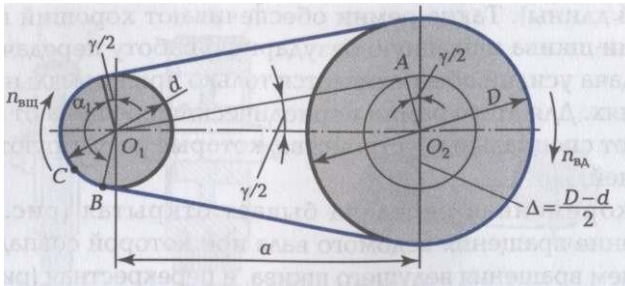


Рисунок 2

Значение угла γ определяется из треугольника $O_1A O_2$:

$$\gamma = 2\arcsin(\Delta/a) \approx 2\Delta/a.$$

$$\text{где } \Delta = (D - d)/2.$$

Отсюда угол между ветвями ремня

$$\sin(\gamma/2) = \Delta/a,$$

Теперь можно определить угол обхвата на малом шкиве

$$\alpha_1 = 180^\circ - \gamma.$$

Для плоскоременной передачи рекомендуемый угол обхвата 150° , для клиноременной передачи — 120° , однако и при угле 90° клиноременная передача работает достаточно надежно.

Длина ремня без учета провисания и начального деформирования определяется как сумма длин дуг шкивов на углах обхвата, рад, и длин прямолинейных участков ремня:

$$L = \frac{\pi(D+d)}{2} + \gamma \frac{D-d}{2} + 2a \cos \frac{\gamma}{2}.$$

Поскольку углы γ незначительны, то

$$\cos(\gamma/2) \approx 1 - (1/2)(\gamma/2)^2.$$

Обозначив $(D+d)/2$ через $D_{\text{ср}}$, получим формулу, по которой определяется длина ремня:

$$L \approx \pi D_{\text{ср}} + [2 + (\Delta/a)^2]a.$$

Расстояние между осями шкивов при выбранной длине ремня будет равно

$$a = \frac{L - \pi D_{\text{ср}}}{4} + (1/4)\sqrt{(L - \pi D_{\text{ср}})^2 - 8\Delta^2}.$$

Тема 3.6. Зубчатые передачи

Основные элементы зубчатого колеса

Контрольная работа по теме: «Основные элементы зубчатого колеса.

Материалы для изготовления зубчатых колес»

Практическая работа 52,53

Тема практического занятия 52,53

Зубчатая передача является механизмом, который с помощью зубчатого зацепления передает или преобразует движение с изменением угловых скоростей и моментов.

Здесь будут рассмотрены зубчатые передачи, составленные из цилиндрических (рис. 1, а) и конических (рис. 1, б) зубчатых колес. Зубчатые передачи, в которых вращательное движение преобразуется в поступательное, и наоборот.

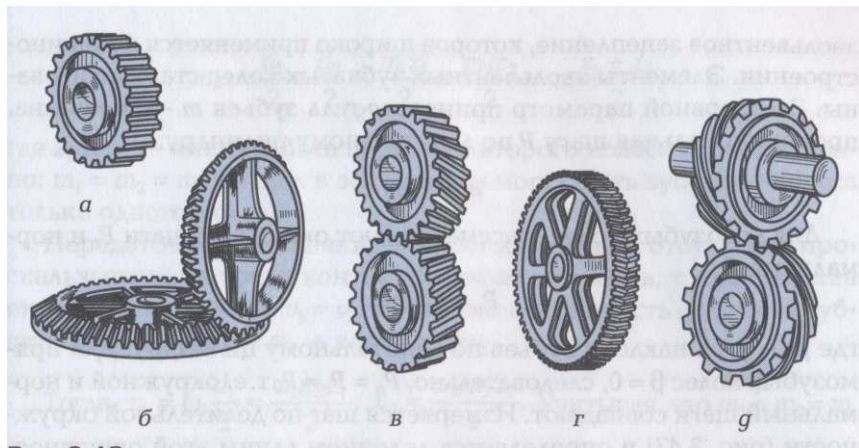


Рисунок 1

Для передачи вращения между параллельными валами используют цилиндрические зубчатые колеса (рис. 1, в—г). Для преобразования и передачи вращения между валами с пересекающимися осями используют конические зубчатые колеса (см. рис. 1, б), а между валами с перекрещивающимися осями — зубчато-винтовые (рис. 1, д).

Зубчатые передачи имеют существенные преимущества: они надежны в работе, долговечны, имеют высокий КПД, малые габаритные размеры, постоянное передаточное отношение, могут передавать большой крутящий момент. Кроме того, они могут применяться в широком диапазоне скоростей и моментов.

К недостаткам можно отнести шум, ступенчатость регулирования скоростей, невозможность переключать скорости на ходу.

Основные элементы зубчатого колеса

Основным кинематическим условием, которому должен удовлетворять профиль зубьев, является постоянство мгновенного передаточного отношения. Профиль зубьев должен обеспечивать малые скорости скольжения, чтобы передача имела высокий КПД, характеризовалась прочностью и долговечностью. Профиль должен быть легок в изготовлении (*нарезание одним инструментом независимо от числа зубьев*). Всем этим условиям удовлетворяет эвольвентное зацепление, которое широко применяется в машиностроении. Элементы эвольвентных зубчатых колес стандартизованы.

За основной параметр принят *модуль зубьев* m — величина, пропорциональная шагу P по делительному цилиндру:

$$m = P/\pi.$$

Для косозубых колес, рассматривают окружные шаги P_n и нор-

$$P_n = P_t \cos \beta,$$

мальные P_n :

где β — угол наклона зубьев по делительному цилиндру. Для прямозубых колес $\beta = 0$, следовательно, $P_n = P_t = P$ т. е. окружной и нормальный шаги совпадают.

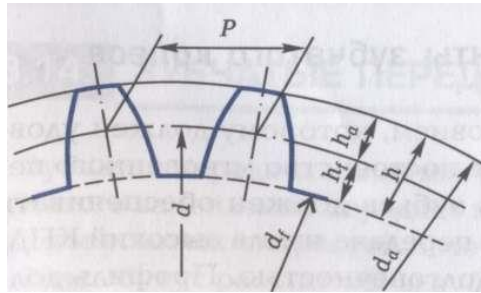


Рисунок 2

Измеряется шаг по делительной окружности (рис. 2) и определяется делением длины этой окружности на число зубьев z :

$$P = \pi d / z.$$

Зная, что $m = P / \pi$, можно выразить диаметр делительной окружности через модуль зубьев:

$$d = mz.$$

Высота зуба h складывается из головки $h_a = m$ и ножки $h_f = 1,25m$

Отсюда высота зуба

$$h = h_a + h_f = 2,25m.$$

Учитывая эти зависимости, запишем выражение диаметров окружностей вершин

$$d_a = m(z + 2)$$

и впадин

$$d_f = (z - 2,5)m.$$

Расстояние между центрами двух зубчатых колес (рис. 3), находящихся в зацеплении, определится следующим образом:

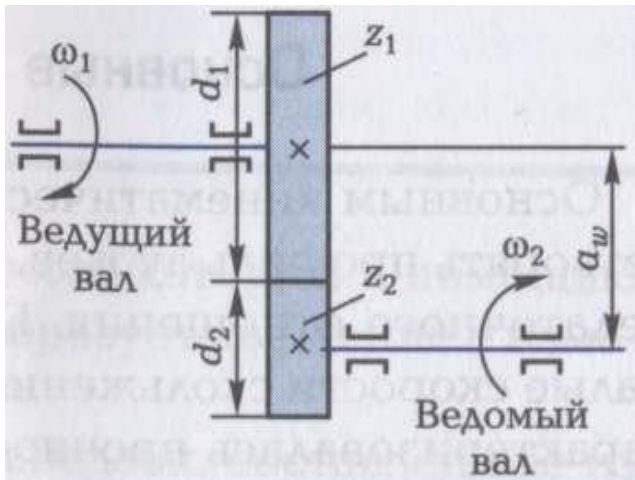


Рисунок 3

где z_1, z_2 — число зубьев первого и второго колеса соответственно; $m_1 = m_2 = m$, так как в зацеплении могут быть зубчатые колеса только одного модуля.

Передаточное отношение найдем из условия отсутствия проскальзывания в точке контакта профилей зубьев, т.е. равенства окружных скоростей $v_1 = v_2$.

Пусть угловая скорость ведущего зубчатого колеса будет ω_1 , а ведомого ω_2 .

Тогда, $v_1 = \omega_1 \frac{d_1}{2} = \frac{\omega_1 m_1 z_1}{2}$, $v_2 = \frac{\omega_2 m_2 z_2}{2}$. Учитывая, что $m_1 = m_2 = m$, получим $\frac{\omega_1 m z_1}{2} = \frac{\omega_2 m z_2}{2}$, или $\omega_1 z_1 = \omega_2 z_2$. Отсюда передаточное отношение

$$i = \frac{\omega_{\text{вд}}}{\omega_{\text{вщ}}} = \frac{\omega_2}{\omega_1} = \frac{z_1}{z_2},$$

т.е. передаточное отношение зубчатой передачи равно отношению числа зубьев ведущего зубчатого колеса к числу зубьев ведомого.

Контрольные вопросы.

1. Основные элементы колеса.
2. Что называется модулем зубьев?
3. Как рассчитать диаметр делительной окружности, формула.
4. Как рассчитать диаметров окружность вершин?
5. Как рассчитать диаметров окружность впадин?
6. Чему равно передаточное отношение зубчатой передачи?

Тема 3.7. Кривошипно-шатунные механизмы

1. Построение плана положения кривошипно-ползунного механизма
2. Построение планов скоростей
3. Построение планов ускорений

Контрольная работа по теме: Построение планов скоростей

Практическая работа 54,55,56,57

Тема практического занятия 54,55,56

Контрольная работа 57

Кривошипно-шатунный механизм предназначен для преобразования вращательного движения в поступательное, но он обеспечивает перемещение по определенному закону. Скорость рабочего органа не остается постоянной во время его движения. В этом есть свое преимущество: при изменении направления скорости не возникает ударов и больших нагрузок, так как к моменту реверсирования движения скорость рабочего органа постепенно падает, приближаясь к нулю. Кроме того, возвратно-поступательное

движение в кривошипно-шатунных механизмах осуществляется без применения дополнительных реверсивных механизмов.

Кривошипно-шатунные механизмы имеют широкое распространение в поршневых двигателях, насосах, компрессорах, станках с прямолинейным движением резания.

На рис. 1 представлены различные схемы работы кривошипно-шатунного механизма. Центральный кривошипно-шатунный механизм

(рис. 1, а, в и г) в зависимости от соотношения $\lambda=r/l$ может иметь различные применения.

При $l < r$ (см. рис. 1, г) кривошипно-шатунный механизм применяется для получения большого выигрыша в силе, поэтому используется в зажимных устройствах, прессах.

При $l > r$ (см. рис. 1, а) длина хода ползуна равна $2r$ и чем меньше λ , тем в лучших условиях будет работать механизм и тем выше его КПД.

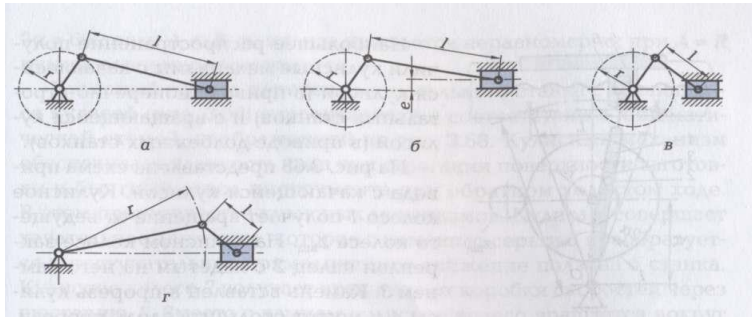


Рисунок 1

При $l = r$ (см. рис. 1, в) кривошипно-шатунный механизм имеет наибольший ход, равный $4r$. Однако при прохождении мертвых точек в середине хода рекомендуется иметь специальные устройства, так как использование сил инерции звеньев здесь не является надежным. Поэтому механизм с $\lambda = 1$ на практике применяется очень редко.

На рис. 1, б показан смещенный кривошипно-шатунный механизм, у которого помимо изменения параметра λ может меняться величина эксцентриситета e , что позволяет более широко варьировать углы передачи. Длина хода у этого механизма примерно равна $2r$; механизм имеет весьма широкое применение.

Задача

Даны кривошипно-ползунный механизм (рис. 2), длины звеньев которого – кривошипа и шатуна – L_{OA} и L_{AB} соответственно, и угловая скорость кривошипа $\omega_1 = const$.

Определить скорости и ускорения ползуна при различных положениях кривошипа.

Решение.

Выбираем масштабы длин $\mu_L = \frac{L_{OA}}{AO}$, м/мм, где AO – длина отрезка, мм, изображающая кривошип длиной L_{OA} на строящемся плане механизма; эта длина выбирается произвольно с учётом того, что совмещённые планы механизма должны разместиться на отведённом месте чертежа, а сам масштаб длин был бы удобен для дальнейших расчётов.

$$AB = \frac{L_{AB}}{\mu_L}$$

Вычисляем длину отрезка AB , мм, изображающего шатун на плане механизма. При построении совмещённых планов механизма используют **метод засечек** (рис. 3.1).

Для построения графиков скоростей и ускорений выбираются полюсные расстояния h_v и h_a , где h_v – полюсное расстояние при построении графика скоростей, которое выбирается произвольной длины; рекомендуется его величину выбирать в пределах $h_v = 30 \dots 40$ мм; h_a – полюсное расстояние при построении графика ускорений; его рекомендуется принимать в пределах $h_a = 30 \dots 40$ мм.

Масштабы времени, скорости и ускорения вычисляют по формулам, вывод которых приводится ниже.

Масштаб времени можно вычислить по формуле

$$\mu_t = \frac{T}{L_x},$$

где T – период одного оборота кривошипа, с; L_X – длина отрезка между точками 1 и 1 на графике (диаграмме) перемещений, мм.

Так как период T можно вычислить по формулам

$$T = \frac{2\pi}{\omega_1}, \text{ или } T = \frac{60}{n_1}, \text{ с,}$$

где ω_1 – угловая скорость кривошипа, 1/с; n_1 – частота вращения кривошипа, об/мин, то масштаб времени

$$\mu_t = \frac{2\pi}{\omega_1 L_X} = \frac{60}{n_1 L_X}, \text{ с/мм.}$$

Масштаб скорости можно вывести из условия, что скорость исследуемой точки является производной перемещения S по времени:

$$v = \frac{dS}{dt} = \frac{d(y_s \mu_s)}{d(x_t \mu_t)} = \frac{\mu_s}{\mu_t} \frac{dy_s}{dx_t} = \frac{\mu_s}{\mu_t} \operatorname{tg} \alpha_i.$$

Здесь предполагается, что масштаб перемещений μ_s и масштаб времени μ_t являются постоянными величинами.

$$\operatorname{tg} \alpha_i = \frac{y_v}{h_v}, \quad v = \frac{\mu_s}{\mu_t} \operatorname{tg} \alpha_i = \frac{\mu_s y_v}{\mu_t h_v} = \mu_v y_v, \quad \text{отсюда}$$

$$\mu_v = \frac{\mu_s}{\mu_t h_v}, \quad \frac{\text{м/с}}{\text{мм}}.$$

Масштаб ускорения, вывод которого аналогичен предыдущему, вычисляется по формуле

$$\mu_a = \frac{\mu_v}{\mu_t \mu_a}, \frac{m/c^2}{mm}.$$

Для определения величины скорости или ускорения в каком-либо положении точки B необходимо длину ординаты соответствующего графика умножить на масштаб μ_v или μ_a соответственно.

***Планы скоростей и ускорений шарнирного четырёхзвенника.
Понятие о теореме подобия для определения скоростей и ускорений.***

При решении задач такого типа известны угловая скорость ω_1 ведущего звена 1 – кривошипа, длины звеньев и координаты неподвижных точек.

Последовательность решения задачи:

1. Строится план механизма (рис. 3) в выбранном масштабе длин:

$$\mu_L = \frac{L_{OA}}{AO}, \text{ м/мм},$$

где L_{OA} – длина кривошипа, м; AO – длина отрезка, изображающего кривошип на плане механизма, мм.

Для построения плана механизма остальные длины звеньев и координаты неподвижных точек шарнирного четырёхзвенника (рис. 3) переводятся масштабом длин μ_L в отрезки:

$$AB = L_{AB} / \mu_L, \text{ мм},$$

$$BC = L_{BC} / \mu_L, \text{ мм},$$

$$OC = L_{OC} / \mu_L, \text{ мм}.$$

2. Составляются векторные уравнения линейных скоростей отдельных точек, принадлежащих звеньям механизма.

Векторное уравнение для звена 2 (шатунa)

$$V_B = V_A + V_{BA}, \quad (1)$$

где $V_A = V_{AO}$ – скорость точки A , которая равна скорости точки A относительно оси вращения кривошипа точки O ; V_{BA} – вектор относительной скорости точки B шатуна относительно A имеет направление, перпендикулярное отрезку AB на плане механизма.

Векторное уравнение для звена 3 (коромысла)

$$V_B = V_C + V_{BC}. \quad (2)$$

Так как точка C (ось вращения коромысла 3) неподвижна, то её скорость равна нулю ($V_C = 0$), а вектор относительной скорости точки B относительно C (V_{BC}) имеет направление, перпендикулярное отрезку BC на плане механизма.

3. Строится план скоростей механизма – это не что иное, как графическое изображение на чертеже векторных уравнений (1) и (2) в каком-либо масштабе.

План скоростей механизма и его свойства

План скоростей желательно строить рядом с планом механизма (рис. 3) Предварительно рассчитывается скорость точки A кривошипа:

$$v_A = \omega_1 L_{OA}, \text{ м/с.}$$

Затем выбирается масштаб плана скоростей μ_v по соотношению

$$\mu_v = \frac{v_A}{P_v a}, \frac{\text{м/с}}{\text{мм}},$$

где v_A – скорость точки A , м/с; $P_v a$ – длина отрезка, изображающего на будущем плане скоростей скорость $\vec{V}_A$, выбирается произвольной длины в мм; при выборе желательно придерживаться условий: во-первых, план скоростей должен размещаться на отведённом месте чертежа, во-вторых, численное значение масштаба μ_v должно быть удобным для расчётов (μ_v должно быть круглым числом).

После этого можно приступать к построению плана скоростей механизма. Его следует проводить в последовательности, соответствующей написанию векторных уравнений (1) и (2).

Сначала проводится из произвольно выбранной рядом с планом механизма точки P_v (полюса плана скоростей) вектор скорости $\vec{V}_A$, который перпендикулярен отрезку OA на плане механизма и имеет длину $P_v a$, выбранную нами при определении масштаба плана скоростей μ_v . Затем через точку a проводится линия, перпендикулярная отрезку AB плана механизма, а через полюс P_v – линия, перпендикулярная отрезку BC . Пересечение этих линий даёт точку b . В соответствии с векторными уравнениями (1) и (2) на

построенном плане наносятся направления (стрелки) векторов V_B и V_{BA} .

Определим скорость точки K , принадлежащей шатуну. Для неё можно записать векторные уравнения скоростей:

$$V_K = V_A + V_{KA},$$

$$V_K = V_B + V_{KB},$$

где вектор скорости V_{KA} перпендикулярен отрезку AK на плане механизма, а вектор V_{KB} – отрезку KB .

Построением этих векторных уравнений получаем точку k на плане скоростей. При этом из точки a плана скоростей проводим линию, перпендикулярную отрезку AK , а через точку b плана скоростей – линию, перпендикулярную отрезку BK плана механизма. Величину скорости точки K можно вычислить по формуле

$$V_K = (P_V k) \mu_U,$$

где $P_V k$ – длина соответствующего вектора на плане скоростей.

Можно заметить, что треугольники на плане скоростей и плане механизма подобны:

$$\Delta abk \sim \Delta ABK,$$

так как стороны их взаимно перпендикулярны. Это свойство можно использовать для определения скорости любой другой точки, принадлежащей какому-либо звену механизма. Отсюда следует **теорема подобия**: отрезки относительных скоростей на плане скоростей образуют фигуру, подобную фигуре соответствующего

звена на плане механизма. Стороны фигур взаимно перпендикулярны.

Угловые скорости шатуна 2 и коромысла 3 рассчитываются по формулам

$$\omega_2 = \frac{v_{BA}}{L_{AB}} = \frac{(ab)\mu_\alpha}{L_{AB}}, \text{ с}^{-1},$$

$$\omega_3 = \frac{v_{CA}}{L_{BC}} = \frac{(P_V b)\mu_\nu}{L_{BC}}, \text{ с}^{-1}.$$

Направления угловых скоростей определяются по направлениям векторов V_{BA} и V_{BC} . Для этого вектор V_{BA} условно переносится в точку B плана механизма. Куда он будет вращать шатун 2 относительно точки A , в ту сторону и будет направлена угловая скорость шатуна ω_2 .

Аналогично поступают со скоростью V_{CA} . В каком направлении будет вращаться коромысло относительно точки C , туда и будет направлена угловая скорость ω_3 .

План ускорений механизма и его свойства

Последовательность построения плана ускорений рычажного механизма аналогична построению плана скоростей. Рассмотрим её на примере механизма шарнирного четырехзвенника (рис. 3). Примем угловую скорость кривошипа постоянной $\omega_1 = const$, что является наиболее распространённым и рациональным видом движения в реальных механизмах.

Векторное уравнение ускорений для звена 1 (кривошипа)

$$\alpha_A = \alpha_{AO} = \alpha_{AO}^n + \alpha_{AO}^t,$$

где нормальная составляющая ускорения точки A относительно O рассчитывается по формуле $\alpha_{AO}^n = \omega_1^2 L_{OA}$.

Вектор α_{AO}^n параллелен отрезку AO на плане механизма. Тангенциальная составляющая ускорения α_{AO}^t рассчитывается по формуле

$$\alpha_{AO}^t = \varepsilon_1 L_{OA}.$$

В нашем случае угловое ускорение кривошипа $\varepsilon_1 = 0$, тогда $\alpha_{AO}^t = 0$.

Векторное уравнение ускорений для звена 2 (шатунa)

$$\alpha_B = \alpha_A + \alpha_{BA}^n + \alpha_{BA}^t,$$

где нормальная составляющая ускорения точки B относительно точки A рассчитывается по формуле $\alpha_{BA}^n = \omega_2^2 L_{AB}$.

Вектор α_{BA}^n параллелен отрезку AB и направлен от B к A , а тангенциальная составляющая α_{BA}^t перпендикулярна AB .

Векторное уравнение ускорений для звена 3 (коромысла)

$$\alpha_B = \alpha_C + \alpha_{BC}^n + \alpha_{BC}^t,$$

где ускорение точки C $a_C = 0$; нормальная составляющая ускорения точки B относительно точки C рассчитывается по формуле $a_{BC}^n = \omega_3^2 L_{BC}$.

Вектор a_{BC}^n направлен параллельно отрезку BC плана механизма от B к C , а вектор a_{BC}^t – перпендикулярно BC .

Выбираем масштаб плана ускорений: $\mu_a = \frac{a_{AO}^n}{P_a a'}, \frac{м/с^2}{мм}$, где $P_a a'$ – длина отрезка, изображающего ускорение a_{AO}^n на плане ускорений. Его длина выбирается произвольно из расчета, чтобы план ускорений разместился на отведенном месте чертежа и численное значение μ_a было удобным для расчетов (μ_a должно быть круглым числом).

Тогда ускорение a_{BA}^n будет изображаться на плане ускорений

вектором, имеющим длину $a_{n2}^n = \frac{a_{BA}^n}{\mu_a}$, мм, а ускорение a_{BC}^n –

вектором длиной $P_a n_3 = \frac{a_{BC}^n}{\mu_a}$, мм.

Затем строится план ускорений (рис. 3) с использованием составленных векторных уравнений ускорений. Из произвольно выбранного полюса P_a параллельно отрезку OA плана механизма проводится вектор ускорения $\bar{a}_{AO}^n$, длина которого $P_a a'$ была выбрана произвольно при расчете масштаба μ_a . Из конца этого вектора (точки a') проводится вектор ускорения $\bar{a}_{BA}^n$ длиной $a' n_2$, который должен быть параллелен отрезку AB плана механизма и направлен от точки B к точке A . Перпендикулярно ему через точку n_2 проводят прямую. Затем

из полюса P_a проводят вектор ускорения $\vec{a}_{B^*}^n$ длиной $P_a n_3$. Перпендикулярно ему через точку n_3 проводят прямую до пересечения с прямой, проведенной через точку n_2 перпендикулярно отрезку AB . Точка пересечения обозначается буквой b' , которая, будучи соединена с полюсом P_a , образует отрезок $P_a b'$, изображающий вектор полного ускорения точки B .

Используя план ускорений, можно вычислить ускорения

$$a_B = (P_a b') \mu_a, \quad a_{BA} = (a' b') \mu_u.$$

Запишем

$$a_{BA} = (a' b') \mu_a = L_{AB} \sqrt{\omega_2^4 + \varepsilon_2^2},$$

где ω_2 и ε_2 – угловые скорость и ускорение шатуна.

$$\frac{a' b'}{AB} = \frac{\mu_L}{\mu_a} \sqrt{\omega_2^4 + \varepsilon_2^2},$$

где ω_2 и ε_2 не зависят от выбора (расположения) полюса P_a плана ускорений, а отношение масштабов постоянно ($\mu_L / \mu_a = \text{const}$) для данного плана ускорений. Поэтому для любой точки (например, K , принадлежащей шатуну) можно записать пропорции

$$\frac{a' b'}{AB} = \frac{a' k'}{AK} = \frac{b' k'}{BK}.$$

Отсюда формулируется *теорема подобия*: отрезки полных относительных ускорений на плане ускорений образуют фигуру, подобную соответствующей фигуре звена на плане механизма.

Величину ускорения точки K можно вычислить по формуле

$$a_k = (P_a k') \mu_a.$$

$$\varepsilon_2 = \frac{\alpha_{EA}^1}{L_{EA}} = \frac{(m_2 b') \mu_a}{L_{AB}}, \text{ с}^{-1}$$

Угловые ускорения звеньев шатуна
¹, направление ε_2 определяются по α_{EA}^1 ; угловые ускорения звеньев

коромысла
 $\varepsilon_3 = \frac{\alpha_{BC}^1}{L_{BC}} = \frac{(m_3 b') \mu_a}{L_{BC}}, \text{ с}^{-1}$, направление ε_3 – по α_{BC}^1 .

Так как ω_2 и ε_2 направлены в противоположные стороны, вращение шатуна является замедленным.

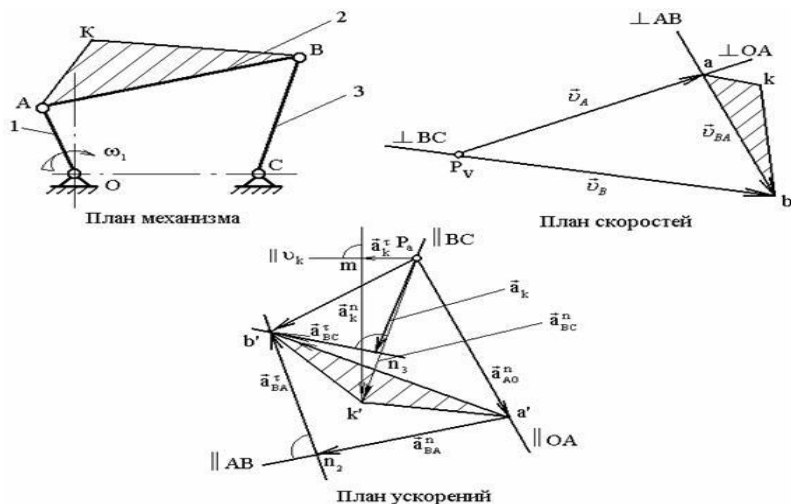


Рисунок 3

Контрольная работа: решение задач по вариантам на построение планов скоростей и ускорений.

Перечень рекомендуемых учебных изданий, Интернет-ресурсов, дополнительной литературы

Основная литература:

1.Вереина Л.И. Краснов М.М. Техническая механика. [Электронный ресурс]: Учебник для СПО- 1-е изд.-М. ИЦ Академия, 2017-352 с.- ISBN 978-5-4468-5740-1. ЭБС Академия

Дополнительная литература:

1.Ахметзянов М.Х. Техническая механика (сопротивление материалов) [Электронный ресурс]: Учебник для СПО /Ахметзянов М.Х., Лазарев И.Б. - 2-е изд., пер. и доп. – М.: Юрайт, 2016

Учебно-методические издания:

Методические рекомендации по самостоятельной работе[Электронный ресурс]/ Соловьева С. П. - Рязань: РГАТУ, 2018- ЭБ «РГАТУ»

Методические указания к практическим работам [Электронный ресурс] /Соловьева С. П. - Рязань: РГАТУ, 2018- ЭБ «РГАТУ»